629.13
Eu82p
1956
Pt. 3

PROCEEDINGS

of the

Second European Aeronautical Congress

Scheveningen, September 25th - 29th, 1956

★

COMPTE-RENDU

du

Deuxième Congrès Aéronautique Européen

Scheveningen, 25-29 septembre 1956

★

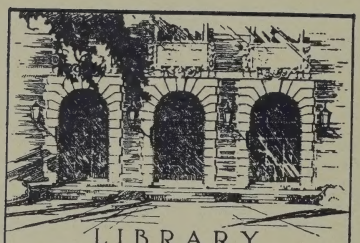
TÄTIGKEITSBERICHT

des

Zweiten Europäischen Luftfahrtkongresses

Scheveningen, 25 bis 29 September 1956

★


LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY
OF ILLINOIS

629.13
Eu82p
1956
pt.3

PROCEEDINGS

of the

Second European Aeronautical Congress

Scheveningen, September 25th - 29th, 1956

★

COMPTE-RENDU

du

Deuxième Congrès Aéronautique Européen

Scheveningen, 25-29 septembre 1956

★

TÄTIGKEITSBERICHT

des

Zweiten Europäischen Luftfahrtkongresses

Scheveningen, 25 bis 29 September 1956

★

629.13
Eu82p
1956
pt.3

Engin

TABLE OF CONTENTS OF VOLUME III.

(For the Tables of Contents of Volume I and II see at the end of this volume.)

Quillevéré, Alain.	Théorie des éjecteurs air-air à jet inducteur supersonique. Utilisation comme extracteurs pour banc d'essai de combustion en dépression.	61.1 - 61.30
Rouillet, Jean.	La soufflerie transsonique de la Société Ouest - Aviation.	62.1 - 62.9
Ryhming, I.	Instationäre Rückwirkungen in Ueberschallschaufelgittern.	63.1 - 63.20
Saint André, R.E.	Solubilité de l'eau dans les combustibles.	64.1 - 64.10
Salas, J.	A new approximate method for estimating the additive drag.	65.1 - 65.21
Santangelo, Gaspare.	Supersonic civil aircraft jet-propelled by turbojet with afterburner.	66.1 - 66.45
Satre, Pierre.	Facilité d'entretien de l'avion bi - réacteur de transport Caravelle.	67.1 - 67.12
Schlichting, H.	Grenzschichten in kompressibler Strömung.	68.1 - 68.56
Schneider, Stanislas.	Tracé des tuyères symétriques à partir de la distribution des vitesses sur l'axe.	69.1 - 69.9
Schulz, Gerhard.	Der Projektvergleich von Tragflügeln hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften und ihres aerodynamischen Verhaltens.	70.1 - 70.10
Spiegel, E. van	The aerodynamic forces on oscillating rotor blades.	71.1 - 71.10
Truckenbrodt, E.	Zum Widerstandsproblem der Ueberschallflugzeuge.	72.1 - 72.8
Vallat, Paul.	Conception et dessin d'une structure d'avion de transport à cabine pressurisée en vue d'une bonne tenue à la fatigue.	73.1 - 73.27

Vallisneri, Alberto.	Aspects économiques et financiers de la production d'avions de transport avec propulsion à réaction.	74.1 - 74.14
Verhage, G.F.	The application of Ramjet propulsion in helicopters.	75.1
Vleghert, J.P.K.	Measurement of the lift - drag polar and climb performance in non-steady flight.	76.1 - 76.8
Vooren, A.I.van de.	Flutter of helicopter rotors without forward speed.	77.1 - 77.6
Yff, J.	The influence of wing bending and torsion flexibility on the gust response of aeroplanes.	78.1 - 78.7
Yossifovich, Mirko.	On the buckling of the elliptical plate with possible application in aviation.	79.1 - 79.6
Zaat, J.A.	Eine einfache Methode zur Berechnung drei - dimensionaler lami - narer Grenzschichten.	80.1 - 80.5

THEORIE DES EJECTEURS AIR-AIR A JET INDUCTEUR SUPERSONIQUE. UTILISATION COMME EXTRACTEURS POUR BANC D'ESSAI DE COMBUSTION EN DEPRESSION.

Communication de Mr. Alain QUILLEVERE 1)

Notations.

S_c : Section du col de la tuyère primaire.
S : Section de la partie droite du mélangeur cylindrique.
S'_1 , S'_2 , S''_1 , S''_2 : exemple :
S'_1 : Section du flux primaire dans le plan 1.

$\lambda^* = \frac{S}{S_c}$

$\lambda = \frac{S}{S'_1}$

$\nu = \frac{S'_2}{S'_1}$

p : Pression.
T : Température.
Q : Débit.
V : Vitesse.
M : Nombre de Mach.
i : Impulsion. $\quad i = pS + QV$
μ : Coefficient de débit. $\quad \mu = \frac{Q''}{Q'}$
$\varpi = \frac{p''_i}{p_A}$

p_A = Pression atmosphérique.

Indices ou accents :

i Caractérise l'état générateur (ou état d'arrêt isentropique)
$'$ Caractérise le flux primaire.
$''$ Caractérise le flux secondaire.
1, 2, 3 Caractérise les sections 1, 2, 3, du mélangeur.

---

1) - Ingénieur à la S.E.M. Hispano-Suiza.

1. Introduction.

L'entraînement d'un débit gazeux par effet de trompe est utilisé fréquemment en aéronautique.

Dans cette communication, on s'intéresse à l'éjecteur gaz-gaz comme moyen d'extraction des gaz produits par une chambre de combustion essayée en dépression. L'éjecteur présente sur les extracteurs rotatifs classiques un certain nombre d'avantages :

a) - La caractéristique de fonctionnement débit-pression couvre un champ étendu de valeurs de la pression et du débit.

b) - Les servitudes de refroidissement et d'épuration des gaz brûlés ne sont pas nécessaires, contrairement à ce qui a lieu avec des extracteurs rotatifs.

c) - Les dangers d'explosion par combustion d'imbrûlés dans les gaz extraits sont moindres.

d) - L'installation est simple, bon marché, peu encombrante et de réalisation rapide.

Mais l'éjecteur présente l'inconvénient important d'avoir un rendement énergétique bas (au maximum de l'ordre de 20 %). Cet inconvénient est d'ailleurs atténué par la souplesse de fonctionnement. La Société Hispano-Suiza a étudié et réalisé un banc d'essai en dépression de chambres de combustion annulaires avec extraction des gaz de combustion par un éjecteur dont le jet inducteur supersonique est alimenté par les gaz d'échappement d'un turbo-réacteur H.S. NENE.

Avant de décrire sommairement cette installation, nous allons donner les principes de calcul d'un tel éjecteur.

2. Méthode de calcul d'un éjecteur.

2.1. La méthode de calcul présentée s'applique au cas où l'on a besoin d'extraire un débit gazeux à des pressions nettement inférieures à la pression atmosphérique. Il est, dans ce cas, nécessaire de disposer d'un certain rapport entre la pression génératrice p_i' du jet inducteur ou jet

"primaire" et la pression atmosphérique de refoulement, et d'utiliser une tuyère primaire convergente-divergente à la sortie de laquelle le jet inducteur est supersonique. La figure 1 donne le schéma de principe de l'éjecteur. On distingue, outre la tuyère primaire et le circuit d'alimentation du débit induit (ou débit "secondaire"), le mélangeur-diffuseur dans lequel l'entraînement du débit secondaire par le jet primaire s'effectue par transfert de quantité de mouvement pendant le mélange des deux flux.

Le problème qui nous intéresse ici est celui de la détermination théorique de la caractéristique donnant le débit induit en fonction de la pression d'extraction ou caractéristique $(\mu - \varpi)$ pour un éjecteur de géométrie donnée et pour des valeurs données de p'_i , T''_i , T'_i .

2.2. Régimes mixtes.

L'expérience montre que, pour un éjecteur de géométrie donnée, on peut toujours trouver une valeur de la pression génératrice p'_i en-dessous de laquelle il existe un régime de fonctionnement dit "mixte" et caractérisé par le fait que, dans une section 3 du mélangeur-diffuseur pas trop éloignée de la section 1 de sortie de la tuyère primaire, le mélange des deux flux est terminé, l'écoulement étant homogène et subsonique. En aval de la section 3, la diffusion jusqu'à la pression atmosphérique est subsonique et unidimensionnelle.

En employant les notations définies au début du texte, et en supposant que l'échange de chaleur avec le milieu extérieur est négligeable, les équations de la conservation de la masse et de l'énergie entre le plan 1 de sortie de la tuyère primaire et le plan 3 et l'équation de la quantité de mouvement s'écrivent :

(1) $Q' + Q'' = Q$ Conservation de la masse.

(2) $Q' h'_1 + Q'' h''_1 = Q h_3$ Conservation de l'énergie.

(3) $i'_1 + i''_1 = i_3 + F_x + \int_1^3 p \, dS$ Quantité de mouvement.

h = enthalpie

Pour expliciter le terme $\int_1^3 p\,dS$, il est nécessaire de connaître les lois du mélange des deux flux. Ces lois étant complexes, nous considérerons, comme on le fait généralement, le cas particulier où la section du mélangeur est constante entre 1 et 3 (voir Fig. 2). Dans ce cas, le terme $\int_1^3 p\,dS$ est nul. Quant à la force F_x résultante des efforts tangentiels de frottement à la paroi du mélangeur, elle est en général faible et peut être négligée. A très faible échelle, on peut en tenir compte en définissant un coefficient de frottement moyen fonction du nombre de Reynolds. Avec ces hypothèses, et en tenant compte d'un certain rendement pour la diffusion en aval du plan 3, il est facile de voir que l'on peut déterminer, par résolution des équations aérodynamiques globales (1), (2), (3), la caractéristique débit-pression, (μ, ϖ), du flux induit sans qu'intervienne le mécanisme physique du mélange entre 1 et 3.

Cette théorie des éjecteurs supersoniques à mélangeurs cylindriques n'est évidemment valable que si la longueur du mélangeur (entre 1 et 3) est suffisante pour que le passage en subsonique et le mélange soient possibles avant la sortie du mélangeur. L'expérience montre qu'un minimum de longueur de 7 à 10 diamètres est en général nécessaire. Pour des longueurs inférieures, il peut y avoir un désamorçage du jet supersonique initial avec augmentation de la pression p''_i.

Les caractéristiques calculées sont approximativement linéaires et représentent assez bien les performances expérimentales.

2.3. Régimes supersoniques.

L'expérience montre que, pour un éjecteur de géométrie donnée, il existe toujours une valeur de la pression génératrice p'_i au-dessus de laquelle les débits induits sont inférieurs à ceux que l'on obtient par le calcul du régime mixte (avec F_x négligeable) et sont indépendants (pour une valeur donnée de p''_i) de la longueur du mélangeur cylindrique pourvu qu'elle soit inférieure à un certain minimum (variable de 0 à 10 diamètres environ). L'O.N.E.R.A. a proposé [1] une théorie de ce deuxième régime de fonctionne-

ment possible des éjecteurs supersoniques qui a été appelé régime supersonique. Ce régime se caractérise par le fait que le débit induit n'estpas déterminé par les possibilités maximum d'entraînement par mélange complet des flux, mais par une condition de compatibilité d'existence du jet primaire et de l'écoulement secondaire avant mélange.

Considérons, en premier lieu, le cas des faibles débits induits où la pression statique p''_1 , supposée uniforme, du flux secondaire dans le plan 1 est inférieure à celle p'_1 du flux primaire. Le jet supersonique est alors divergent et atteint en un certain plan 2 un maximum d'épanouissement défini par le paramètre ν . Immédiatement en aval du plan 2, le flux primaire est parallèle ou convergent. (Fig. 3).

On peut supposer (théorie de l'O.N.E.R.A.) qu'entre les plans 1 et 2 les flux primaire et secondaire coexistent sans se mélanger, qu'en 1 et 2 les écoulements primaire et secondaire sont suffisamment uniformes pour qu'on puisse y définir un état et des vitesses moyennes et que l'évolution des deux flux entre 1 et 2 est isentropique et adiabatique. L'équation de la quantité de mouvement à appliquer entre les plans 1 et 2 s'écrit :

$$i'_1 + i''_1 = i'_2 + i''_2 \qquad (4)$$

A une valeur de ν donnée comprise entre 1 et λ et à un état générateur p'_i , T'_i donné, il correspond des valeurs déterminées de i'_2 et i'_1 . L'écoulement secondaire est alors entièrement déterminé par la donnée d'un paramètre tel que le nombre de Mach $M''_2 \leqslant 1$. Si l'on fait varier ν à M''_2 constant, on obtient une caractéristique $(\mu - \varpi)$. On peut montrer que les performances optima (μ maximum pour une valeur quelconque de ϖ) sont obtenues pour $M''_2 = 1$ (propriété admise dans la théorie de l'O.N.E.R.A.). C'est donc par cette condition et à l'aide de l'équation (4) que l'on détermine la caractéristique supersonique. (1)

Quand ν est inférieur à 1, la géométrie de la trompe assure elle-même la limitation du débit induit, le col sonique étant situé dans le plan 1. Le régime supersonique se prolonge alors vers les grands débits par un régime dit saturé. La caractéristique (μ, ϖ) du régime saturé est linéaire et passe par l'origine des coordonnées.

---

(1) Pour la justification de la condition $M''_2 = 1$, voir Annexe III

On peut montrer simplement (voir annexe I) que le régime supersonique se raccorde sans cassure au régime saturé au point $\lambda = 1$ (voir Fig. 4).

Pour tout éjecteur (à mélangeur cylindrique) de géométrie donnée et pour un ensemble de valeurs de P'_i, T'_i, T''_i, on peut calculer une caractéristique "mixte" et une caractéristique "supersonique" qui peuvent se présenter, par exemple, comme il est indiqué sur la figure 5 et se couper en un point T. Les caractéristiques ont toujours une pente $\frac{d\omega}{d\varpi}$ positive, celle du régime mixte étant plus forte que celle du régime supersonique.

Pour une valeur de ϖ supérieure à la valeur de ϖ_T le débit du régime supersonique est inférieur au débit du régime mixte. Dans ce cas, c'est le régime supersonique qui a effectivement lieu, car le débit que l'on pourrait induire par mélange complet (régime mixte) est supérieur au débit maximum que permet la coexistence des flux. Si le mélangeur est normalement long (de l'ordre de 10 diamètres), le mélange n'est pas entièrement réalisé dans le plan de sortie 3 où il peut même subsister un noyau primaire supersonique. En allongeant le mélangeur, on ne change rien au débit induit et le mélange ne se réalise totalement qu'au prix d'un frottement de paroi F_x qui rend compatibles les équations (3) et (4). Si toutefois la longueur du mélangeur est vraiment trop courte, il se peut que l'entraînement soit insuffisant pour le débit du régime supersonique.

Pour une valeur de ϖ inférieure à ϖ_T le débit que permet le mélange complet (régime mixte) est inférieur au débit du régime supersonique. C'est le régime mixte qui a lieu effectivement.

2.4. Evolution des caractéristiques avec la géométrie de l'éjecteur.

Comme précédemment, prenons comme données l'état générateur P'_i, T'_i et la température T''_i du flux induit. Considérons un éjecteur dont les dimensions soient telles que le régime soit toujours supersonique depuis le point de débit nul ($\mu = 0$) au point de débit maximum théorique ($\varpi = 1$), le point de transition T entre le régime supersonique et le régime mixte étant alors virtuel (Fig. 6).

En gardant fixées la section du col de la tuyère et les dimensions du mélangeur (λ^* constant), faisons varier le nombre de Mach M'_1 depuis 1 (tuyère primaire simplement convergente, $\lambda = \lambda^*$) jusqu'à M'_1 maximum (obtenu pour $\lambda = 1$). Les diverses caractéristiques supersoniques correspondant aux diverses valeurs de M'_1 (ou λ) ont pour enveloppe un arc de courbe (P, Q) (Fig. 7). Le ϖ du point P donne la pression minimum que l'on peut obtenir pour la valeur λ^* donnée. Le point Q est le point de contact de la caractéristique correspondant à $M'_1 = 1$. On peut montrer (voir annexe II) que le point de contact d'une caractéristique correspondant à une valeur quelconque de λ est déterminé par la condition simple :

$$P'_1 = P'_1$$

(condition qui est aussi vérifiée pour le point singulier $\nu = 1$ de raccordement au régime saturé) et se trouve situé sur la caractéristique entre le point $\mu = 0$ et le point $\nu = 1$ (Fig. 8).

Quand λ^* croît, l'enveloppe (P, Q) se déplace vers les μ croissants et les ϖ décroissants. Tant que λ^* est inférieur à une valeur critique Λ^*, le régime mixte n'est pas atteint quel que soit λ . (Fig. 9).

Pour $\lambda^* = \Lambda^*$, les points de transition sur les diverses caractéristiques correspondant à des nombres de Mach M'_1 variables sont tous situés au point de débit nul $\mu = 0$ de la caractéristique (Fig. 10).

D'après la théorie, la valeur critique Λ^* correspond au cas où, après détente jusqu'à la section S du mélangeur (à $\mu = 0$), et, après choc, le flux primaire subsonique sort du diffuseur à la pression atmosphérique. En effet, pour rendre compatibles les équations (3) et (4), on doit avoir :

$$\zeta'_2 = \zeta_3$$

l'écoulement étant subsonique en 3 et supersonique en 2.

La valeur de Λ^* ne dépend évidemment que du rapport P'_2/P_1 .

Quand λ^* est supérieur à Λ^*, les caractéristiques du régime mixte apparaissent et se déplacent vers les ϖ croissants quand λ^* croît.

2.5. Choix de l'éjecteur optimum pour une utilisation donnée :

Prenons l'exemple d'un extracteur pour un banc d'essai en dépression de chambre de combustion de turbo-réacteur. Le problème se pose de la façon suivante : on dispose d'un débit primaire donné Q' dans un état P'_i, T'_i donné et on extrait des gaz brûlés à une température T''_i. La caractéristique $(\omega - \varpi)$ de la chambre à essayer étant une certaine courbe (approximativement une droite passant par l'origine $\omega = o$, $\varpi = o$), comment faut-il définir les dimensions de l'éjecteur pour pouvoir essayer la chambre de combustion à partir de la plus faible pression possible ? Il existe, pour T'_i, P'_i et T''_i donnés, une certaine valeur de λ^*, supérieure à Λ^*, telle que le point de rencontre de la caractéristique de la chambre avec l'enveloppe (P, Q) correspondante soit aussi le point de transition pour la valeur de λ correspondant à la caractéristique supersonique qui est tangente en ce point à l'enveloppe (Fig. 11).

D'après ce qui a été dit plus haut sur le déplacement de l'enveloppe (P, Q) et des caractéristiques du régime mixte avec λ^*, on vérifie immédiatement que ces valeurs de λ^* et λ sont celles qui définissent le meilleur éjecteur.

2.6. Similitude des éjecteurs - Abaque pour la détermination d'un éjecteur :

En supposant que les gaz (primaire et secondaire) suivent l'équation d'état des gaz parfaits :

$$p\sigma = \varepsilon T$$

les paramètres de similitudes du régime supersonique sont :

$$\lambda^* \ , \ \lambda \ , \ \omega\sqrt{\frac{T''_i}{T'_i}} \ , \ \frac{P''_i}{P'_i}$$

En effet, à un ensemble de valeurs données de λ^*, λ et ν correspondent des nombres de Mach déterminés pour le flux primaire et le flux secondaire en 1 et 2 et, par conséquent, P''_i/P'_i reste constant quand P'_i, T'_i et l'échelle de la trompe varient puisque l'impulsion i peut s'écrire :

$$i = p_i S f(M) ,$$

$f(M)$ étant une fonction connue du nombre de Mach et du rapport γ des chaleurs spécifiques. D'autre part, on sait que :

$$\frac{Q'\sqrt{T'_i}}{P'_i S_c} = g(\gamma') \qquad \text{et} \qquad \frac{Q''\sqrt{T''_i}}{P''_i S''_2} = g(\gamma'')$$

d'où : $$\mu\sqrt{\frac{T''_i}{T'_i}} = \frac{g(\gamma'')}{g(\gamma')} \cdot \frac{P''_i}{P'_i} \cdot (\lambda - \nu) \times \frac{S'_1}{S_c}$$

On peut donc établir un catalogue des caractéristiques supersoniques en coordonnées $\mu\sqrt{\frac{T''_i}{T'_i}}$ et $\frac{P''_i}{P'_i}$ pour des valeurs diverses de λ^* et λ (ou M'_1).

Avec les mêmes coordonnées, on peut représenter le réseau des enveloppes (P , Q) pour diverses valeurs de λ^* et graduer chacune de ces enveloppes par un deuxième réseau de courbes $M'_1 = c^{te}$ (ou $\lambda = c^{te}$), la valeur de M'_1 en un point d'une enveloppe (P , Q) étant celle de l'éjecteur dont la caractéristique est tangente en ce point à l'enveloppe. (1).

Pour les régimes mixtes, les lois de similitude ne sont pas aussi simples et la pression atmosphérique de refoulement intervient. On peut représenter [1] les μ en fonction de $(\lambda - 1)\, P''_i/P_A$ pour diverses valeurs de $P'_i/\lambda P$, M'_1 et T'_i/T''_i. On peut cependant voir que, si l'un des débits Q' ou Q'' est faible par rapport à l'autre (soit par exemple Q' faible devant Q'', le rapport μ peut être remplacé par $\mu\sqrt{\frac{T''_i}{T'_i}}$ comme dant le cas du régime supersonique. Quand Q' et Q'' ont des valeurs voisines, l'invariance de $\mu\sqrt{\frac{T''_i}{T'_i}}$ n'est qu'approchée.

---

(1) Cette abaque (voir planche 7), avec son troisième réseau de courbes, permet la détermination rapide de la trompe optimum pour un usage donné. Elle a été, à notre demande, ajoutée au catalogue des performances d'éjecteurs que l'ONERA doit publier prochainement.

Chaque point du diagramme de la planche 7 peut être considéré comme un point de transition entre le régime mixte et le régime supersonique pour une certaine valeur de P'_i/P_A, dépendant de T''_i/T'_i. Le troisième réseau de courbes de la planche 7 représente ces iso P'_i/P_A de transition, calculées pour un rendement de diffuseur nul, et $T''_i = T'_i$. Pour des valeurs T''_i/T'_i différentes de 1, le réseau des iso P'_i/P_A serait légèrement différent, mais sur l'axe des ϖ, à débit nul, la graduation en P'_i/P_A est indépendante de $\frac{T''_i}{T'_i}$. Nous n'insisterons pas sur la méthode d'utilisation de ce diagramme qui résulte de ce qui a été dit. (1).

La zone de diagramme située au-delà de la courbe limite $\frac{P'_i}{P_A} = 1$ correspond à des points de fonctionnement qui ne peuvent être atteints : le régime est alors mixte et la pression primaire P'_i insuffisante pour les performances désirées.

2.7. Rendement énergétique.

Le rendement énergétique d'un éjecteur est égal au rapport entre l'énergie utile, que l'on peut définir comme l'énergie qu'il faudrait dépenser pour une extraction adiabatique et réversible, et l'énergie utilisable du jet primaire c'est-à-dire l'énergie cinétique de ce jet après détente réversible et adiabatique depuis l'état P'_i, T'_i jusqu'à la pression atmosphérique. Ce rendement n'a évidemment qu'une signification très relative, mais il fournit une comparaison avec les extracteurs rotatifs classiques. Les planches 5 et 6 représentent les courbes iso-rendements calculées pour les points de transition du diagramme μ, $\frac{P''_i}{P'_i}$ dans le cas particulier où $T''_i = T'_i$. On remarquera que le rendement ne dépasse jamais 20 %.

---

(1) Le diagramme est gradué en M'^*_1 et non en M'_1. M'^*_1 est le rapport entre la vitesse V'_1 à la sortie de la tuyère et la vitesse au col de la tuyère primaire.

3. Valeur de la théorie.

L'O.N.E.R.A. a entrepris de nombreuses études expérimentales des éjecteurs supersoniques à mélangeurs cylindriques pour des pressions génératrices variant de 2,5 à 6 atmosphères environ et des λ^* variant de 5 à 10 [2] [3] [4] . Sans entrer dans des détails qui ne font pas l'objet de cette communication, disons simplement que l'accord entre l'expérience et la théorie est bon et même souvent excellent, pourvu que la longueur du mélangeur soit correctement choisie, en particulier pour le régime mixte. Une longueur de 10 diamètres convient, en général.

Des mesures de pressions à la paroi du mélangeur confirment l'existence d'un col sonique pour le flux secondaire dans le cas du régime supersonique.

Il y a cependant un point critiquable dans la théorie exposée ci-dessus : c'est qu'elle ne s'applique qu'au mélangeur cylindrique. Il a été montré [2] que les performances du régime supersonique doivent être améliorées si, au lieu de faire déboucher la tuyère primaire dans le mélangeur cylindrique, on place son plan de sortie dans le convergent d'entrée. Effectivement, il existe dans chaque cas particulier une longueur de "veine libre" (distance entre le plan de sortie de la tuyère primaire et le plan d'entrée de la partie droite du mélangeur) optimum pour un fonctionnement déterminé, et l'expérience prouve que ce paramètre supplémentaire permet généralement l'obtention de performances légèrement supérieures à celles de la théorie. En particulier, on peut ainsi éviter la limitation de performances provenant de la saturation du régime supersonique pour $\nu < 1$. La planche 4 montre des résultats que nous avons obtenus en faisant varier la longueur de veine libre pour $\lambda^* = 1{,}92$, $M'_1 = 1{,}73$ et $P'_i = 2\, P_A$. Les régimes sont supersoniques ou saturés.

Il résulte de ces remarques qu'il n'est pas indispensable de calculer la caractéristique supersonique point par point, ce qui est d'ailleurs très laborieux. Il suffit de calculer les points $\mu = 0$ et $\nu = 1$, ce qui est immédiat, la droite joignant ces deux points représentant suffisamment bien la caractéristique expérimentale que l'on peut espérer obtenir par un choix judicieux de la longueur de veine libre. Il est vraisemblablement possible d'améliorer les performances du régime mixte en utilisant un mélangeur dont la section soit variable pendant le mélange des flux. Mais, de toute façon, le gain à attendre ne sera valable que pour une zone étroite de la caractéristique.

UNIVERSITY OF ILLINOIS
LIBRARY

4. Banc d'essai de chambre de combustion de la Société Hispano-Suiza.

Ce banc a été conçu et réalisé pour des chambres de combustion de la classe du turbo-réacteur R.800 (rapport de pression de 4,5 à 5, débit de l'ordre de 26 kg sec^{-1} et T_3 = 1100ºK).

Le flux inducteur est fourni par un turbo-réacteur H.S. NENE qui est muni d'une tuyère convergente-divergente spécialement étudiée pour donner un P'_i maximum avec un T'_i et une vitesse de rotation du rotor admissibles.

La planche 3 donne la pression d'extraction $P''_i/P_A = \varpi$ obtenue à débit nul, pour des vitesses de rotation croissantes du réacteur, en fonction de la pression génératrice primaire P'_i. On voit que le fonctionnement optimum, au voisinage de la transition, est obtenu pour une vitesse de rotation assez proche des conditions de croisière du NENE.

La planche 2 représente la caractéristique débit-pression du banc d'essai quand le nombre de Mach de la tuyère primaire est égal à 1,70,(valeur optimum pour la chambre du R.800). On voit que, compte tenu d'une perte de charge de chambre de 10 %, par exemple, la pression minimum que l'on peut obtenir à l'entrée de la chambre est de 0,38 atmce qui correspond à une croisière à l'altitude de 19.000 M. environ.

La planche 1 représente schématiquement l'installation : on remarque que l'on a la possibilité d'élever la température de l'air à l'entrée de la chambre par réchauffage de l'air induit à l'aide des calories des gaz du mélangeur-diffuseur. Grâce à l'entrée additionnelle d'air froid, on peut régler cette température de10ºC à 180ºC environ.

Pour d'autres chambres de combustion, il ne paraît pas nécessaire de changer le diamètre du mélangeur ($\lambda^* = 2$) qui, d'après la planche 7, est adapté dans tous les cas ; il suffit de changer le diamètre de sortie et la position de la tuyère primaire, ce qui représente une transformation très simple.

Références bibliographiques.

[1] J. FABRI, B. LE GRIVES, R. SIESTRUNCK : Etude aérodynamique des trompes supersoniques.

Jahrbuch 1953 der Wissenschaftlichen Gesellschaft für Luflfarchrt, Braunschweig, 1954 p. 101-110.

[2] G. DELANGE et M.R. DEROME : Nouveaux essais de trompes supersoniques et confrontation avec la théorie.

Etude nº 1128 E. Note technique intérieure nº 4.

[3] J. FABRI, R. SIESTRUNCK : Etudes des divers régimes d'écoulement dans l'élargissement brusque d'une veine supersonique.

Revue générale des Sciences Appliquées, II, 4 Bruxelles 1955, p. 229-237.

[4] J. FABRI et J. PAULON : Théorie et expérimentation des éjecteurs supersoniques air-air.

Note technique O.N.E.R.A. nº 36 (1956) : à paraître.

ANNEXE I

Au point $\nu = 1$ les caractéristiques des régimes supersonique et saturé se raccordent sans cassure.

L'équation de la droite caractéristique du régime saturé est de la forme :

$$Q'' = k \frac{\varpi S'_1}{\sqrt{T''_i}} \qquad \text{avec} \quad k = c^{te} ,$$

équation vérifiée au point $\nu = 1$ par régime supersonique.

Au point $\nu = 1$, $S''_2 = S''_1$ et le jet primaire est parallèle entre les plans 1 et 2 (fig. 12). On sait, d'après les propriétés du col sonique, que si l'on donne à ν un accroissement infiniment petit du second ordre il en résulte une variation du premier ordre de M'_1, et par conséquent une variation dp''_i du premier ordre de p''_i, comme le montre la différentiation de l'équation de la quantité de mouvement :

$$\text{avec} \quad \begin{cases} di''_1 = S''_1 \left[f'(M'_1)\, dM'_1 + f(M'_1)\, dp''_i \right] , \\ di'_1 = di'_2 = 0 \quad \text{au 2ème ordre près} , \\ di''_2 = S''_1 \left[f(1)\, dp''_i \right] \quad \text{au 2ème ordre près} . \end{cases}$$

D'où, au second ordre près, la variation de dQ'' en fonction de dp''_i :

$$dQ'' = k \frac{dp''_i}{P_1} \frac{S'_1}{\sqrt{T''_i}}$$

Ce qui montre que la caractéristique supersonique est tangente à la droite caractéristique du régime saturé au point $\nu = 1$.

ANNEXE II

Détermination du point de contact d'une caractéristique supersonique avec l'enveloppe (P, Q).

Soit (C) une caractéristique supersonique (μ, ϖ). Conservant tous les autres paramètres constants, donnons à la section de sortie S'_1 de la tuyère primaire un accroissement dS infiniment petit.

La caractéristique (C') correspondant à la nouvelle tuyère coupe (C) au point M de contact avec l'enveloppe (P, Q).

En M le débit Q'' est lié à P_i'' et T_i'' par la relation :

$$Q'' = k \frac{P_i'' S_2''}{\sqrt{T_i''}} \quad , \quad k = c^{te}$$

Cette relation, exprimant que S_2'' est un col sonique, est valable que l'on considère M comme étant sur (C) ou (C').

Donc l'équation de la quantité de mouvement s'écrit en M :

considéré sur (C) : $\quad i_1' + i_1'' = i_2' + i_2''$,

et considéré sur (C') $\quad i_1' + di_1' + i_1'' + di_1'' = i_2' + i_2''$,

d'où :

$$di_1' + di_1'' = 0$$

Rappelons la propriété classique suivante : dans un écoulement unidimensionnel où l'état générateur et le col sonique sont fixes, la variation de l'impulsion i pour une variation dS de la section est :

$$di = p\,dS \quad .$$

D'où : $\quad di_1' = p_1' dS$,

et : $\quad di_1'' = -p_1'' dS$,

et, finalement $\quad p_1' = p_1''$,

condition qui détermine le point de contact de (C) avec son enveloppe. En ce point le jet primaire a la forme indiquée sur la figure 13.

ANNEXE III

Justification de la condition $M_2''=1$ pour la détermination du régime supersonique

---

A une valeur donnée de M_2'', qui par définition du plan 2 ne peut être qu'égale ou inférieure à 1, il correspond une caractéristique (μ, ϖ). Toutes ces caractéristiques ont le même point $\mu = 0$ déterminé par l'équation (4) qui s'écrit dans ce cas :

$$S_1' p_i'' = i_2' \max - i_1'$$

Soit (C_1) la caractéristique correspondant à $M''_2 = 1$ et $(C_{M''_2})$ une caractéristique correspondant à une valeur quelconque de M''_2. $(C_{M''_2})$ coupe (C_1) au point $\mu = 0$ mais ne peut pas la recouper en un autre point car si un tel point N existait, il correspondrait à une même valeur de Q'' et p''_i pour les deux caractéristiques et par conséquent à un même col sonique ce qui entraînerait que le nombre de Mach M''_2 de $(C_{M''_2})$ soit égal à 1.

Le même raisonnement montre que deux caractéristiques $(C_{M''_2})$ relatives à deux nombres de Mach M''_2 différents ne peuvent se couper.

Quand M''_2 croît de 0 à 1, la caractéristique $(C_{M''_2})$ passant toujours par le point $\mu = 0$, $p''_i = \dfrac{i'_{2\,max} - i'_1}{S'_1}$,

balaye la portion du plan (μ, ϖ) qui sépare l'axe des ϖ (correspondant à (C_0)) de (C_1) qui représente bien la caractéristique donnant les performances optima compatibles avec la coexistence des écoulements primaire et secondaire.

On peut d'ailleurs montrer que (C_1) et (C_{1-dM}) sont confondues au deuxième ordre près (en bref : à V constant, $di'_2 = p''_2\, dS$; or pour dM à $M=1$, $dS=0$) .

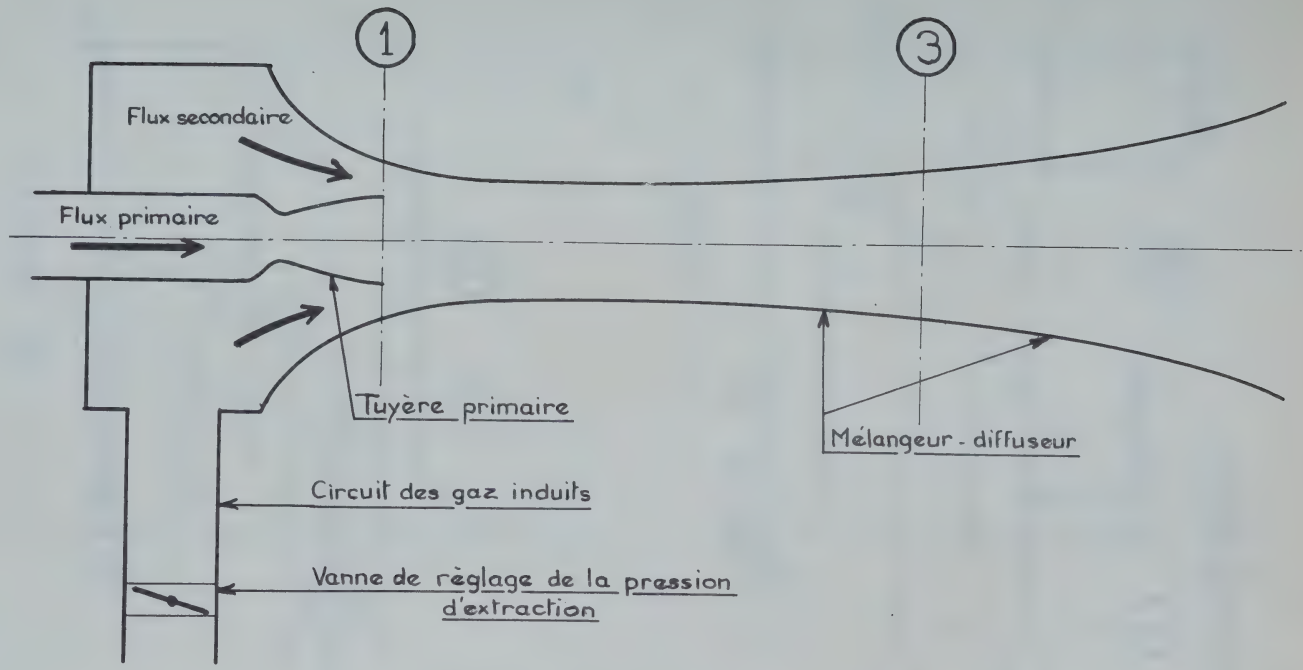


Figure 1 - Schema de principe d'un éjecteur supersonique

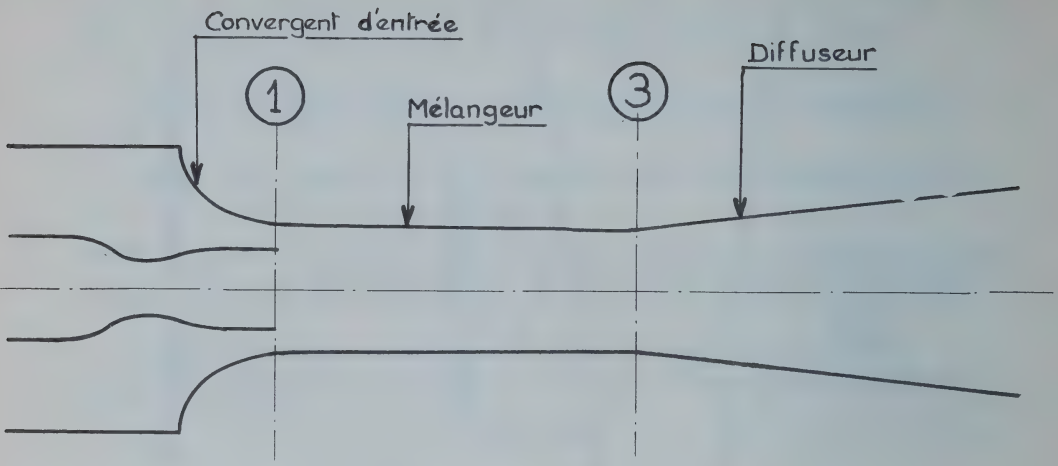


Figure 2

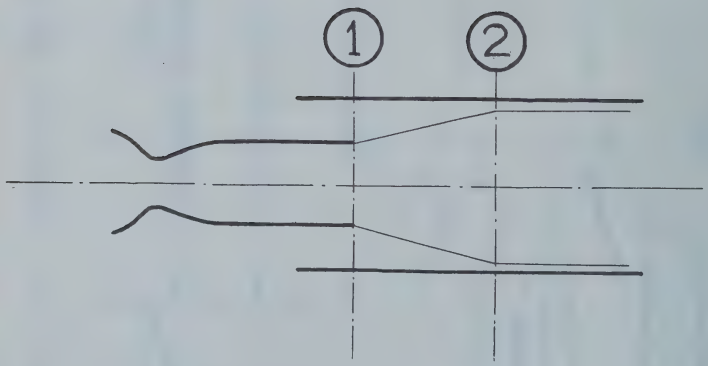


Figure 3

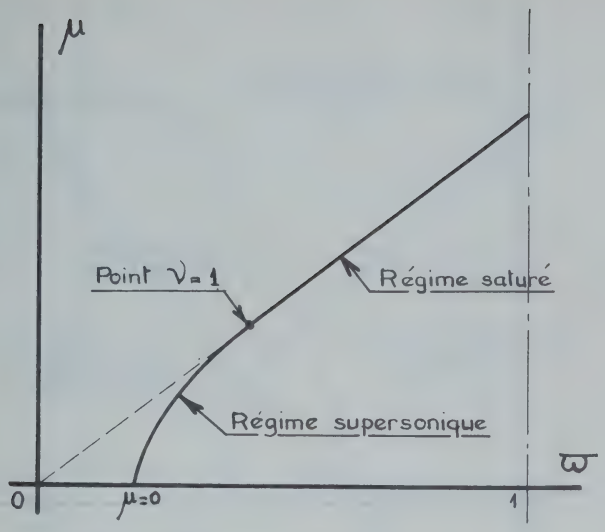


Figure 4

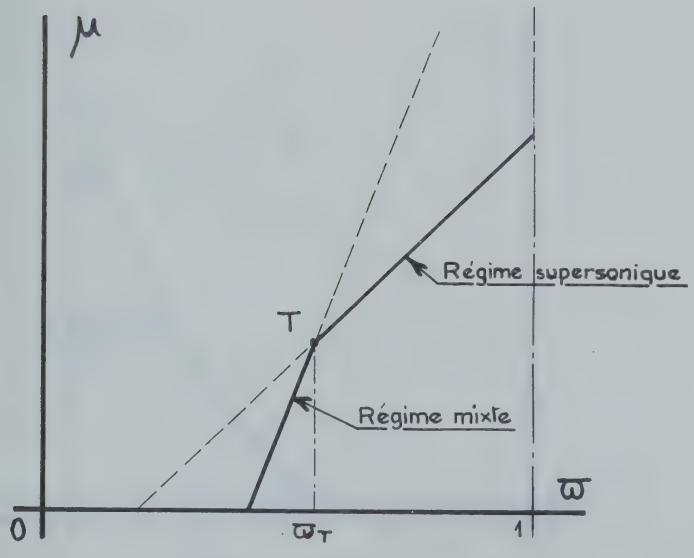


Figure 5

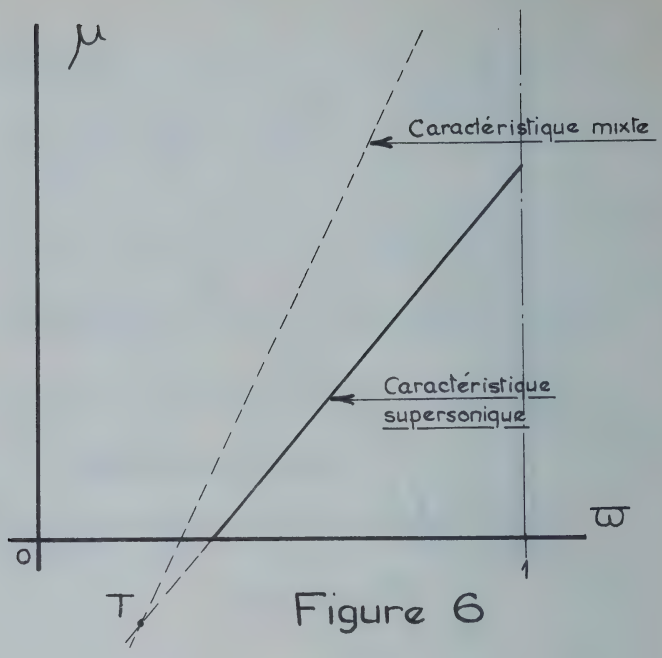


Figure 6

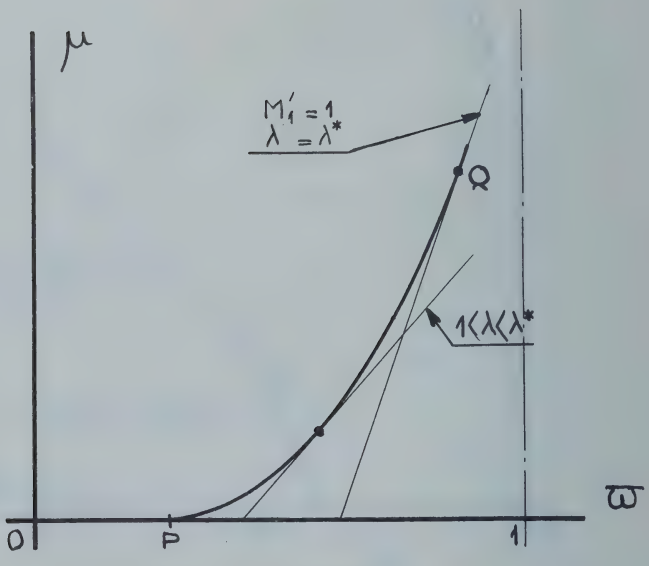


Figure 7

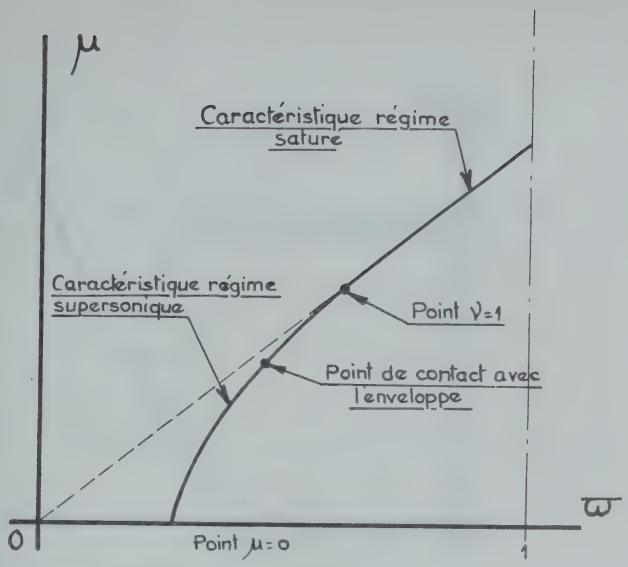


Figure 8

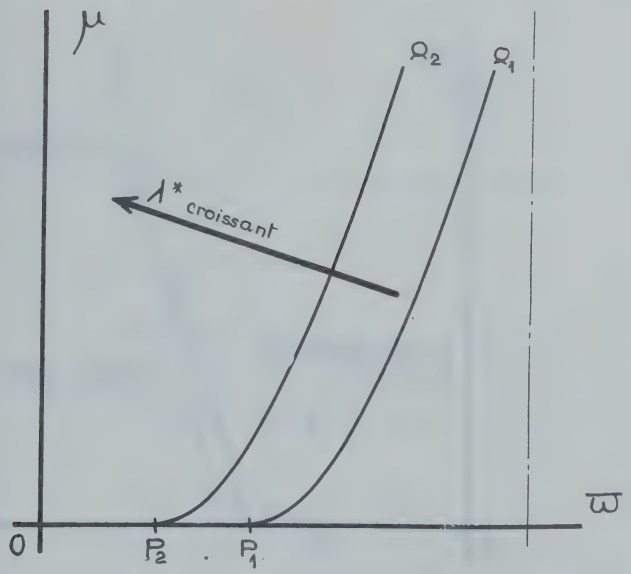


Figure 9

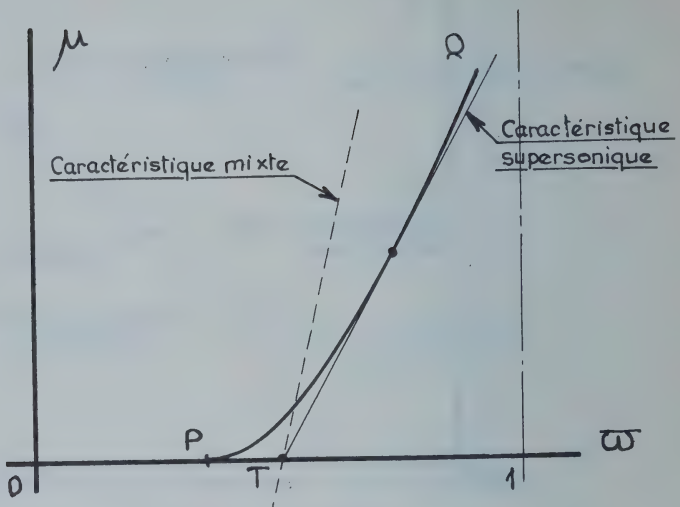


Figure 10

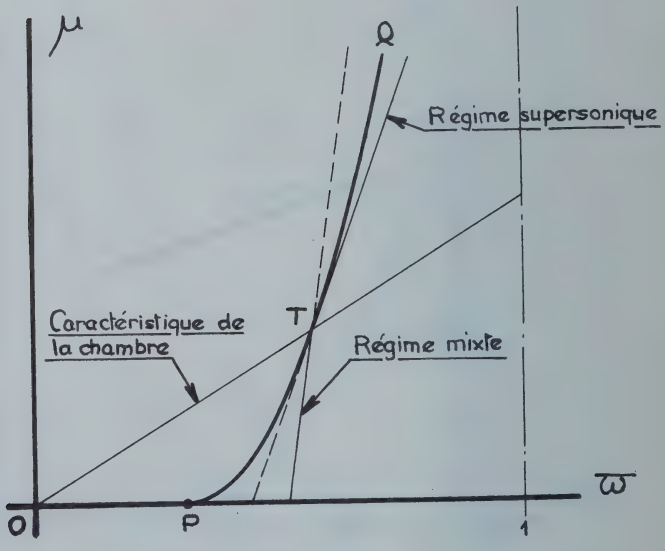


Figure 11

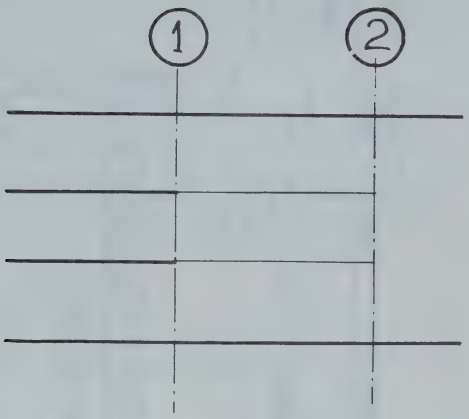


Figure 12

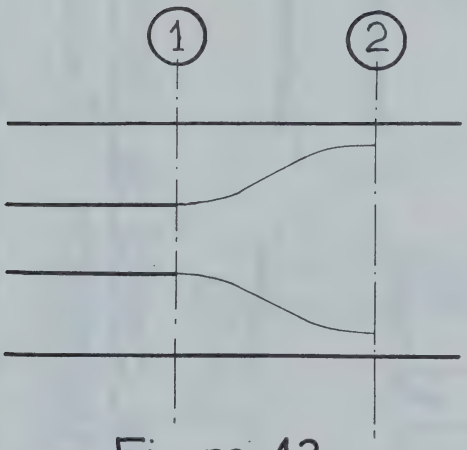


Figure 13

HISPANO SUIZA

EJECTEUR BANC 16

Planche 1

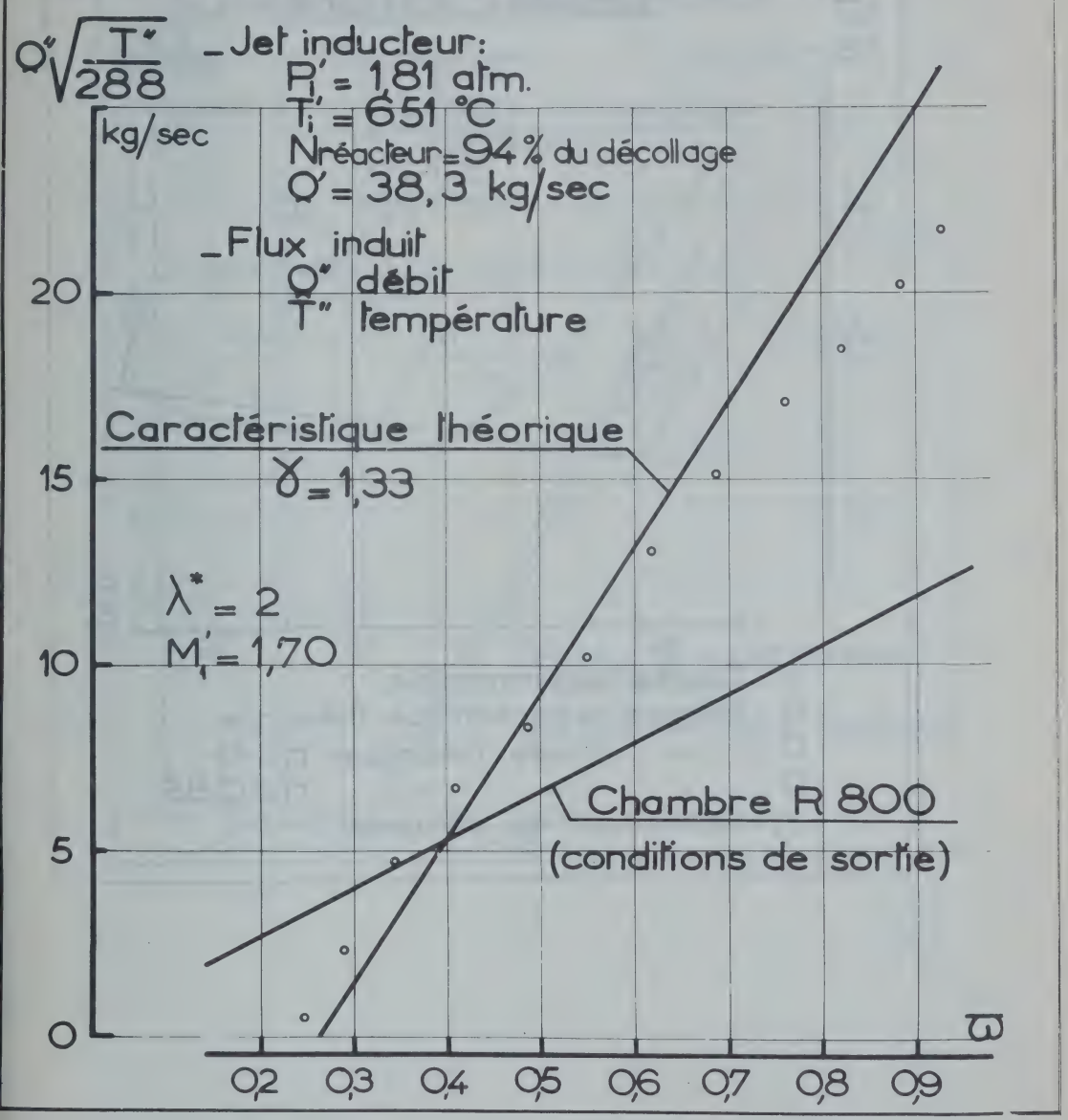
Banc d'essai de chambre de combustion en dépression (Ejecteur supersonique)

- 1. Sortie TR H.S. Nene
- 2. Vanne de règlage débit de by-pass
- 3. Vanne de règlage pression
- 4. Chambre de combustion
- 5. Entrée d'air froid
- 6. Calorifugeage

HISPANO SUIZA

EJECTEUR BANC 16 | Planche 2

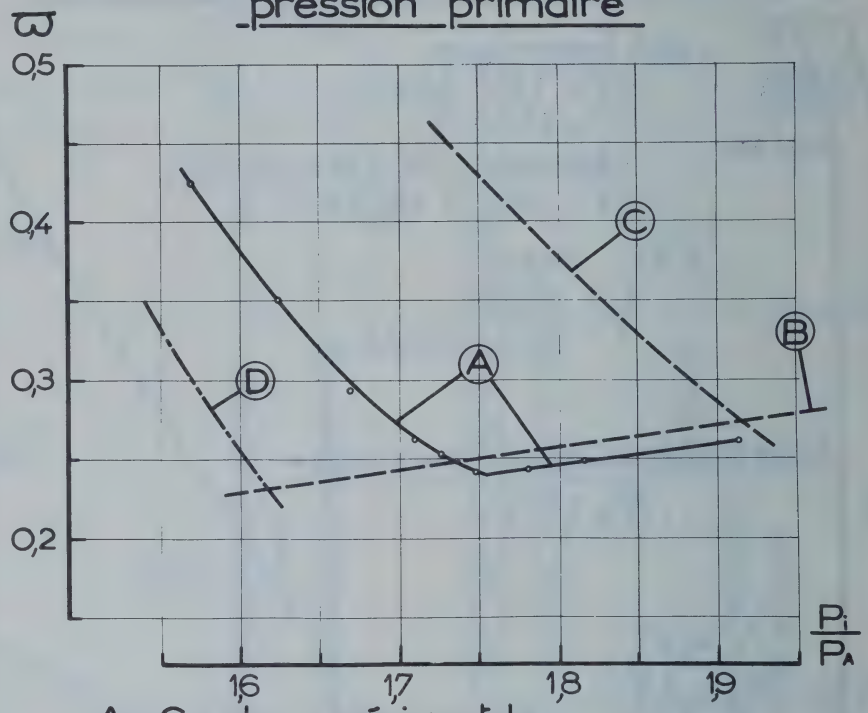
Caractéristique Débit - Pression



HISPANO SUIZA

EJECTEUR BANC 16 | Planche 3

Pression d'extraction en fonction de la pression primaire

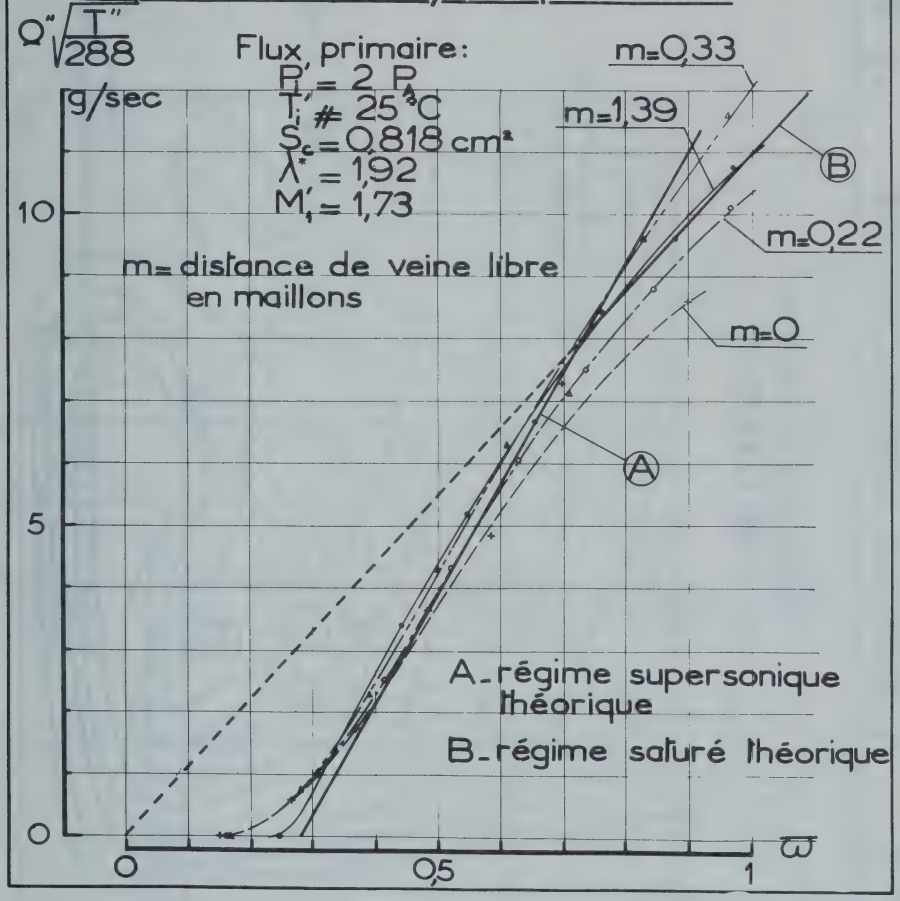


A _ Courbe expérimentale
B _ Régime supersonique théorique
C _ " mixte théorique $\eta = 0$
D _ " " " $\eta = 0{,}88$
η : Rendement du diffuseur

HISPANO SUIZA

EJECTEUR SUPERSONIQUE | Planche 4

Influence sur les performances $\mu.\varpi$, de la position de la tuyère primaire

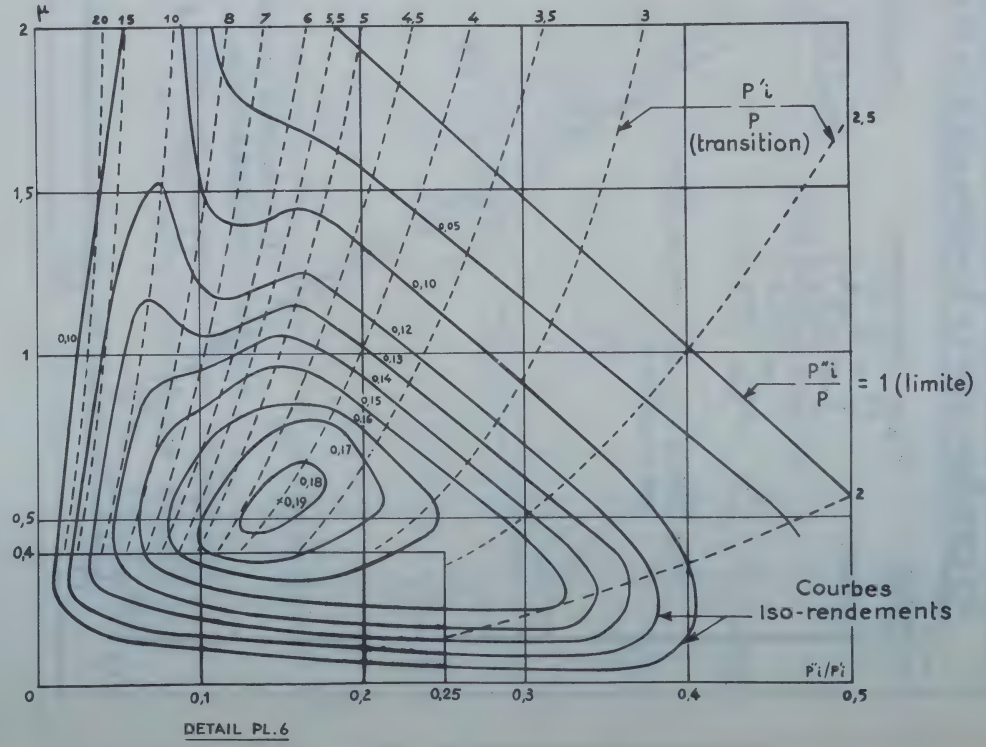


HISPANO SUIZA

EJECTEUR SUPERSONIQUE

PL.5

RENDEMENTS OPTIMA D'UN EJECTEUR



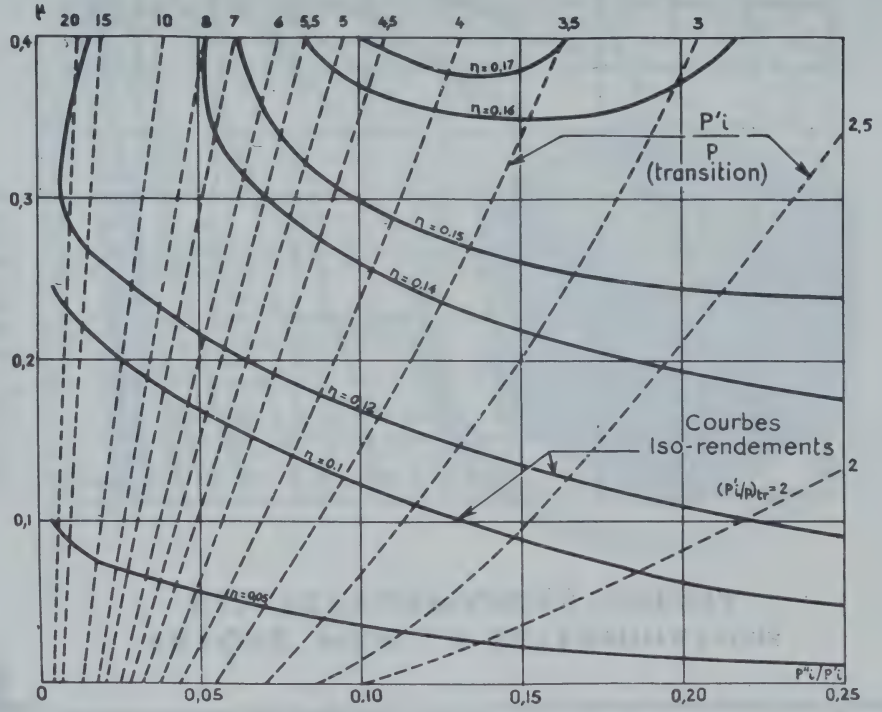
DETAIL PL.6

HISPANO SUIZA

EJECTEUR SUPERSONIQUE

PL.6

RENDEMENTS OPTIMA D'UN EJECTEUR (Détail)

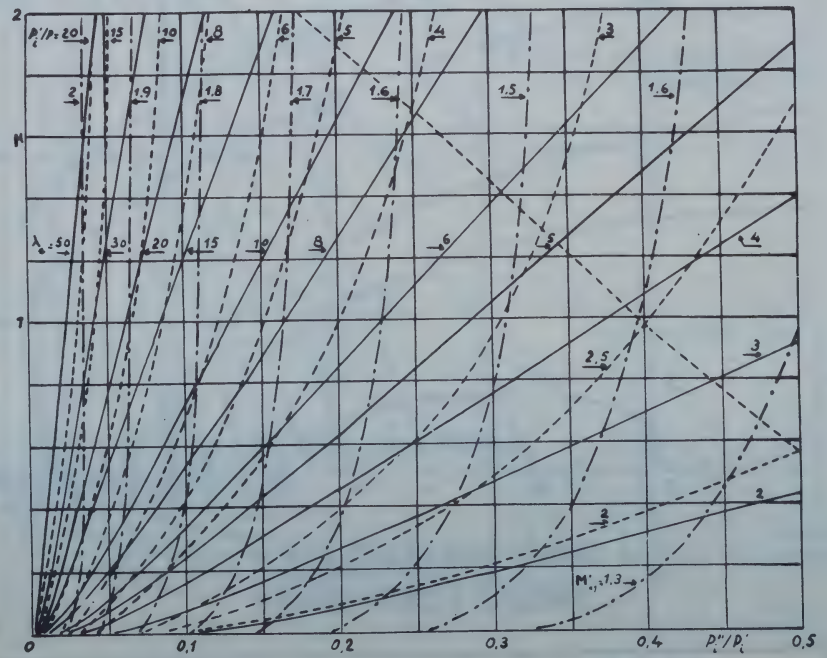


HISPANO SUIZA

EJECTEUR SUPERSONIQUE

PL 7

ABAQUE POUR LA DETERMINATION DES PERFORMANCES OPTIMA



In allen Ecken der Welt finden Sie

INTERAVIA

• **INTERAVIA** *Querschnitt der Weltluftfahrt*

• **INTERAVIA** *Luftpost*

• **INTERAVIA ABC** *Jahrbuch der Weltluftfahrt*

Nähere Information durch

INTERAVIA

GENF 11 • SCHWEIZ

LA SOUFFLERIE TRANSSONIQUE DE LA SOCIETE OUEST-AVIATION

par M. ROUILLET Jean (1)

La Société Française OUEST-AVIATION (anciennement S.N.C.A.S.O.) vient de construire et de mettre au point une soufflerie transsonique à caractère industriel. C'est une soufflerie intermittente, à rafales et induction, utilisant l'air comprimé dans un réservoir de grande capacité. Elle est en circuit fermé (Fig. 1).

Ses caractéristiques essentielles sont :

- zône de Mach ..... allant de 0,7 à 1,65
- pour une chambre d'expérience de section carrée .. 400 x 400 m/m
- durée de la rafale ..... 10 à 20 secondes
- temps de regonflage entre chaque rafale ..... 15 à 20 minutes
- pression génératrice ..... 1 kg, et pouvant monter à 2 kg.
- pression de l'air comprimé ..... 10 kg/cm2 absolu
- puissance installée ..... 120 cv.

1 - PRINCIPES ET DESCRIPTION GENERALE

1.1. Génération d'air comprimé (Fig. 3, 4 et 5) -

Un compresseur Worthington, d'une puissance de 120 cv, comprime de l'air dans un réservoir cylindrique de 63 m3, sous une pression absolue de 10 kg/cm2. Entre le compresseur et le réservoir sont installés, un déshuileur, un dessiccateur et un dépoussiéreur. La dessiccation obtenue permet d'atteindre un point de rosée de -40°. Rappelons qu'une soufflerie à fonctionnement continu nécessiterait, pour une même section de chambre, une puissance d'au moins 3.000 cv.

1.2. Injection (Fig. 2) -

Une vanne papillon R.S. Products, à ouverture rapide, de l'ordre de la seconde, permet ensuite de libérer, en l'espace de plusieurs secondes, de 10 à 20 secondes suivant le nombre de Mach étudié, une grande partie de l'air emmagasiné dans le réservoir. Cette vanne est à régulation pneumatique de façon à obtenir, en aval, une pression sensiblement constante 3 à 4 kg, tandis que la pression du réservoir descend de 10 à 5 kg.

Cet air n'est pas envoyé directement sur la maquette, comme dans le cas des souffleries à rafales pures. Nous avons, au contraire, profité de l'effet de trompe pour accroître les dimensions de la veine d'essais : L'air comprimé du réservoir est injecté dans le circuit aérodynamique proprement dit, par des fentes réglables

(1) Chef du Département d'Aérodynamique Générale à la Société OUEST-AVIATION.

situées en aval de la chambre sur les 4 faces de la section carrée et constituant une trompe à injection périphérique. C'est donc uniquement l'air induit qui balaye la maquette. Le coefficient d'entrainement obtenu (rapport en poids du fluide induit sur le fluide inducteur) est de l'ordre de 3, d'où une section de chambre trois fois plus élevée qu'avec une rafale pure. Mais cet avantage, obtenu par l'induction, est contrebalancé par une réduction du M maximum possible. Cependant, il faut noter ici la souplesse des souffleries à rafales, par rapport aux souffleries continues : dans le cas qui nous occupe, il est toujours possible, en utilisant le même ensemble compresseur-réservoir, d'adjoindre un deuxième circuit aérodynamique en rafale pure permettant de monter à un M de l'ordre de 3,5 , avec une chambre évidemment plus étroite, mais néanmoins capable des mêmes maquettes, ceci en profitant de l'inclinaison des ondes de choc avec l'augmentation de M.

1.3. Circuit aérodynamique proprement dit (Fig. 1 et 2) -

Nous avons choisi le principe d'une soufflerie à retour, en circuit fermé, afin d'éliminer les phénomènes de condensation et afin de pouvoir faire varier dans une certaine limite la pression génératrice, d'où le nombre de Reynolds.

La quantité d'air sec venant du réservoir au cours d'une rafale, est en effet de l'ordre de 10 fois supérieure en poids à celle de l'air existant initialement dans le circuit et il suffit alors de 1 à 2 rafales préliminaires pour obtenir à l'intérieur de la veine, un air suffisamment sec et éviter ainsi les ondes de condensation qui pourraient se produire à un M de 1,65.

Sur le circuit de retour, sont installées des soupapes d'échappement permettant l'évacuation rapide d'une quantité d'air sensiblement égale à celle de l'air injecté. Ces soupapes permettent en outre, de maintenir une pression génératrice pratiquement constante et pouvant varier, suivant leur réglage, de 1 à 2 atmosphères.

Dans ces conditions, le circuit cérodynamique comprend les différents éléments suivants (Fig. 6) :

1. Une chambre de tranquillisation suivie d'un convergent avec un rapport de contraction de 12.

2. La chambre d'expérience avec ses différentes tuyères interchangeables. Deux grandes portes permettent l'accès aux maquettes, elles sont munies de glaces optiques pour l'étude de la visualisation.

Nous disposons à l'heure actuelle de 4 tuyères rapidement interchangeables, le changement s'opérant en l'espace d'une quinzaine de minutes : une tuyère subsonique et transsonique à parois perforées couvrant une zône de Mach de 0,7 à 1,15 et trois tuyères pleines supersoniques 1,25 , 1,44 et 1,65.

3. Un troisième élément constitué essentiellement par un deuxième col dont le réglage par vis et vérin permet la régulation du Mach en subsonique.

Cet élément contient également le pied-support de la balance en dard, à profil lenticulaire.

4. Un quatrième élément où s'effectue l'injection de l'air comprimé venant du réservoir. Cet air est amené à la partie inférieure par une canalisation de grande dimension, il se répartit ensuite dans une enceinte entourant les 4 côtés du circuit aérodynamique, puis se déverse dans le circuit sur les 4 faces par un système de

fentes réglables permettant de faire varier les caractéristiques de fonctionnement de la trompe ainsi constituée. Au cours d'une même rafale, ainsi que nous l'avons indiqué plus haut, c'est dans cette enceinte que la pression de l'air comprimé est maintenue pratiquement constante, tandis que la pression de l'air du réservoir diminue dans de grande proportion.

5. Un mélangeur, puis un diffuseur de 6° d'angle au sommet.

6. Le circuit de retour avec ses soupapes d'échappement et ses 4 coudes à 90° équipés d'aubes réglables.

2 - MESURES ET APPAREILLAGES

2.1. Généralités -

Les essais en soufflerie portent essentiellement sur des mesures d'efforts et de pressions. Comme il est de règle dans la plupart des souffleries à grande vitesse, la détermination de ces grandeurs est effectuée par des dynamomètres à jauges à fil résistant.

Le fonctionnement en rafale ne durant que quelques secondes, il est d'autre part indispensable d'effectuer l'enregistrement des mesures avec un appareillage à court temps de réponse. Et ceci, d'autant plus, que pour augmenter encore la rapidité des essais, il est avantageux de pouvoir effectuer une polaire de 7 à 8 points au cours de la même rafale.

Enfin, attirés par cet avantage de rapidité, nous avons été amenés à rechercher à inclure dans la chaine d'enregistrement, un montage analogique permettant d'obtenir immédiatement les coefficients sans dimension utilisés par les bureaux de calculs d'avion. Outre l'avantage d'éviter des dépouillements plus ou moins longs et toujours fastidieux, cette façon de procéder permet, pendant que s'effectuent le regonflage du réservoir et les changements de configuration de la maquette, de l'ordre du 1/4 d'heure, d'examiner les résultats de l'essai qui vient d'avoir lieu et d'en déduire une orientation pour les essais suivants.

2.2. Balances -

Parmi les différentes balances utilisées, en dard et à la paroi, je décrirai uniquement la balance à 3 composantes (portance, moment et trainée) qui se caractérise par (Fig. 7) :

- Un anneau dynamométrique pour la mesure de la trainée et situé dans le prolongement du dard.

- Un dard du type classique pour la mesure du Cz et du Cm, et qui prend appui sur le corps de balance par l'intermédiaire de 2 ou 3 paliers en caoutchouc ne permettant qu'un déplacement axial. Cette disposition assure une bonne décomposition des efforts de portance et de trainée tout en garantissant une bonne rigidité et l'absence de jeu.

- Un carènage de dard suffisamment résistant pour assurer, par l'intermédiaire d'un des paliers caoutchouc, un des appuis du dard, dont la longueur de flexion

est ainsi réduite au minimum. Cette disposition évite les contacts parasites avec le carènage et permet les essais jusqu'à des incidences plus élevées.

- Un bâti d'incidence permettant de faire prendre des incidences variables, à la maquette, autour d'un axe passant par son centre de gravité ; il permet, en outre, des translations verticales de plusieurs centimètres. Ces mouvements sont assurés grâce à 2 groupes de vis mères dont les vitesses de rotation se trouvent dans un rapport donné.

La détection de la portance et du moment de tangage est assurée par 2 ponts distincts de 4 jauges, constitués chacun d'un "demi-pont amont" situé en avant du centre de gravité et d'un "demi-pont aval". On compense les interactions ou les imperfections d'un tel montage qui peuvent être d'ordre électrique ou d'ordre mécanique, par des circuits correcteurs électriques obtenus en shuntant le demi-pont le moins sensible par des résistances réglables. On modifie ainsi à volonté le $\frac{dR}{R}$ en jouant sur le dénominateur R.

De même, il est possible par un procédé identique de faire coïncider le point neutre du pont de moment avec le centre de gravité prévu sur l'avion, de faire varier, si besoin est, ce centrage et d'effectuer tout transport de moment désiré.

La mesure de la trainée est assurée par un pont de 4 jauges collées sur l'anneau dynamométrique. Il s'est révélé, alors, une interaction portance-trainée : les appuis élastiques encaissent, en fait, une réaction à composante horizontale introduisant une trainée supplémentaire. Il a été trouvé, en effet, que cette composante additionnelle était proportionnelle aux déformations de flexion du dard en un point voisin de l'appui avant. Il a été alors très facile d'éliminer cette interaction en injectant dans le pont de trainée la tension de déséquilibre de 2 jauges collées sur le dard et convenablement shuntées suivant un processus analogue à celui déjà signalé.

Cette balance ainsi conçue présente une précision de l'ordre du 1 % et une très bonne fidèlité.

2.3. Appareillage de mesure -

L'équipement actuel comprend : 6 voies statiques pour la mesure des 6 composantes classiques et pouvant servir également pour les moments de charnière, les pressions, etc..., et de 2 voies dynamiques pour les études d'amortissement, de dérivées croisées, de flutter, etc...

Les caractéristiques essentielles de l'appareillage dit statique sont : enregistrement à temps de réponse relativement court, et, montage analogique permettant d'obtenir immédiatement les coefficients Cz, Cx, Cm, C_L, C_N et Cy.

2.3.1. Ces appareils d'enregistrement sont constitués par des potentiomètres auto-équilibrants Speedomax, fabriqués en France par la Maison M.E.C.I. Un stylet inscripteur se déplace horizontalement et sa course totale d'une valeur de 250 m/m est parcourue en une seconde. Comme pratiquement au cours de chaque rafale, d'une durée moyenne de 10 secondes, on effectue 7 à 8 points de polaire, le temps de réponse entre deux points consécutifs est nettement inférieur au 1/10 de seconde.

2.3.2. L'appareillage analogique, qui a été mis au point, se caractérise notamment par son faible encombrement et son faible prix de revient, tout en gardant une précision nettement suffisante pour des mesures en soufflerie. Il permet d'effectuer les 5 opérations suivantes, qui se résument en 2 multiplications et 3 additions :

1. Corrections de surface et de pression dynamique : q_o S -

Cette multiplication est réalisée électriquement par un montage à rhéostat modifiant, dans un rapport donné, la tension aux bornes du pont de mesure.

2. Correction de $\frac{q}{q_o}$ (ne s'effectuant que pour des essais à M variable) -

La pression dynamique q, variable au cours de la rafale, est détectée par une capsule manométrique à jauges, constituant le pont d'une des 6 voies de mesure énumérée plus haut. Ce speedomax commande alors un rhéostat monté dans chacune des autres chaines de mesure.

3. Correction de trainée de culot -

La pression de culot est détectée par une capsule manométrique à jauges. La tension de déséquilibre obtenue est alors introduite en série dans la chaine de trainée par un montage en potentiomètre.

4. Compensation des forces de pesanteur -

Avec les variations d'incidence, il existe une composante de poids, suivant l'axe du dard, de l'ensemble maquette, dard et corps central, qui introduit un effort de trainée parasite sur le dynamomètre de trainée. La correction est obtenue également par un montage en potentiomètre qui est actionné par le moteur de commande d'incidence.

5. Changement des axes de référence -

Cette correction a pour but de ramener les coefficients sans dimensions, mesurés par rapport à des axes liés à la maquette, aux axes habituellement utilisés et liés à la vitesse. Cette opération se ramène finalement à 2 multiplications et une addition qui s'opèrent électriquement par des potentiomètres spéciaux.

3 - CONCLUSIONS

Construite en 14 mois, mise au point en 4 mois effectifs, cette soufflerie conçue dans un but industriel, doit permettre, grâce à sa souplesse et à sa rapidité d'exécution, de faire face aux besoins sans cesse accrus des bureaux d'études.

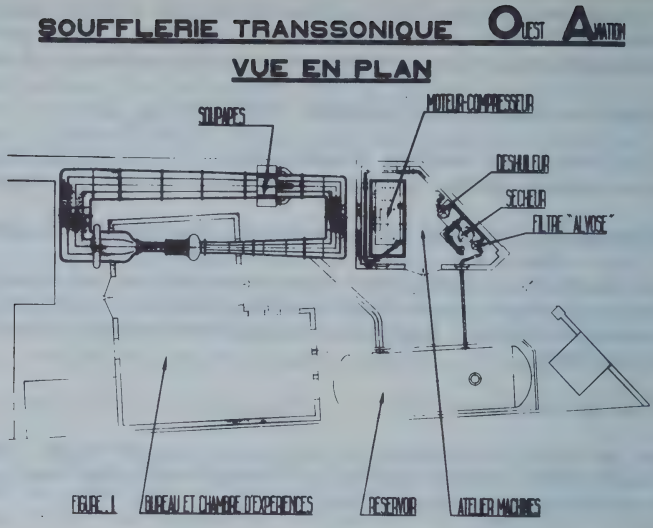


Fig. 1 - Schéma général - Vue en plan

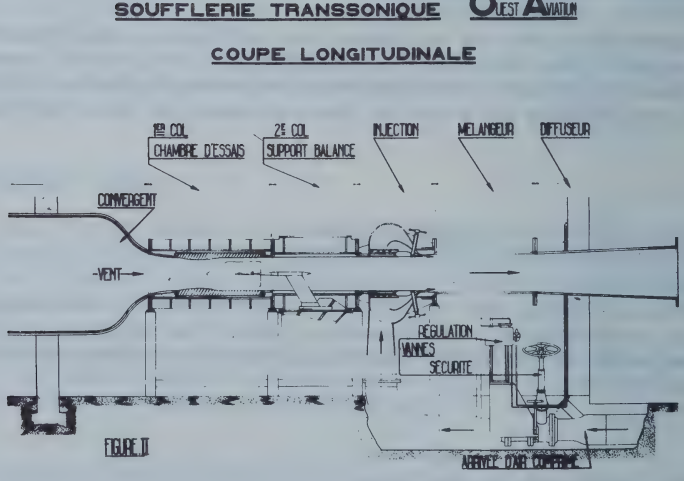


Fig. 2 - Coupe longitudinale

Fig. 3 - Vue sur la soufflerie

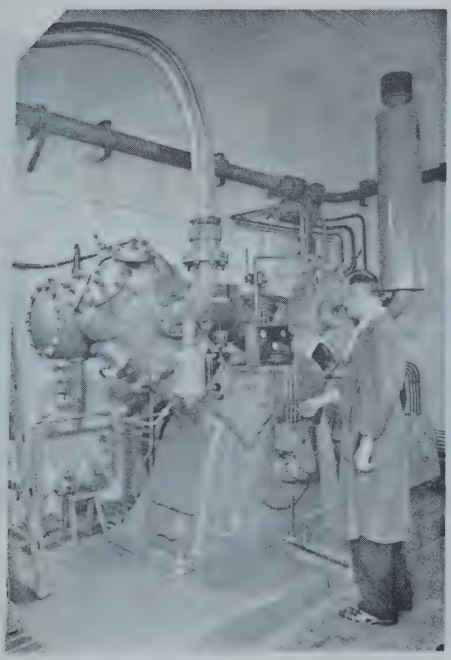


Fig. 4 - Ensemble compresseur

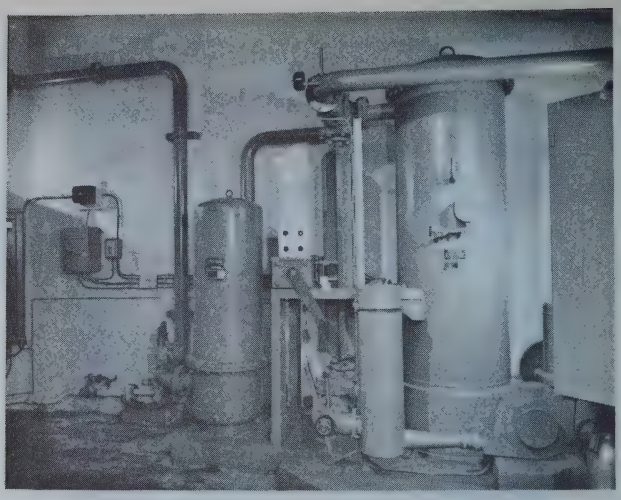


Fig. 5 - Installation dessiccation

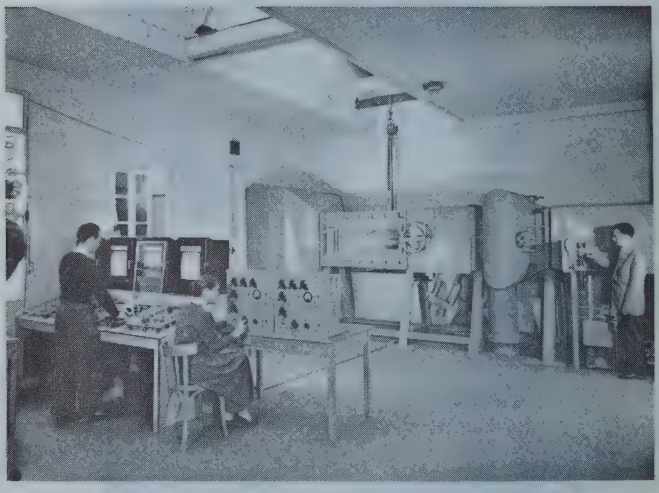


Fig. 6 - Ensemble de la veine

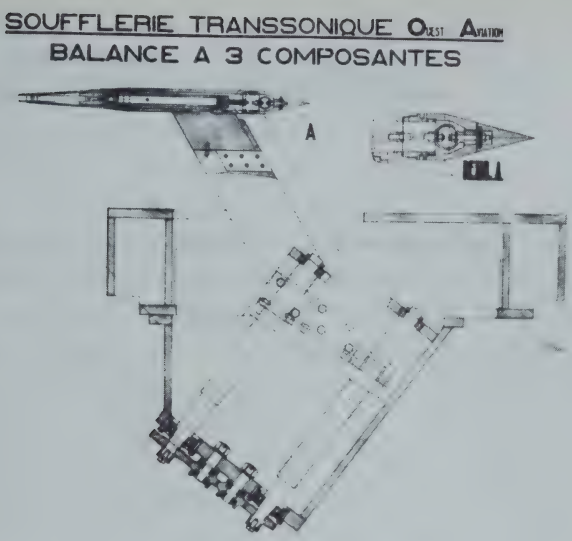


Fig. 7 - Balance à 3 composantes

Fig. 8 - Ensemble de l'appareillage de mesures statiques

Instationäre Rückwirkungen in Überschallschaufelgittern.

I. Ryhming

1. Einleitung

Den folgenden Betrachtungen liegt ein in üblicher Weise abgewickeltes, gestaffeltes Flügelgitter einer Turbine oder eines Axialverdichters zugrunde. Dieses werde unter einem zunächst nicht näher festgelegten Winkel mit Überschallgeschwindigkeit angeströmt. Die Machzahl M der Anströmung kann dann in eine Normalkomponente zum Schaufelgitter M_n (Axialkomponente) und eine Tangentialkomponente M_t (Umfangskomponente) zerlegt werden (Abb. 1). Je nachdem ob die Axialkomponente der Machzahl größer oder kleiner als eins ist, gibt es bei Überschall axiale Rückwirkungen ($M_n < 1$) oder es gibt keine ($M_n > 1$). Der letztere, einfachere Fall bietet gegenüber dem mit $M_n > 1$ angeströmten Einzelprofil nichts Neues. Der erstere Fall der axialen Rückwirkung $M_n < 1$ ist problematischer und sei im Folgenden behandelt. Um das Problem nicht unnötig zu komplizieren, seien die Schaufeln als so tief angenommen, daß keine Machlinie vom Schaufelende v o r das Schaufelgitter gelangen kann, wie es in Abb. 1 dargestellt ist. In dem hier ausgeschlossenen Fall gibt es Rückwirkungen durch das Schaufelgitter hindurch. Er kann nicht gelöst werden ohne nähere Angaben über die Strömung hinter dem Gitter.

Das formulierte Problem interessiert vor allem für das Studium der Strömungsverhältnisse am Eintritt oder Austritt von Laufrädern hoher Umlaufgeschwindigkeit.

Wir wollen nun die Strömung als quasistationär annehmen, d.h., die Strömung wird für jede Stellung des Laufrades zum Leitrad als stationär behandelt. Diese vereinfachte Annahme hat für eine erste Behandlung den großen Vorteil, schnell allgemeine Ergebnisse als Ausgangspunkt für genauere und speziellere Rechnungen zu liefern.

Später wollen wir dann mit dem Ausgangspunkt von den erhaltenen Ergebnissen im quasistationären Fall die Relativgeschwindigkeit zwischen Lauf- und Leitrad berücksichtigen, um damit die eigentlichen instationären Rückwirkungen im Gitter behandeln zu können.

2. Gitter mit Leitrad, lineare stationäre Theorie.

Für die Behandlung werden entsprechend der Voraussetzung kleiner Störungen, welche der Linearisierung zugrunde liegt, die Gitter als Strichgitter paralleler Geraden angenommen. Das kartesische Koordinatensystem sei so gedreht, daß die x-Achse in die Hauptströmrichtung fällt (Abb. 2). Bezeichnungen: Teilung a, Relativteilung b, Gitterwinkel des Leitrades β, Anstellung der Laufschaufel mit dem Winkel ϵ gegen die Anströmrichtung, positiv bei Expansions-, negativ bei Kompressions-Strömung. Die Anström-Machzahl ist M und der Machwinkel α.

Im Folgenden sollen erstens die Randbedingungen dadurch erfüllt werden, daß auf den zur x-Achse parallelen Laufschaufeln Quellen und Senken angenommen werden, was einer v o r g e g e b e n e n v-Komponente dort entspricht. Später wollen wir die e x a k t e Randbedingung verwenden: $tg\epsilon = \frac{v}{u}$. Es wird sich zeigen, daß zwischen der ersten, genäherten und der zweiten exakten Erfüllung der Randbedingungen ein wesentlicher Unterschied besteht.

A. Genäherte Randbedingungen.

Auf den beiden Scharen der Machschen Linien, in Abb. 2 als Geraden unter $\alpha = \pm 45^\circ$ eingezeichnet, gelten die Bedingungen:

$$\begin{aligned} &\text{auf } \xi = \text{konst}: \quad u - v = \text{konst.} \\ &\text{auf } \eta = \text{konst}: \quad u + v = \text{konst.} \end{aligned} \qquad (1)$$

Durch dieses hier nicht abgeleitete Ergebnis der Theorie ebener linearer Überschallströmung liegt die Lösung bereits völlig fest.

Abb. 3 zeigt ein Leitrad - oder eine Reihe von Lavaldüsen - mit gleichem Gitterabstand wie das Laufrad. Die Störungen des Leitrades können sich stromaufwärts von jener Machlinie nicht mehr bemerkbar machen, welche in das Leitrad, ausgehend von seinen Endkanten, hineinläuft. Davor herrscht ungestörte Anströmung u_0, $v_0 = 0$. Der mit 1 bezeichnete Teil des Laufrades steht nur unter dem Einfluß des Anströmzustandes; u_1 kann mit der unteren Gl. (1) sofort berechnet werden. Der Teil 2 des Leitrades steht hingegen nur unter dem Einfluß von Teil 1 u.s.w. So fortschreitend läßt sich der in Abb. 3 gezeigte "Normalfall" der ganzen Strömung

berechnen. Gemäß Gl. (4) und der Randbedingung $v_1 \equiv$ konst. im Laufrad gilt dann:

$$u_1 = u_o - v_1,$$

$$u_2 = u_1 - v_1,$$

$$u_3 = u_2 - v_1.$$

Bei jeder Reflexion einer Machlinie, welche vom Leitrad zum Laufrad oder vom Laufrad zum Leitrad führt, wird der u-Wert um den gleichbleibenden Betrag v_1 geändert. Eine Reflexion einer Machlinie, welche nur von einer Laufradwand zur anderen führt, gibt beim angenommenen Gitter keine u-Änderung. In Abb. 4 ist ein komplizierterer Fall der axialen Rückwirkung gezeigt. Hier wird die von der Hinterkante der Leitschaufel ausgehende linksläufige Machlinie erst nach einigen Reflexionen an folgenden Leit- und Laufschaufeln schließlich in das Laufrad hineinreflektiert. Um die Strömung in Abb. 4 zu berechnen, geht man vom Zustand 0 aus und gelangt zu den Zuständen 1, 2 und 3. Um nun im Gitter nicht von einer Schaufel zur nächsten fortschreiten zu müssen, geht man am besten längs der gestrichelten Linien wieder zurück auf die erste Laufschaufel. Von dort geht es über 4 nach 5 u.s.w.

Wegen $v_o = v_2 = v_4 = v_6 = v_8 = 0$ und

$v_1 = v_3 = v_5 = v_7 = v_9 \equiv$ konst. gilt nun

$$u_{i+1} = u_i - v_1, \qquad \text{für } i \leq 8.$$

Erst von 9 aus wird die Machsche Linie in das Laufrad hineinreflektiert.

Aus diesem letzten Beispiel ist zu ersehen, daß die Reflexionsgeometrie der Machschen Linien im Gitter eine große Rolle für die Strömung spielt. Wir verzichten aber hier, auf die Reflexionsgeometrie tiefer einzugehen und wollen hier nur ein paar bemerkenswerte Tatsachen dafür geben.

Bei den Stellungen

$$b/a = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha \cdot \sin\beta}, \qquad b/a = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha \cdot \sin\beta}; \qquad b/a = \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)},$$

und für b/a-Werte in der unmittelbaren Nähe von dem letztangegebenen Wert bekommt man Strömungsbilder, welche in Abb. 5 gezeigt sind. Man erhält bei diesen Stellungen geschlossene periodische Kurvenzüge, welche unverändert ins Unendliche laufen.

Das Auftreten von geschlossenen Kurvenzügen, längs denen man laufend zu höheren oder niedrigeren u-Werten gelangt, bedeutet einen Widerspruch. Diese Nichtexistenz von Lösungen kann man auch so ausdrücken, daß die Bedingungen nach Gl. (1) zu einem linearen Gleichungssystem führen, dessen Koeffizientendeterminante bei gleicher Anzahl von Gleichungen und Unbekannten verschwindet. In der unmittelbaren Umgebung von einer solchen Stellung weisen natürlich die Strömungszustände eigentümliche Werte auf, ein Zeichen, daß in diesen Gebieten die linearisierte Theorie nicht länger gültig ist.

Dies ist wohl der erste bekanntgewordene Fall, für den es keine Lösung für die l i n e a r i s i e r t e Überschallgleichung gibt. Hingegen ist bekannt, daß eine Lösung der e x a k t e n Gleichung an "Grenzlinien" aufhört, wie erstmalig Tollmien zeigte. Hier beim Gitter wurde ein Beispiel gezeigt, das zu Widersprüchen führt.

Ein Teil von diesen Ergebnissen wurde schon von Oswatitsch auf der VDI-Fachsitzung in Karlsruhe 1953 gebracht.

B. Exakte Randbedingungen.

Die exakte Randbedingung auf den Schaufeln ist gegeben durch

$$\operatorname{tg}\epsilon = \pm \frac{v}{u} ,$$

je nachdem, ob wir eine Kompressions- oder Expansions-Strömung berechnen wollen. Wir legen für unsere Untersuchung $\epsilon = 15^{\circ}$ fest. In Abb. 6 ist die Lösung für das Strömungsproblem für bestimmte feststehende Stellungen innerhalb einer Teilung des Leitrades dargestellt. ($\alpha = 45^{\circ}$, $\beta = 30^{\circ}$). Um die Strömung bei dem Normalfall Abb. 6a zu berechnen, haben wir für den mit 1 bezeichneten Teil des Laufrades gemäß Gl. (1):

$$\left.\begin{aligned} u_o &= u_1 + v_1 \\ u_1 &+ v_1 \operatorname{tg}\epsilon = 0 \end{aligned}\right\} \qquad \begin{aligned} v_o &= 0 \\ \text{oder } u_1 &= \frac{u_o}{1 - \operatorname{tg}\epsilon} \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis gilt für die Machzahl $\sqrt{2}$; für eine beliebige Machzahl bekommt man:

$$u_1 = \frac{u_o}{1 - tg\alpha \cdot tg\epsilon} .$$

Nun läßt sich Teil 2 berechnen, der nur unter Einwirkung von Teil 1 steht.

$$u_2 = u_o \frac{1 + tg\alpha\, tg\epsilon}{1 - tg\alpha\, tg\epsilon} , \quad v_2 = 0 . \qquad (2)$$

Für Teil 3 bekommt man

$$u_3 = u_o \frac{1 + tg\alpha\, tg\epsilon}{(1 - tg\alpha\, tg\epsilon)^2} \qquad v_3 = - u_3\, tg\epsilon$$

und für Teil 4:

$$u_4 = u_o \frac{1 + (tg\alpha\, tg\epsilon)^2}{(1 - tg\alpha\, tg\epsilon)^2} ,$$

$$v_4 = u_o\, tg\epsilon \frac{1 - tg\alpha + tg\alpha\, tg\epsilon\,(1 + tg\alpha)}{(1 - tg\alpha\, tg\epsilon)^2} .$$

Die Normalfall-Lösung ist gültig innerhalb $1 > \frac{b}{a} > 0{,}423..$

Zunächst wollen wir uns nun mit der Stellung b/a = 0,316.. befassen (Abb. 6b). Bei der früheren Behandlung gab es bei dieser Stellung einen Widerspruch. Stellt man aber hier nach Gl. (1) das Gleichungssystem auf und beachtet man dabei die Randbedingungen:

$$v_1 + u_1 \cdot tg\epsilon = 0$$
$$v_{\underline{7}} + u_{\underline{7}} \cdot tg\epsilon = 0$$
$$v_{\overline{7}} = v_2 = 0 ,$$

erhält man folgende Lösung:

$$u_1 = \frac{u_o}{1 - tg\epsilon} ; \quad u_2 = u_o \frac{1 + tg\epsilon}{1 - tg\epsilon} ; \quad u_{\overline{7}} = u_{\underline{7}} = 0;$$

$$u_{10} = \frac{1}{2} u_o ; \qquad u_{\overline{8}} = u_{\underline{8}} = \frac{1}{2} u_2 ;$$

Es besteht also hier k e i n Widerspruch mehr, aber das Resultat $u_7 = u_7 = 0$ zeigt schon, daß die L i n e a r i s i e r u n g für diese Stellung nicht verwendbar ist. Untersucht man die Strömung für noch kleinere b/a-Werte, findet man, daß innerhalb gewisser Intervalle der Teilungsperiode die Lösung von demselben Typus ist wie bei der Stellung $\frac{b}{a} = 0{,}316$..(Beispiel Abb. 6c).

3. Gitter mit Leitrad, exakte stationäre Theorie.

Das früher für kleine Störungen behandelte Strömungsproblem in Gittern soll nun hier mit Rücksicht auf die Endlichkeit der Störungen, d. h. ohne die Linearisierung, erweitert werden. Das Problem wird also mit der Charakteristiken-Methode, und zwar nach der drehungsfreien Näherung stationär zweidimensional behandelt. Um diese Methode verwenden zu können, sollen die auftretenden Stöße von einer geringen Stärke sein. Dieses ist eine Bedingung, die bei unserer Behandlung immer erfüllt ist, weil der Anstellwinkel ϵ der Laufschaufel klein angenommen ist (Abb. 2).

Man muß nun zwei verschiedene Fälle bei der Strömung durch das Gitter unterscheiden, nämlich Expansions- und Kompressionsströmung.

A. Das Expansionsproblem.

Bei der Behandlung der Expansionsströmung wählen wir $\beta = 20^\circ$ und $\epsilon = 5^\circ$ und studieren nun die Strömung durch das Gitter bei verschiedenen Stellungen. Die Anströmmachzahl legen wir mit M=1,435 fest.

In Abb. 7 sind zwei Strömungsbilder dargestellt. Im Vergleich mit der linearen Theorie bekommt man durch eine Gegenüberstellung von Abb. 6 und 7 folgendes: Bei solchen Stellungen, bei denen wir mit der linearen Theorie eine Lösung gefunden haben, sind die Strömungsbilder der linearen und der exakten Theorie einander grundsätzlich gleich. Bei solchen Stellungen, wo die lineare Theorie versagt, findet bei der exakten Behandlung eine "Überexpansion" des strömenden Mediums statt. Dabei ist der Expansionswinkel der Expansionsfächer so groß, daß das ganze Rückwirkungsgebiet von dem Fächer überdeckt ist (Abb. 7b).

B. Das Kompressionsproblem.

Bei der Kompressionsströmung legen wir $\epsilon = -5^{\circ}$ und $\beta = 30^{\circ}$ fest.

In Abb. 8 ist der Normalfall der Strömung gezeigt (M=1,775). Da die Machzahl hinter jedem auftretenden Stoß abnimmt, erkennt man sofort, daß die ursprüngliche Machzahl groß genug sein muß, um eine Strömung im Überschallgebiet zu bekommen.

Dieses Strömungsbild ist gültig innerhalb $0{,}525 < b/a < 1$. Bei $b/a = 0{,}525$ tritt der an der Oberseite der Laufschaufel reflektierte Stoß vor die Vorderkante der Laufschaufel. Die Stöße laufen dann zusammen und das ganze Strömungsbild ist verändert. Man erhält eine Unterschallströmung und die Charakteristikenmethode versagt.

Im Vergleich mit der linearen Theorie, welche für ϵ negativ etwa dieselben Resultate wie für ϵ positiv liefert, bekommt man folgendes: Für solche Stellungen b/a, wo die lineare Theorie eine gültige Lösung liefert, sind die Strömungsbilder im linearen und exakten Fall einander grundsätzlich gleich. Bei solchen Stellungen, wo die lineare Theorie versagt, geht die Strömung bei der exakten Behandlung in den Unterschallbereich über. Vorausgesetzt ist jedoch, um eine Lösung überhaupt im Überschallbereich zu bekommen, daß die Anströmmachzahl hoch genug ist.

4. Strömungsvorgang bei Berücksichtigung der Relativgeschwindigkeit zwischen Lauf- und Leitrad.

Falls man die Relativgeschwindigkeit zwischen Lauf- und Leitrad in einem Überschallgitter berücksichtigt, erhält man ein instationäres zweidimensionales Problem. Das instationäre Problem besteht darin, erstens die Strömung zu berechnen, wenn kein Vorgang auftritt, welcher eine instationäre Welle auslösen kann, und zweitens die Strömung zu berechnen, wenn eine plötzliche Veränderung des Strömungsbildes stattfindet und dann in der Strömung sich eine Welle ausbreitet. Weiter muß man, falls eine Welle schon ausgelöst ist, untersuchen, wie das ganze Problem dadurch beeinflußt wird.

Das erste Problem ist einfacher als das zweite. Es kann im Gitter entstehen, wenn b/a nahe eins ist. Man erhält dann einen Strömungsvorgang, welcher im linearen Falle so vorgeht, daß die verschiedenen von den Machlinien abgegrenzten konstanten Strömungsfelder durch die nunmehr bewegten Machlinien ihre gegenseitige Form etwas verändern, aber die Anzahl der verschiedenen Felder bleibt konstant. Man kann zeigen, daß man für dieses Problem die Gl. (1) verwenden darf. Natürlich hat man für die Berechnung andere Randbedingungen zu erfüllen, und zwar auf den bewegten Platten, wo nunmehr die Randbedingung durch:

$$v + u \cdot tg\epsilon = L\,(\sin\beta + \cos\beta \cdot tg\epsilon)$$

gegeben ist (L = Laufgeschwindigkeit der Platte in positiver xy-Richtung). Auf diese Weise bekommt man eine "Normalfall-lösung", welche etwa dieselbe momentane Konfiguration wie die stationäre Normalfallösung hat (Abb. 6a). Die Zustände in den verschiedenen Feldern sind jedoch durch die neuen Randbedingungen etwas anders.

Diese neue Normalfallösung bleibt dann unverändert, solange bis die erste sich gegen die Hauptströmrichtung bewegte Machlinie in Abb. 6a vor die Vorderkante der Laufschaufel tritt. In diesem Moment breitet sich eine instationäre zweidimensionale Welle aus, deren Form in Abb. 9 für $L = \frac{1}{4}\, c_\infty$, $M_\infty = \sqrt{2}$ dargestellt ist. In Abb. 9 ist ein neues Koordinatensystem gewählt, dessen x-Achse in Richtung der Platte fällt und dessen Ursprungspunkt mit der laufenden Machlinie fest verbunden ist.

Bei der Berechnung dieser Welle gelangt man über die allgemeine linearisierte Potentialgleichung zu einem konischen Strömungsproblem, d. h., die Zustände sind nur von

$$\bar{x} = \frac{x}{c_\infty \cdot t} \qquad \text{und } \bar{y} = \frac{y}{c_\infty \cdot t}$$

abhängig. Für die Berechnung der Zustände u, v und c auf der $\bar{x}$-Achse vor der Vorderkante der Platte bekommt man ein System von zwei Integralgleichungen, welche dieselbe v- und c-Komponente für $\bar{y} \gtrless 0$ ausdrücken. Die Welle ist aus einem hyperbolischen und einem elliptischen Teil zusammengesetzt. Falls nun

$$\frac{L}{c_\infty} < M_\infty \cdot \cos\beta - \sqrt{1 - M_\infty^2 \sin^2\beta}$$

ist, liegt die Vorderkante der Platte im $\bar{x}\bar{y}$-System im hyperbolischen Gebiet. Die Lösung der beiden Integralgleichungen ist dann einfach, weil hier sich die Kernfunktionen als Konstante erweisen. Dadurch sind auch die Zustände im ganzen hyperbolischen Gebiet konstant.

Für das Problem spielt die Laufgeschwindigkeit eine große Rolle, denn mit L ändert sich die Lage der ganzen Welle im Verhältnis zur $\bar{x}$-Achse. Falls

$$\frac{L}{c_\infty} > M_\infty \cos\beta + \sqrt{1 - M_\infty^2 \sin^2\beta}$$

ist, liegt die ganze Welle unter der $\bar{x}$-Achse. Die Laufgeschwindigkeit ist dann so hoch, daß die Platte sich schneller als die Welle in L-Richtung bewegt.

Damit sind die ersten beiden Probleme im linearen Falle gelöst. Das nächste Problem, nämlich wie die Strömung vorgeht, wenn schon Wellen sich ausbreiten, ist schwierig allgemein zu behandeln. Das Problem besteht nun darin, daß für gewisse Werte von L die Wellen schneller als die Schaufeln laufen und daher neue Wellen im Rückwirkungsgebiet auslösen können. Ob man in einem solchen Fall überhaupt eine quasistationäre periodische Lösung für das Problem findet, kann nicht ohne weiteres beantwortet werden.

Andererseits gibt es sicher im Gitter für hohe L-Werte einfachere Lösungen, weil dann die Schaufeln die Wellen "hinter" sich haben. Falls die Gittergeometrie in einem solchen Fall geeignet gewählt ist, werden dann die Wellen unmittelbar in das Laufrad hineinreflektiert.

Schrifttum:

[1] K. Oswatitsch: Vortrag bei der VDI-Fachsitzung, Karlsruhe 1953 (unveröffentlichtes Manuskript)

[2] K. Oswatitsch: Gasdynamik, Wien Springer-Verlag 1952

[3] K. Oswatitsch: Potentialwirbel-Gitter für Überschallgeschwindigkeiten. Z.f.Flugwiss. 4 (1956), Heft 1/2

[4] K. Oswatitsch: Über die Strömung in einem Überschallgitter. Allg. Wärmetechnik 6 (1955), S. 9/11.

[5] H. Söhngen: Strömung vor einem Überschall-Laufrad. DVL.-Bericht Nr. 11

[6] E. Strauss: Unveröffentlichtes Manuskript. Siehe etwa [2] Seite 315.

[7] H. Lomax, M. Heaslet, F. Fuller and L. Sluder: Two- and three-dimensional unsteady lift problems in high-speed flight. NACA Report 1077 (1952).

Bildunterschriften

Abb. 1: Flügelgitter ohne Leitapparat bei verschiedenen Machzahlen.

Abb. 2: Koordinatensystem im Gitter mit Leitapparat.

Abb. 3: Normalfall der Strömung im Gitter.

Abb. 4: Strömungsbild bei b/a = 0,425; Beobachten der Einwirkung der linksläufigen Schwanz-Machlinie.

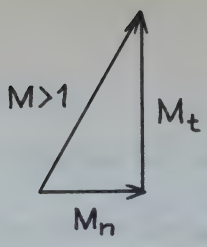
Abb. 5: Geschlossene Kurvenzüge im Gitter, welche gleichbleibend ins Unendliche reflektiert werden.

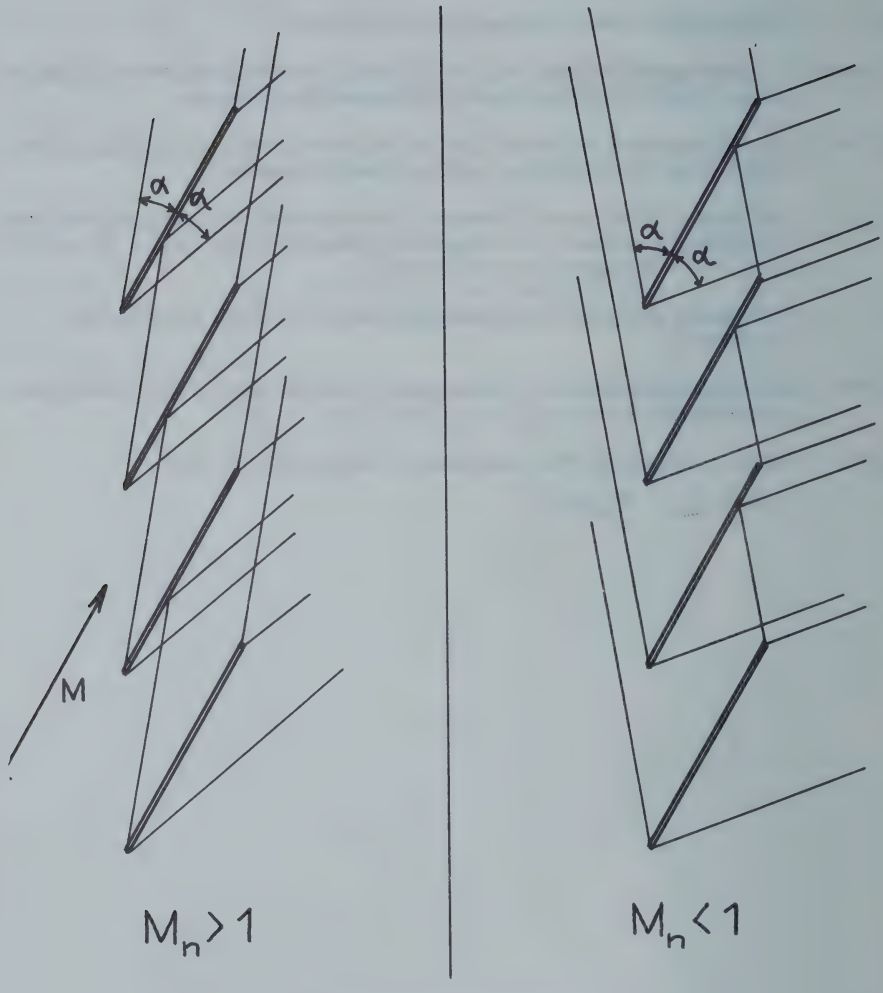
Abb. 6: Beispiel für die lineare Lösung des Strömungsproblems innerhalb einer Teilungsperiode für $\alpha = 45^0$, $\beta = 30^0$ $\epsilon = 15^0$ (Expansionsströmung).

Abb. 7: Strömungsebene mit Hodographenbild der Expansionsströmung.

Abb. 8: Strömungsebene mit Hodographenbild der Kompressionsströmung.

Abb. 9: Instationäres Wellenausbreitungsgebiet bei $L = \frac{1}{4} c_\infty$, $M_\infty = \sqrt{2}$.





Anströmung

nicht wohl

im Einflussgebiet des Gitters

abb. 1

63.12

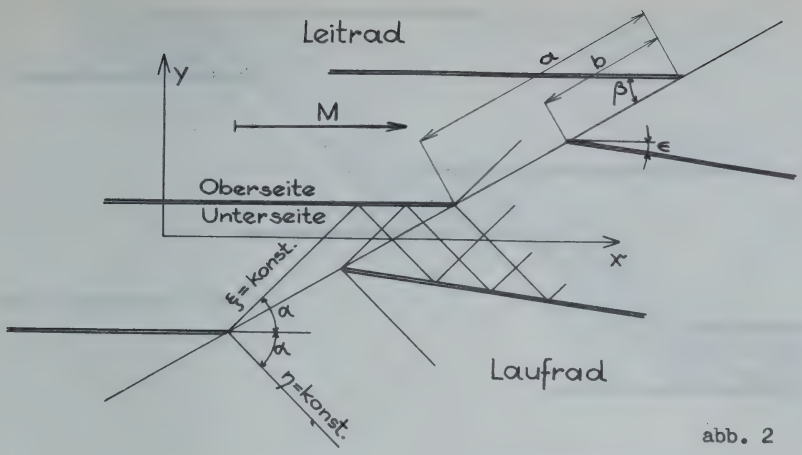


abb. 2

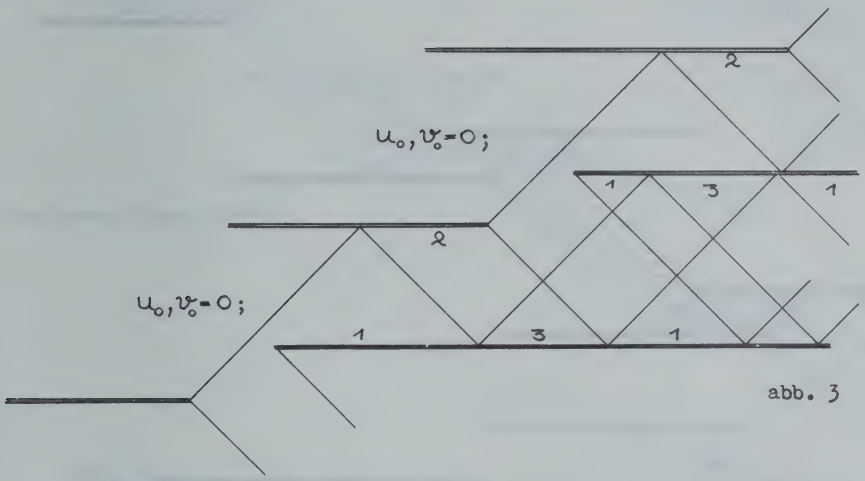


abb. 3

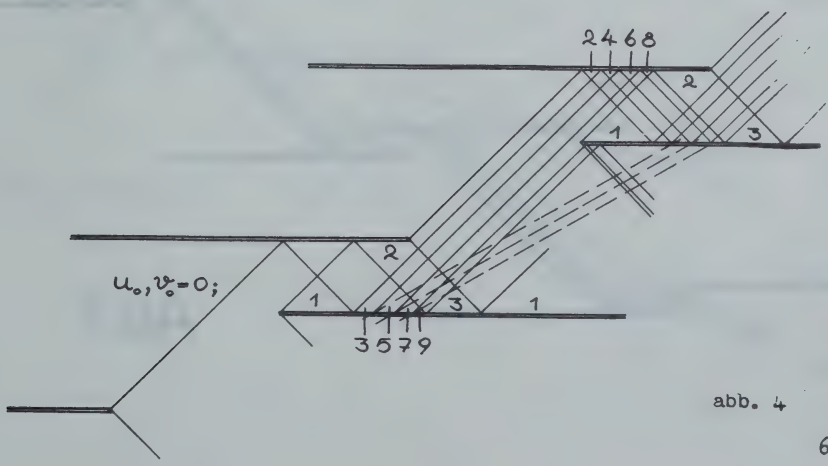


abb. 4

63.1

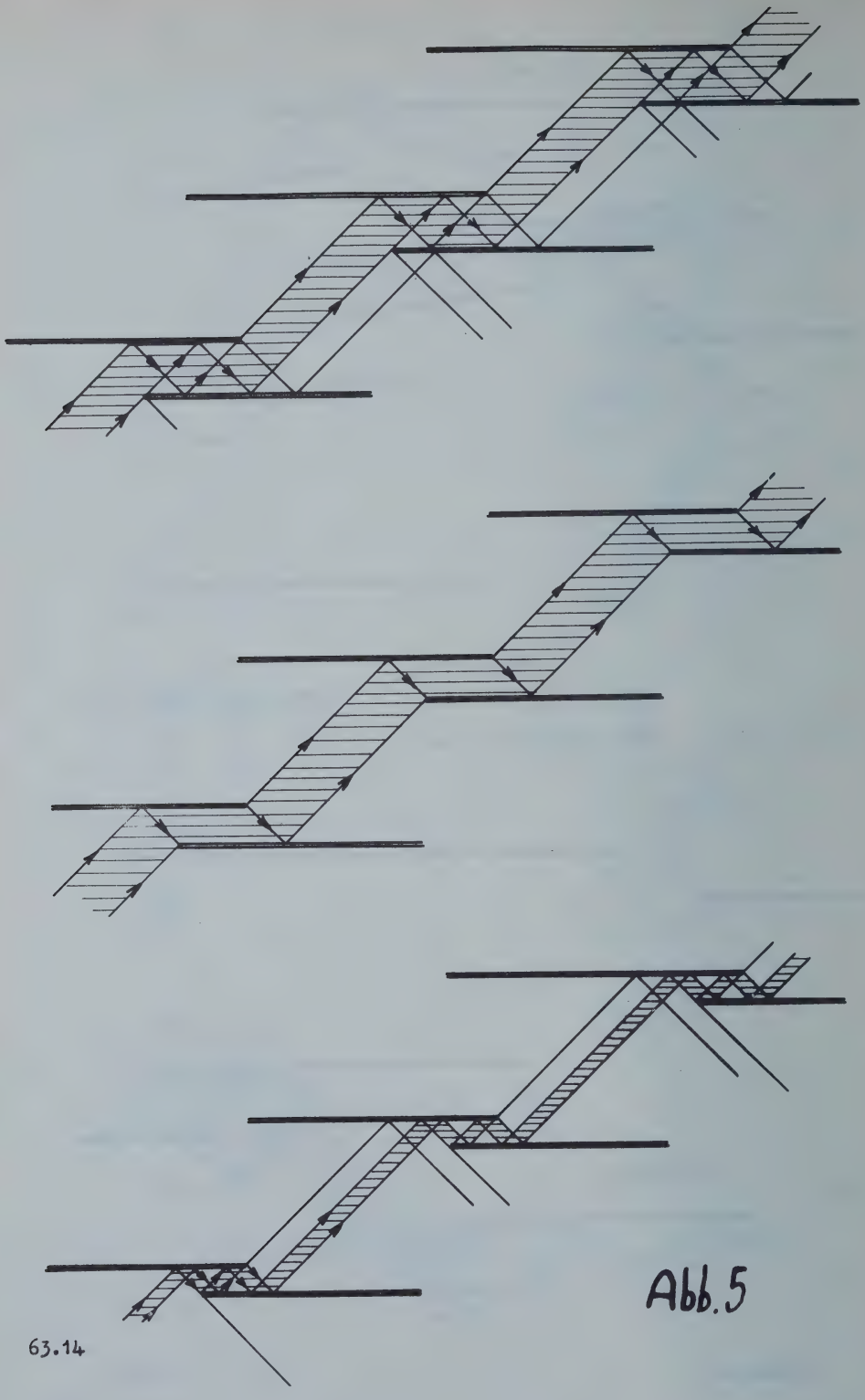


Abb. 5

63.14

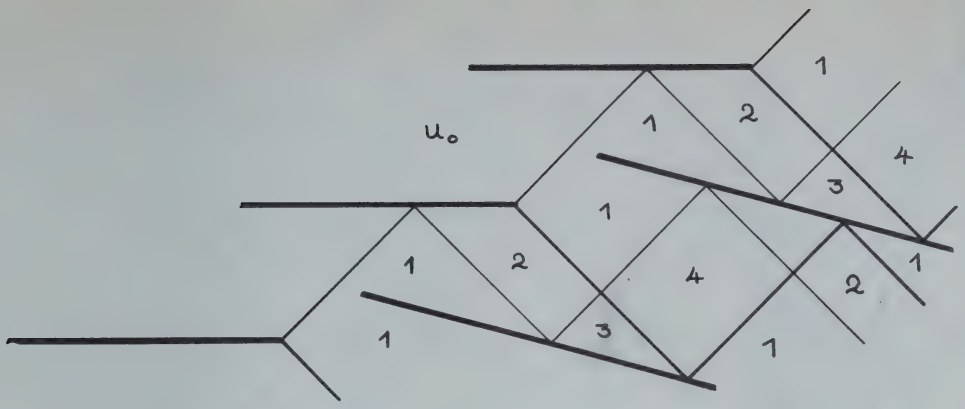


abb. 6a

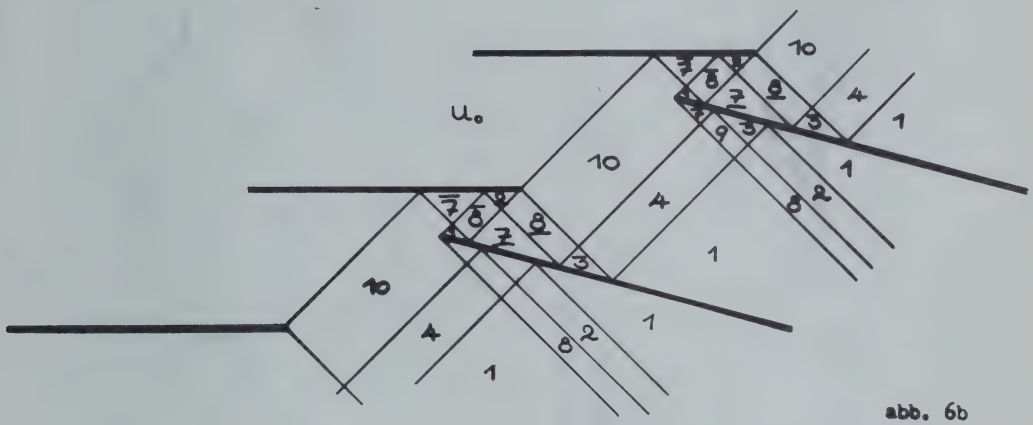


abb. 6b

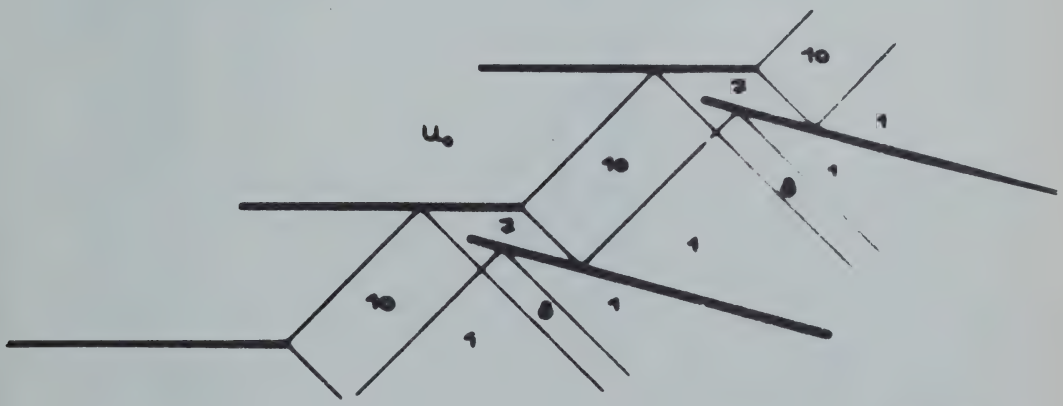


abb. 6c

63.15

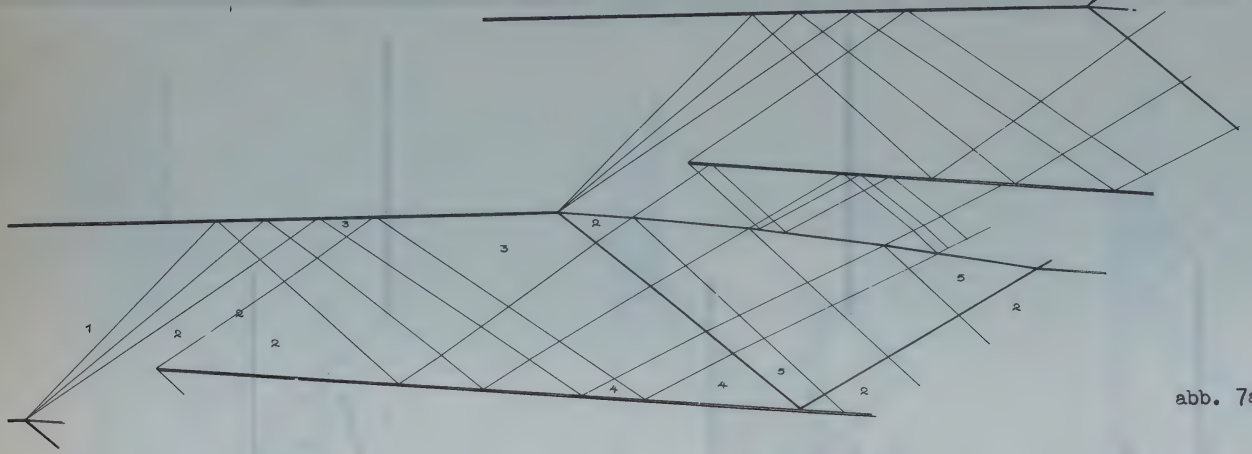


abb. 7a

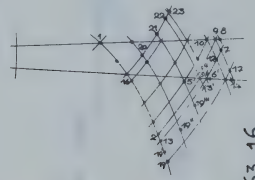
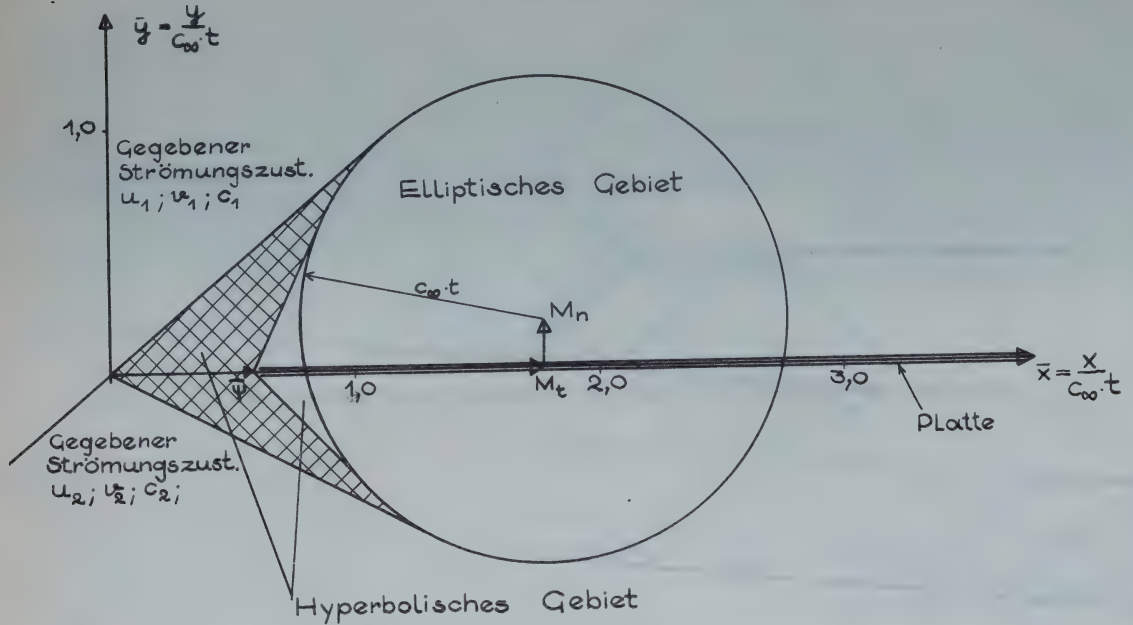


abb. 7b

63.16

abb. 8

63.17



$$\bar{\psi} = \frac{a + L_t}{c_\infty} ; \qquad M_t = M_\infty \cos\epsilon + \frac{a}{c_\infty} ; \qquad M_n = M_\infty \sin\epsilon - \frac{L_n}{c_\infty} ;$$

abb. 9

63.18

SOLUBILITE de l'EAU dans les COMBUSTIBLES

présenté par : Monsieur R.E. SAINT ANDRE
Président-Directeur-Général de la Société SOFRANCE S.A.

La communication qui va suivre est présentée par la Société SOFRANCE S.A., et est le résultat de nombreuses recherches et expériences entreprises et dirigées par Monsieur Raymond LAUTIE, Docteur ès-sciences, Chef de laboratoire à SOFRANCE S.A.

Lubrifiants et combustibles habituels sont des mélanges complexes de carbures d'hydrogène de diverses familles, et souvent dopés, tantôt pour accentuer leurs qualités ou les créer, tantôt pour atténuer, et même supprimer quelques uns de leurs défauts.

L'EAU de DISSOLUTION :

A l'état normal, et si l'on n'a pas pris de précautions spéciales, ils sont fréquemment saturés d'eau, et parfois même sursaturés.

Cette eau dissoute a plusieurs origines. D'abord, elle provient de l'humidité atmosphérique, dont la teneur varie avec la température, la pression, l'électrisation de l'air, et ses impuretés, la vitesse du vent, et bien d'autres conditions météorologiques.

Ensuite, elle est accidentelle et est dûe à des fautes opératoires au cours des transvasements, des pompages, des transports et des stockages. C'est par exemple le cas avec des tanks mal séchés.

L'EAU en SUSPENSION :

Tout abaissement de température de kérosènes hydratés libère de l'eau sous forme de gouttelettes microscopiques.

Tout brassage mécanique suffisamment énergique, et toute vibration de fréquence assez élevée font passer l'eau en contact avec des kérosènes, dans cette phase organique.

Dans ces trois cas, se sont formées des micelles hydriques, plus ou moins volumineuses, qui peuvent se maintenir longtemps dans la masse liquide, suivant leurs dimensions, la viscosité du milieu dans lequel elles évoluent, les tensions interfaciales, l'agitation, le champ électrostatique, les charges électriques des dopes, et l'état physicochimique de ses dernières, ou des impuretés, etc... etc...

A température constante, l'eau de saturation n'est pas gênante.

Au contraire, celle qui se libère par variation thermique, ou qui entre en suspension sous un effet mécanique, risque de provoquer de sérieux ennuis, et parfois des catastrophes, en paralysant les circuits d'alimentation des moteurs, plus particulièrement en Aéronautique.

COURBE de SATURATION:

Pour un combustible ou un lubrifiant donné, la quantité d'eau de saturation diminue régulièrement avec la température. Cet abaissement fait apparaître l'eau sous forme de sphérules microniques qui précipitent en s'agglomérant, mais en général dans un temps très long, de sorte qu'on les trouve en suspensions plus ou moins stables, suivant les propriétés physiques et chimiques du fluide porteur, l'amplitude et la rapidité de la chute thermique.

D'autre part, au-dessous de 0°, donc bien avant le point de congèlation commençante du solvant, l'eau libérée par diminution de solubilité, passe de l'état d'hydrosol à l'état solide, c'est-à-dire sous forme de fines particules de glace, dont la grosseur et l'état cristallin sont fonction de la température minimum atteinte, de la vitesse pour y parvenir, de la nature du solvant, et de ses impuretés qui risquent de constituer des amorces de cristallisation.

Suivant les cas, on obtient de magnifiques étoiles, des aiguilles, des enchevêtrements très résistants ou des masses globulaires.

Plus que les sphérules liquides en suspension, les cristaux de glace ainsi produits sont susceptibles d'entraver l'écoulement des kérosènes et de boucher certains filtres.

Actuellement, dans la pratique, on n'essaie pas d'éliminer l'humidité absorbée pendant le stockage et jusqu'au moment de l'alimentation dans le moteur. On se contente, dans la majorité des cas, de faire des séparations et des filtrations suffisantes, de sorte que l'eau colloïdale, la plus dangereuse, soit retenue.

J'ai essayé d'étudier la précipitation hydrique dans le cas des kérosènes utilisés dans les moteurs à réaction.

La solubilité (σ) d'un corps pur quelconque dans un solvant pur ou de composition constante, et qui ne se combine pas avec lui, varie en fonction de la température absolue T, suivant la formule thermodynamique :

$$(1) \qquad \text{Log } (\sigma) = A - \frac{h.Q}{T} + \frac{b}{T^2} + \ldots\ldots$$

où (σ) est le rapport moléculaire ($\frac{m}{n1+n2}$) entre le nombre (n1) de molécules de solvé, et le nombre (n2) de molécules de solvant; (Log), le logarithme népérien; (A) une constante d'intégration dépendant à priori de la nature du solvant et du solvé ; (h) une constante ne dépendant que du choix des unités ; (Q) la quantité de chaleur mise en jeu dans la dissolution d'une molécule gramme de solvé, à la température absolue (T). Comme on peut poser, en première approximation qu'elle ne varie pas avec la température, les coefficients thermiques (b) et ses analogues sont négligés en général.

Une telle simplification est logique dans le cas des kérosènes, parce que (Q) ne dépend pas de (T) dans un large intervalle de températures, et que

l'eau dissoute dans ces carburants, comme d'ailleurs dans les lubrifiants, se comporte sensiblement comme un gaz dilué, à peu près parfait.

En consèquence, l'équation (2) :

$$(2) \qquad \text{Log } (\sigma) = A - \frac{h.Q}{T}$$

est ici, une première approximation largement suffisante, puisque entre (+60°) et (-30°), les combustibles organiques habituels dissolvent très peu d'eau, par exemple moins du gramme au litre à (+ 15°), même si on les dope aux esters, aux éthers oxydes, aux nitrites organiques, à l'aniline, aux toluidines, aux xylidines, etc...

Le calcul de (σ) fait intervenir les masses molaires et celle de l'eau est fixée à (18). Par cryométrie dans le camphre (DURAND et LAUTIE), dans le benzène ou le cyclohexane (LAUTIE et SARRAT), on détermine la masse molaire (M) du carburant, grâce à :

$$(3) \qquad M = k. \left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{\lim}$$

où (k) est une constante thermodynamique dépendant uniquement du solvant cryométrique et par conséquent connu e une fois pour toutes.

Puisque la loi de RAOULT (3) est une loi limite, on ne peut obtenir le rapport limite $\left(\frac{\Delta m}{\Delta t}\right)_{\lim}$ que par extrapolation de la courbe expérimentale ($\Delta m, \Delta t$) si l'on tient à une bonne approximation sur M.

Dans ce but, on mesure les abaissements cryoscopiques ($\Delta T = \Delta t$) pour diverses concentrations (Δm) du solvé. Sur un graphique cartésien, on porte en ordonnées, $\left(\frac{\Delta T}{\Delta m}\right)$ et en abscisses, les (Δm) correspondants.

Les points représentatifs aux concentrations faibles et très faibles ne se placent pas sur une horizontale, car la loi de RAOULT n'est qu'approchée, mais sur une droite (descendante dans le cas présent), qui coupe l'axe vertical au point cherché $\left(\frac{\Delta T=o}{\Delta m=o}, \Delta m=o\right)$. Cette valeur limite obtenue par extrapolation est seule utilisée dans la formule (3)

Pour longues qu'elles puissent paraître, de telles mesures fournissent une valeur précise de la masse molaire des kérosènes. Dans certains cas, elles renseignent sur les associations moléculaires possibles. Enfin, par comparaison avec les rapports "carbone sur hydrogène" déterminés par combustion dans l'oxygène à chaud ou par oxydation permanganique en milieu sulfurique (méthode de DURAND), ces masses donnent une idée suffisante de la composition des diverses familles de carbures (CARRIERE et LAUTIE).

Cependant, dans le présent travail sur les kérosènes, j'ai évité d'utiliser la concentration (σ) et je l'ai remplacée par la concentration plus rapidement accessible (c) en grammes d'eau par cent grammes de solvant, en même temps que j'ai fait usage des logarithmes vulgaires log (c).

Je suis arrivé à :

$$\log (c) = a - \frac{B}{T}$$

L'expérience m'a montré que la pente (B) varie peu d'un kérosène à l'autre, si les dopes ne sont pas importants. Par exemple, elle est pratiquement la même pour les carburants dont les points d'ébullition oscillent entre (+ 280°) et (+ 340°). Par contre, la constante (a) semble plus sensible. En règle générale, elle serait d'autant plus faible dans une même série de carbures homologues que la masse molaire serait plus élevée.

Pour les kérosènes de formule brute assez voisine de $C_x H_{2x}$ et dont les points d'ébullition ne dépassent pas (+ 290°), pour une masse molaire comprise entre 160 et 190, je propose la formule de solubilité moyenne :

$$(5) \qquad \log (C.10^3) = 7,560 - \frac{2010}{T}$$

entre (+ 60°) et (-10°), avec un écart inférieur à $\pm$ 5%, dû en grande partie à la difficulté des mesures.

TABLEAU 1er

température t°	(c) théorique	(c) expérimental		
		M = 169	M = 181	M = 189
0°	0,00160 gr.	0,00168	0,00156	0,00149
10°	0,00266	0,00276	0,00275	0,00260
20°	0,00508	0,00514	0,00508	0,00500
30°	0,00845	0,0856	0,00853	0,00839
40°	0,01343	0,0139	0,0134	0,0128
50°	0,02138	0,0220	0,0210	0,0203
60°	0,03389	0,0351	0,0339	0,0324

En observant les résultats expérimentaux, on constate que la précision est suffisante dans la pratique courante.

Ainsi, un kérosène refroidi de (+ 40°) à 0°, abandonne au litre (0,0134 - 0,0016 = 0,0118 gr. Bien que la diffusion de l'eau dans ce solvant soit lente quand il n'y a pas d'agitation mécanique notable, on voit que s'il est soumis fréquemment à des variations thermiques brusques (bacs plus froids à la base, plus tièdes au contact de l'air humide), il absorbe facilement l'humidité atmosphérique pour la précipiter dans le fond des récipients qui le contiennent. Il crée ainsi une phase aqueuse de plus en plus importante.

L'expérience suivante est démonstrative à ce sujet.

Soit trois tubes verticaux (1,2,3) bouchés en '4), (5) et (6), dont les bouchons (4) et (6) sont munis de manomètre de sûreté à mercure (9) et (10) qui maintiennent dans (4) et (6) la pression atmosphérique et qui, grâce à des tubes desséchants, ne laissent passer vers l'intérieur que de l'air sec (fig. 1)

Les tubes (1) et (2) sont reliés vers le haut , par le tube horizontal (7) et sont maintenus à (+40°). Les tubes (2) et (3) sont reliés vers le bas, par le long tube horizontal (8). Le tube (3) est porté à (+4°).

Le tube (1) contient un peu d'eau pure. Les tubes (2), (3) et (8) contiennent du kérosène anhydre au début de l'expérience.

On constate au bout de quelques heures, que l'eau de (1) sature le tube (2) porté à (40°) et le tube (3) porté à (+4°), et puis qu'au fond du tube (3) apparaît et se développe une couche d'eau.

METHODES de DETERMINATION du TAUX d'HUMIDITE :

La concentration de l'eau de saturation dans les kérosènes étant très faible, ne peut pas se faire par différence de poids après séchage à l'étuve ou aux infrarouges. La méthode du trouble de L. CRISMER n'est pas plus efficace. La mesure du volume d'hydrogène dégagé par l'action du sodium, du calcium, de l'hydrure de lithium ou de l'hydrure de calcium ne vaut guère mieux. La variation de la cons - tante diélectrique ne donne pas de bons résultats, pas plus que celle du coefficient diamagnétique. Par contre, deux techniques conviennent :-celle de Maurice PESEZ (B.S.C. 1948 fasc. 11/12 p. 1108) au tétracétate de plomb, et celle de DALBERT et TRANCHANT (Chim. et Ind. vol. 61 n° 5, Mai 1949) perfectionnant celle de Karl FISCHER, basée sur l'action de l'anhydride sulfureux sur l'iode, en milieu aqueux.

Dans ce travail, j'ai surtout utilisé cette méthode, suivant le montage électrotimétrique de JOUAU, qui m'a paru suffisamment précis et rapide.

Des précautions sont à prendre pour obtenir un kérosène vraiment saturé d'eau et qui par contre ne contienne pas de micelles hydriques. Pour arriver à ce résultat, j'ai construit l'appareil de la figure n° 2. Il comprend le tube (1), aux trois quarts plein de kérosène pur au début de l'expérience et dont le fond (2,3) contient un peu d'eau. Un moteur entraîne l'agitateur (13,16). Sous l'action de la force centrifuge, l'eau monte dans les deux tubes 14-17 et 14-18, se pulvérise contre les parois du tube et retombe à travers le kérosène. Ce circuit continuel sature le carburant porté à une température supérieure de quelques degrés à celle de la mesure de la concentration de saturation.

Quand l'équilibre "eau + kérosène" est atteint, on aspire par 53. Le liquide monte dans le siphon (21,22,30,31,60,34) et passe ensuite à travers les trois filtres fins (36, 42, 48) qui sont à la température voulue.

L'eau précipitée par l'abaissement de température entre (21) et (33) est retenue par eux et finit par retomber en (34),(39) et (45). Les thermostats (23,28) et (56,58) et (54,55) sont à courants gazeux.

Le débit du kérosène est réglé par le robinet (53) de façon que le liquide chemine lentement de (33) à (50) et prenne bien la température. Les dosages ont lieu après (53), dans le thermostat (54, 55) dont la température est supérieure de quelques degrés à celle du thermostat (56,58).

Le premier filtre plat (36) est en verre fritté ordinaire, les deux autres filtres sont métalliques à mailles de cuivre écrasées correspondant à 1/30 de micron ou à mailles diminuées par dépôt galvanique de même dimension moyenne.

inversement, ce montage peut permettre de comparer entre eux des filtres et de déterminer leur efficacité ou leur comportement vis à vis de la température. Il suffit de placer en (36), (42) et (48) le même type de filtre et d'opérer avec le même kérosène et aux mêmes températures de référence en (23,28) et en (56,58) puis de doser pour un même débit, l'eau du kérosène en (53).

L'expérience a été faite en prenant pour référence le filtre à mailles écrasées au 1/30 de micron. Elle a montré que tout filtre (en verre fritté, en métal ou en terre poreuse) dont les pores ont plus de 100 microns sont inefficaces, c'est-à-dire qu'ils laissent passer des sphérules d'eau en suspension. Ce n'est qu'à partir de 10 microns que l'élimination tend à devenir pratiquement complète.

Jusque là, on peut dire que l'eau colloïdale n'a été que grossiérement enlevée. Dès qu'on atteint le micron, on peut espérer obtenir du kérosène débarrassé des 99% au moins, de l'eau qu'il contenait encore après un filtre à 100 microns.

A partir de 1/2 micron, il faut des mesures méticuleuses pour s'apercevoir que des micelles hydriques subsistent encore. Enfin, au dessous de 1/20ème de micron, on ne constate aucune différence. En pratique, on peut dire que tout filtre à 1/10ème de micron, prive le kérosène de son eau de suspension.

C'est ce que résume le tableau n°1.

TABLEAU n° 2

maille du filtre	Concentration en gr/litre de l'eau dans le kérosène à 20°
10 microns	0,00735 gr.
1 "	0,00535
1/2 "	0,00525
1/5 "	0,00520
1/10 "	0,00516
1/20 "	0,00514
1/30 "	0,00514

Ces nombres n'ont pas de valeur absolue puisqu'ils dépendent de la qualité et du débit du kérosène dans les tubes à filtre et du gradient de température, mais ils permettent des comparaisons quand on opère toujours dans les mêmes conditions.

PRECIPITATION de l'EAU, puis de la GLACE par REFROIDISSEMENT

Le kérosène saturé par l'humidité atmosphérique abandonne de l'eau par refroidissement, en fines gouttelettes ,qui restent en suspension et peuvent s'agglomérer au risque de devenir nuisibles/

Donc, la présence de tels hydrosols n'est pas forcèment la preuve de manipulations défectueuses, mais simplement celle de variations répétées et brusques de température, dans des récipients mal clôs.

Ce défaut s'aggrave si l'écart de température est important, et si la température minimum descend au dessous de zéro.

Alors, l'eau accidentelle et l'eau libérée par diminution de solubilité, conformément à la formule (5),qui se maintenaient longtemps en suspension, se so-

lidifient en fins cristaux de glace dont les dimensions et la forme dépendent de la composition du kérosène, de ses dopes et impuretés, de son agitation, de la vitesse de chute de la température et de la valeur de cet écart. Suivant les cas et les conditions d'amorçage, il se forme de petits cristaux plus ou moins fragiles, en étoiles en aiguilles ou en globules.

On doit craindre un freinage important de l'écoulement du fluide, et même le colmatage total du filtre à mailles trop fines.

Avec les filtres habituels, tant en cuivre qu'en acier ou en tissus de verre, et où le combustible passe par pression, les particules d'eau et de glace sont trop petites ou trop fragiles pour les obstruer et les recouvrir de glace, sauf s'ils sont exposés à des froids très rigoureux. Cet accident redoutable est éliminé par un choix judicieux de leur place et par une calorifugation convenable.

Par contre, les particules de glace entraînées, comme les gouttelettes d'eau en suspension au dessus de 0°, passent et vont compromettre l'alimentation des moteurs.

En résumé, trop de filtres pratiques ont des mailles trop larges et n'arrêtent qu'imparfaitement les suspensions d'eau liquide ou solide, dès que celles-ci atteignent une certaine petitesse.

S'ils ne peuvent pas bloquer l'eau normalement dissoute, par contre, ils doivent barrer les particules de glace et les micelles hydriques accidentelles ou de précipitation, même quand les dimensions de celles-ci sont de l'ordre du micron.

S'ils n'y parviennent pas, ils ne jouent pas leur rôle normal de protection et ne suppriment pas mes causes de panne de l'avion en vol par alimentation défectueuse des moteurs.

La sécurité de l'appareil exige la filtration des carburants et des lubrifiants surtout au moment de leur embploi, avec des filtres à mailles suffisamment fines, au maximum de l'ordre du micron.

Dans le cas contraire, l'efficacité de ces derniers est illusoire. Même si l'on prend de sévères mesures pour éviter le contact des eaux accidentelles, on est à la merci de formation d'hydrosols dangereux, dûes à l'humidité atmosphérique.

CONCLUSIONS :

En pratique courante, où l'on ne dessèche pas le kérosène, et où l'on ne le maintient pas en vase clos, il est impossible de le garantir exempt de suspensions aqueuses, susceptibles de devenir dangereuses à l'emploi, que leur origine soit normale (captation de la vapeur d'eau de l'air) ou accidentelle (erreurs de manipulation).

Par conséquent, on ne doit pas se fier uniquement aux précautions prises pour éviter son contact avec les eaux étrangères, mais toujours le filtrer, surtout au moment de son utilisation et à condition de recourir à des filtres à mailles suffisamment fines, c'est-à-dire microniques.

Le logarithme de la concentration de saturation d'eau, est une fonction linéaire décroissante de l'inverse de la température absolue, sensiblement la même pour tous les kérosènes, s'ils ne sont pas trop dopés ou trop souillés d'impuretés.

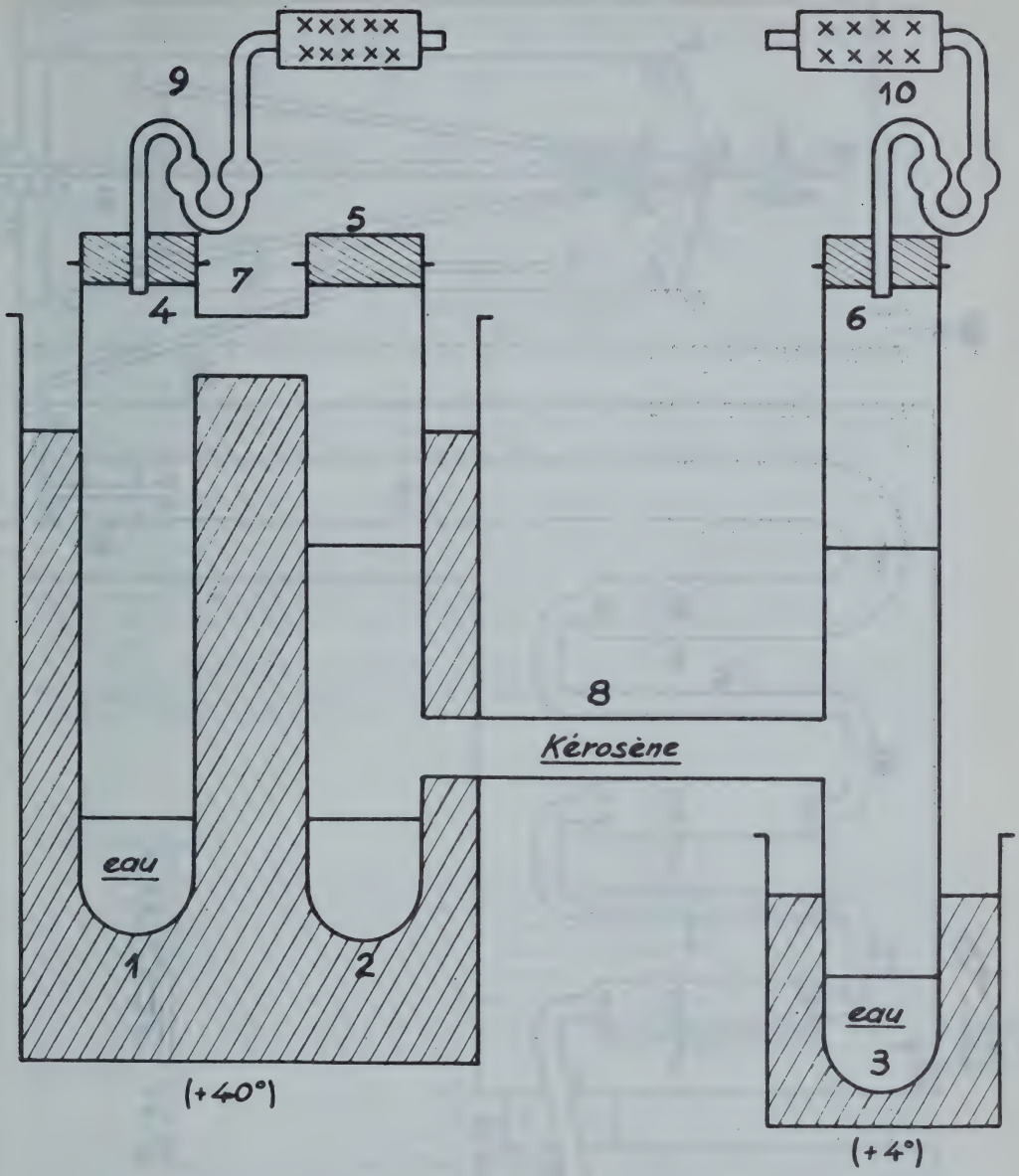
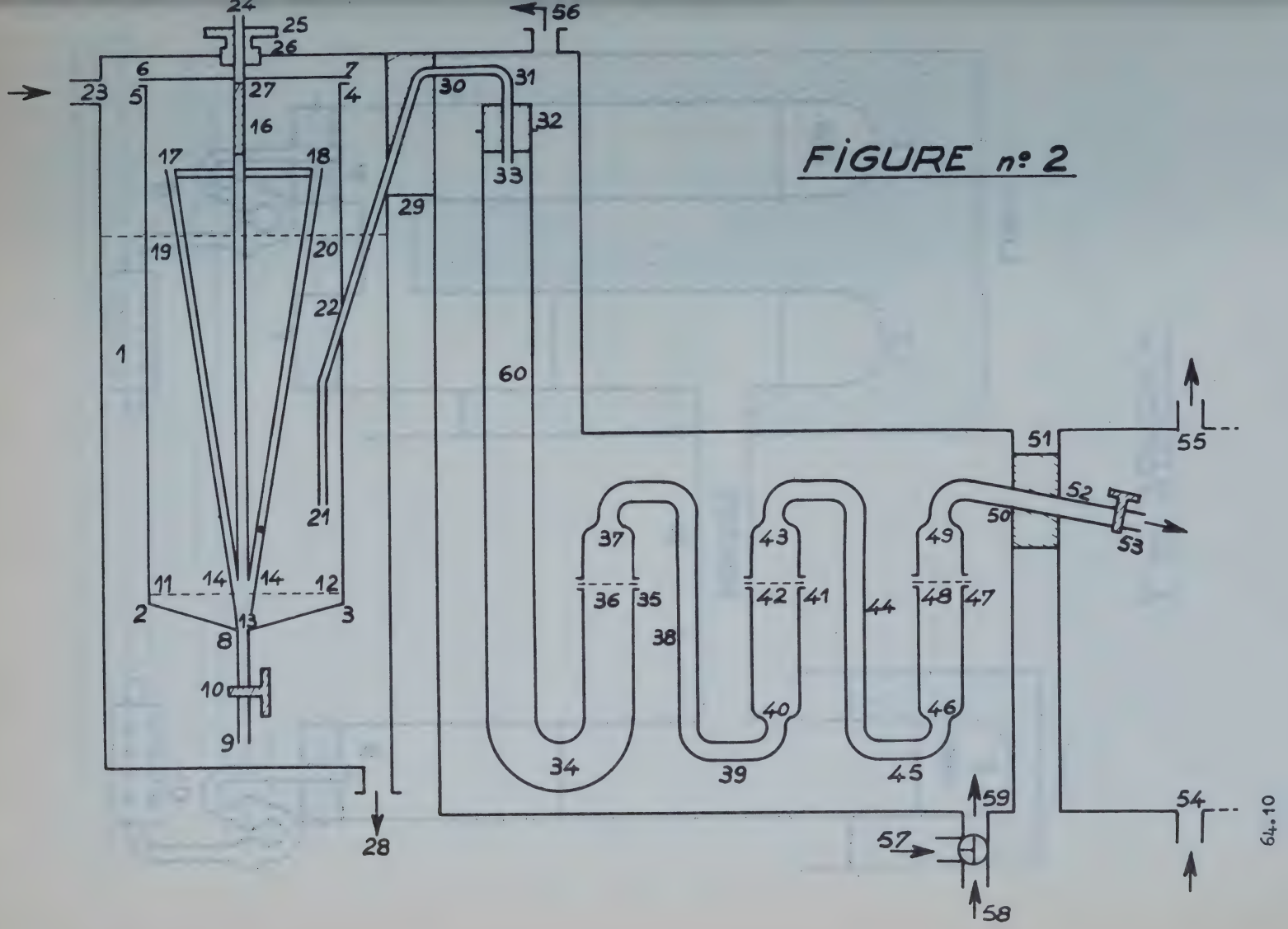


FIGURE nº 1

FIGURE nº 2


24
25
26
56
6
7
23
5
27
4
30
31
16
32
17
18
33
29
19
20
22
1
60
21
51
55
52
50
53
37
43
49
11
14
14
12
36
35
42
41
44
48
47
2
13
3
38
8
10
40
46
9
34
39
45
59
54
57
28
58
64.10

A NEW APPROXIMATE METHOD FOR ESTIMATING THE ADDITIVE DRAG

by J. Salas (1)

A general formula is derived for computing the additive drag coefficient which applies to two-dimensional, open-nose, and anular inlets over the total range of free-stream Mach - numbers. The additive drag coefficient in this equation is a function of mass-flow ratio and of three parameters depending of the free-stream Mach number and of the inlet geometric shape.

We have selected the three following parameters: additive drag coefficient for zero mass-flow and limit mass-flow, and four times the deflection at the point of 50 % limit -- mass-flow ratio.

If the only shock generated is a dettached one (or if there is no shock) the limit mass-flow additive drag coefficient vanishes, the addition of the two others parameters - being 2.

If there is any oblique (or conical) shock, the curve deflection is nearly independent of the Mach number, the zero mass-flow additive drag coefficient increasing in the same way that this Mach number. Charts and tables for the limit mass-flow additive drag coefficient are available. However, an approximate equation for its estimating has been - prepared.

This method is applied to several cases. The results, as compared to others theoretical curves and experimental - values, show good agreement.

1 - General.

The concept of additive drag arises from the criterion of defining the thrust by using as reference a station ahead of the engine where the entering stream tube is at free stream conditions. If the area of the entering stream tube at free-stream conditions and the inlet area. are not the same, conditions at the inlet differ from those in the free stream -- and an additional force must be considered in determining -- the net propulsive thrust [8] . This force, which value is - given by

$$Da = \int_{\infty}^{e} (p_{ext.} - p_{\infty})\, dS \qquad 1)$$

has been called additive drag [1] .

At subsonic flight velocities, this additive drag equals the engine nacelle thrust produced by external suction, because

---

(1) - Aeronautical Engineer from I.N.T.A. (Spain).

the total external drag without flow separation is zero, not considering the friction drag.

For subsonic Pitot inlets, Jakobson [3] has derived a complex equation and based on it has drawn curves of -- additive drag coefficient versus inlet velocity ratio for different free-stream Mach numbers. Sibulkin [4] completed this curves in the supersonic range, but he changed the - inlet velocity ratio by the mass-flow ratio. Both of them used a momentum balance for his calculations.

Sibulkin [4] extended his method to annular inlets - assuming and average pressure on center body behind the - bow-wave, which position is also estimated.

The particular case of annular inlet operating with limit mass-flow (supersonic flow at inlet and normal shock wave in the diffuser) has been calculated by Ferry and Nucci for several cases by conical flow theory and by the method of characteristics [1] [2] ,

Jack [5] and Moore [6] have published other method -- which approach the problem of estimating the additive drag from a different viewpoint: the pressure integration over the stagnation streamline. However, the stagnation streamline slope is not low, the pressure distribution is worked out in these methods by linear theory, and, accordingly, - the results are not accurate.

The present method is derived from pressure integration over stagnation streamline. This integration is performed in two stages: in front of the bow-wave and behind the bow-wave. The bow-wave position is determined with the following assumptions: 1st) The bow-wave passes through - the intersecting point of stagnation streamline with a -- straigh line that connects tip of center body with lip of cowl. 2st) The bow-wave is like a normal shock wave between this intersecting point and the center body surface.

In the first stage, the pressure integration is immediate for twodimensional flow. For axially symmetric flow the static pressure varies with position angle, the total pressure remaining constant. Adopting an average value it will be used the same formula in both cases.

Calculation of additive drag behind the bow-wave is based on the following assumption: Entering area gradient between stagnation streamline and center body equals entering area gradient of Pitot inlet with the same mass-flow ratio. With this assumption we may relate the general case to the basic case of Pitot inlet.

The additive drag coefficient is derived easily for Pitot inlets by taking a momentum balance around the surface bounded by the bow-wave, the stagnation streamline - and the engine inlet.

The additive drag coefficient equations for both stages are similar, and so we can obtain by addition a general formula for all the studied cases.

2 - Symbols

D_a Additive drag

C_{Da} Additive Drag Coefficient referred to the capture - area and the free stream dynamic pressure.

G	Mass flow
ρ	Specific gravity
g	Acceleration due to gravity
M	Mach number
V	Velocity
V_x	Axial component of velocity
p^x	Static pressure
p_o	Total pressure
S	Flow area
q	Dynamic pressure.
G_n	Nominal mass-flow = $\rho_\infty \cdot V_\infty \cdot S_2$
G_{lim}	Limit mass-flow = maximum mass-flow without bow-wave = $\rho_\infty \cdot V_\infty \cdot (S_\infty)_{lim}$
Θ_s	Cone half-angle of inlet center body
Θ_l	Cowl-position parameter.
Θ_{on}	Oblique shock wave angle.
$(C_{Da})_o$	Additive drag coefficient for zero mass-flow
$(C_{Da})_{lim}$	" " " " limit mass-flow
$\left[(C_{Da})_{lim}\right]_o$	" " " " $G = G_{lim} = 0$

Subscripts:

∞	free stream.
1	Conditions at station 1 immediately before the bow-wave.
2	Conditions at station 2 (inlet.)
i	Conditions at station 1, immediately behind the bow-wave.
s	Conditions at center body surface.

3 - Additive drag in front of the bow-wave.

The additive drag in front of the bow-wave may be easily calculated in the case of twodimensional flow, because -- the streamlines are straight lines and the static pressure - is constant. Accordingly

$$D_{a1} = (P_1 - P_\infty) \cdot (S_1 - S_\infty) \qquad 2)$$

and coverting into coefficient form

$$(C_{Da})_1 = \frac{D_{a1}}{q_\infty \cdot S_2} = \frac{P_1/p_\infty - 1}{0{\cdot}7 \cdot M_\infty^2} \cdot \left[1 - \frac{S_\infty}{S_1}\right] \cdot \frac{S_1}{S_2} \qquad 3)$$

Supposing, as has been done before, that the bow-wave - passes through the intersecting point of stagnation streamline with straight line that connects tip of center body -- with lip of cowl, it is obtained the relation

$$\frac{G}{G_{lim}} = \frac{S_\infty}{(S_\infty)_{lim}} = \frac{S_i}{S_e} = \frac{S_1}{S_2} \qquad 4)$$

and substituting in equation 3)

$$(C_{Da})_1 = \frac{P_1/p_\infty - 1}{0{\cdot}7 \cdot M_\infty^2} \cdot \left[1 - \frac{G_{lim}}{G_n}\right] \cdot \frac{G}{G_{lim}} = (C_{Da})_{lim} \cdot \frac{G}{G_{lim}} \qquad 5)$$

with

$$(C_{Da})_{lim} = \frac{p_1/p_\infty - 1}{0{\cdot}7 \cdot M_\infty^2} \cdot \left[1 - \frac{G_{lim}}{G_n}\right] \qquad 6a)$$

For axially symmetric flow, the static pressure varies with position angle, the total pressure remaining constant, and the streamlines are not straight lines. It is allowed to use the same formula substituting the static pressure by an average value. Actually, this average value increases with decreasing mass-flow, therefore, we obtain more accurate results with the empirical equation,

$$(C_{Da})_{lim} = \frac{(p_1)_s/p_\infty - 1}{0{\cdot}7 \cdot M_\infty^2} \cdot \left[1 - 0{\cdot}2\,\frac{G_{lim}}{G_n}\right] \cdot \left[1 - \frac{G_{lim}}{G_n}\right] \qquad 6b)$$

However charts and figures giving actual values of additive drag coefficient for limit mass-flow versus Mach number and semivertex angle are available, it follows the derivation of equations for its stimating. For twodimensional flow it is obtained immediately,

$$\frac{G_{lim}}{G_n} = \frac{(S_\infty)_{lim}}{S_2} = \frac{Sen\ \theta_{on}}{Sen(\theta_{on} - \theta_s)} \cdot \frac{Sen\ (\theta_\ell - \theta_s)}{Sen\ \theta_\ell} \qquad 7a)$$

For axially symmetric flow the exact calculation is dificult. It can be obtained an approximate equation assuming, for additive drag purposes only, that the tube area between stagnation streamline and center body surface (measured normally to the inlet axis) and the static pressure over the stagnation streamline remains constant along the axis. With these assumptions

$$\frac{G_{lim}}{G_n} = \frac{ctg^2\theta_s - ctg^2\theta_\ell}{ctg^2\theta_s - ctg^2\theta_{on}} \qquad 7b)$$

This equation must be used in connection with equation 6a) with the mean value of static pressure between surface pressure and wave pressure in order to balance the errors from both equations.

Substituting equations 7) in equation 6a) we obtain in both cases of twodimensional and axially symmetric flow the formulas

$$(C_{Da})_{lim} = \frac{p_1}{p_\infty} - 1 \cdot \left[1 - \frac{Sen\ \theta_{on}}{Sen\ (\theta_{on} - \theta_s)} \cdot \frac{Sen\ (\theta_\ell - \theta_s)}{sen\ \theta_\ell}\right] \qquad 8a)$$

$$(C_{Da})_{lim} = \frac{\bar{p}_1}{p_\infty} - 1 \cdot \frac{ctg^2\theta_\ell - ctg^2\theta_{on}}{ctg^2\theta_s - ctg^2\theta_{on}} \qquad 8b)$$

Curves computed by this equation for 30º semivertex angle are shown in figure 2, in comparison with exact curves. The agreement is good except for wave angles too different of cowl position angle. In the same figure, lines of G_{lim}/G_n constant computed by conical flow theory has been drawn.

4 - Additive drag behind a bow-wave.

Calculation of additive drag of center body inlets at subsonic velocities is based on the following assumption: Entering area gradient between stagnation streamline and -

center body equals entering area gradient of Pitot inlet - with the same mass-flow ratio.

An upper limit of additive drag coefficient may be derived substituting the stagnation streamline by a straight line. In this manner, the additive drag coefficient for a - given mass-flow ratio is independent of the center body, the additive drag increases in the same way like the capture -- area.

The additive drag coefficient behind the normal shock wave is easily derived in the basic case of Pitot inlet by taking a momentum balance around the surface bounded by wave, stagnation streamline and engine inlet. Using the development given,

$$C'_{Da} = \frac{2}{\gamma . M_\infty^2} \cdot \left[\frac{p_2}{p_\infty} (1 + \gamma M_2^2) - 1 \right] - 2 \frac{G}{G_{lim}} \qquad 9)$$

and for $M_\infty \to \infty$

$$C'_{Da} = (C'_{Da})_o - 2\frac{G}{G_{lim}} + \left[2 - (C'_{Da})_o \right] \cdot \left(\frac{G}{G_{lim}} \right)^2 =$$
$$= \left[1 - \frac{G}{G_{lim}} \right] \cdot \left[(C'_{Da})_o - \left[2 - (C'_{Da})_o \right] \frac{G}{G_{lim}} \right] \qquad 10)$$

This formula applies also to incompressible flow since $(C'_{Da})_o = 1$ in this case. It will be supposed that this formula is also valid at the intermediate velocities.

We may reconsider the calculation referring the pressures not to the free-stream static pressure but to the static pressure immediately behind the normal shock wave, and adding one term due to the constant pressure $(p_i - p_\infty)$. In this - way

$$(C_{Da})_2 = \frac{q_i}{q_\infty} (C'_{Da})_{M'_\infty = M_i} + \frac{\frac{p_i}{p_\infty} - 1}{0'7 . M_\infty^2} \left[1 - \frac{G}{G_{lim}} \right] =$$
$$= (C_{Da})_o - \left[(C_{Da})_o + A \right] \frac{G}{G_{lim}} + A \left(\frac{G}{G_{lim}} \right)^2 \qquad 11)$$

being

$$(C_{Da})_o = \frac{\frac{p_i}{p_\infty} - 1}{0'7 . M_\infty^2} + \frac{q_i}{q_\infty} \cdot (C'_{Da})_o \qquad 12)$$

$$A = 2 - (C'_{Da})_o \cdot \frac{q}{q_\infty} \qquad 13)$$

The equations 10) and 11) give, as we already know, an upper limit of the secondary additive drag coefficient for center body inlets of the same mass-flow ratio.

5 - General formula of additive drag coefficient.

Adding the primary and secondary additive drag coefficients (equations 5 and 11) we obtain the general formula

$$C_{Da} = (C_{Da})_o - \left[(C_{Da})_o - (C_{Da})_{lim} + A \right] \frac{G}{G_{lim}} + A \left(\frac{G}{G_{lim}} \right)^2 =$$

$$= \left[1 - \frac{G}{G_{lim}}\right] \cdot \left[(C_{Da})_o - A\frac{G}{G_{lim}}\right] + (C_{Da})_{lim} \cdot \frac{G}{G_{lim}}$$

As we see, the equation 10) is a particular case in - which $(C_{Da})_{lim} = 0$, the addition of A and $(C_{Da})_o$ being 2.

The assumption of static pressure over the stagnation streamline equal to the inlet total pressure lead us to an upper limit of $(C_{Da})_o$, expresed by

$$(C_{Da})_o \leq \frac{\frac{p_{zo}}{p_\infty} - 1}{0{,}7 \cdot M_\infty^2} \qquad 15)$$

Actually there is a little difference between coefficients from equations 12) and 15). In order to simplify is convenient to use the last one with an inlet total pressure value a little lower than its theoretical value. For conical or wedge center body inlets it will be supposed this coefficient equals the free-stream Mach number (fig 7).

The geometric representation of equation 14) is a parabolic arch with vertical axis starting from a point of - limit mass-flow additive drag curve (conical flow at inlet) and finishing at zero mass-flow point (fig 4a, b). The different lines correspond to different center body positions. As we see, the additive drag coefficient increases when increasing limit mass-flow.

The parabola curvature is given by the parameter A - equal to four times the vertical deflection at the point - of 50 % limit mass-flow ratio,

$$\frac{A}{4} = \frac{(C_{Da})_o + (C_{Da})_{lim}}{2} - (C_{Da})_{\frac{G}{G_{lim}}} = 0{,}5 \qquad 16)$$

The tangents at the end points intersect the line of 50 % mass-flow at a point which vertical deflection is A/2. The tangent at the central point and the chord connecting the end points are parallel lines (fig 5b).

For center body inlets, the variation of A with Mach number, computed for 20º, 25º and 30º semivertex angle cones and 16º semivertex angle wedge, is not important (fig 3). In Pitot inlets we know that A decreases when increasing Mach number as $[2 - (C_{Da})_o]$, the parabola approaching - the chord (fig 5a).

Normally, the additive drag coefficient is represented versus G/G_n. In this case applies the formula,

$$C_{Da} = \left[1 - \frac{G/G_n}{G_{lim}/G_n}\right] \cdot \left[(C_{Da})_o - A\frac{G/G_n}{G_{lim}/G_n}\right] + (C_{Da})_{lim} \frac{G/G_n}{G_{lim}/G_n} \qquad 17)$$

the geometric construction remaining unchanged.

5 - Discussion of the Method.

For comparison purposes, the present method has been applied to the 20º and 25º semivertex angle annular inlets operating at 1,6 and 1,8 Mach numbers, cases firstly inves-

tigated theoretically and experimentally by Sibulkin [4] .

The full lines have been computed from theoretical values of pressure recovery, the dashed lines are based on actual values of this pressure recovery (fig 4c). In the following table are summarized the parameters used:

Θ_s	M_∞	A	G_{lim}/G_n	$(C_{Da})_o$ 1ª appr.	$(C_{Da})_o$ 2ª appr.	Θ_l
20º	1'8	0'54	1,00	2,00	1,63	41'2º
			0,71	2,00		30'6º
			0,51	2,00		25'4º
20º	1,6	0,58	0,94	1,78	1,59	41'2º
			0,70	1,78	1,78	30,6º
			0,51	1,78	1,32	25'4º
25º	1,8	0,59	1,00	2,00	1,74	45,9º
			0,75	2,00	2,00	35'3º
			0,51	2,00	2,00	31,4º
25º	1,6	0,61	0,69	1,80	1,80	35'3º
			0,48	1,80	1,80	31'4º

Comparison of theoretical curves with experimental va- (Sibulkin data) shows a moderate agreement for the full lines (except when actual pressure recovery is too low (1))- and an excellent agreement for the dashed lines. In the same figure the theoretical curves obtained by Sibulkin have been drawn.

For Pitot inlets the agreement is even better, as we - see in figure 5b.

7 - Additive drag coefficient variation with Mach number, - for different mass-flow ratios.-

Based on the proposed method it have been computed some curves of additive drag coefficient versus free-stream - Mach number.

For Pitot inlets, the calculation may be derived directly from figure 5a. As we see in figure 6, additive drag -- coefficient rises continuously with increasing Mach numbers. The pointed lines are the asymptotes of these curves.

For center body inlets we obtain one different figure for each inlet geometry, the parameter $(C_{Da})_{lim}$ of equation 14) increases when increasing vertex angle or when decreasing position cowl angle (fig 4 and 7). Both angles have little - influence upon $(C_{Da})_o$ and A parameters (2). In figure 8 --

---

(1) Low actual pressure recovery may be expected with reduced mass-flow ratio due to presence of flow pulsations.
(2) Assuming theoretical pressure recovery.

are represented the cases of 37º and 39,8º position-cowl parameter with 30º half-cone angle. We have represented the curves of G/G_{lim} constant instead of G/G_n constant, because the aircraft variation of this parameter is smaller and so the decrement of C_{Da} with Mach number appears obvious.

With fixed geometry, the engine mass-flow decreases when decreasing Mach numbers (in the supersonic range) more rapidly than the limit mass-flow and much more rapidly than the nominal flow. At the Mach number which equals the engine mass-flow and the nominal mass-flow, the additive drag vanishes. At higher Mach numbers, the engine mass-flow is self-regulated, by reducing the pressure recovery with a wiew to mantaining the nominal mass-flow and the zero additive drag. This produces an important thrust decrement. At lower Mach numbers, a bow-wave appears and the additive drag coefficient increases reaching a maximum at a Mach number a little higher than unity.

The choosing of the minimum Mach number with zero additive drag is a compromise between low additive drag and high thrust.

Operation with low additive drag would be possible maintaining conical flow at inlet over the total Mach number range. Even with an adjusting center body, this is only possible when the variation of mass-flow ratio is not important (see the pointed lines of fig 8) unless variable nozzle critical area or capture area.

If the generation of bow-wave cannot be prevented, center body setting is the forward one (minimum G_{lim}). On the other hand, the higher additive drag coefficient is obtained when the position-cowl parameter equals the theoretical oblique shock angle ($G_{lim} = G_n$) (1). In figure 9, this maximum additive drag coefficient for 30º half-cone angle has been represented.

For reducing C_{Da} at cruise speed, without minimizing the thrust coefficient, we must design the inlet (capture area and maximum position-cowl parameter) to produce nominal mass-flow at maximum speed. The minimum position-cowl parameter will be choosed to produce limit mass-flow at cruise conditions.

8 - References.-

1 - "Aplication of the Method of Characteristics to Supersonic Rotational Flow" by A. Ferri - NACA, Report 871.

2 - "Preliminary Investigation of a New Type of Supersonic Inlet" by A. Ferri y L. Nucci - NACCA, Report 1104.

3 - "Definicion y Medida del Empuje de los Turborreactores" by Jakobbson - Journal of the R.Ae.S. Abril 1951.-

4 - "Theoretical and Experimental Investigation of Additive Drag", by M. Sibulkin - NACA, Research Memorandum RM E5 1B13.

---

(1) Actualy, the oblique shock is curved by influence of bow-wave.

5 - "Theoretical Wave Drag and Pressure Distribution for Axially Symmetric Open-Nose Bodies".- by R. Jack - -- NACA, Technical Note 2115.-

6 - "Linearized Supersonic Axially Symmetric Flow About Open-Nosed Bodies Obtained By Use of Stream Function", by F. - Moore - NACA Technical Note 2116.

7 - "Estatorreactores: Consideraciones sobre los mismos" por J Salas - Ingeniería Aeronáutica nº 23, Julio Sepbre 1954

8 - "Empuje y Resistencia de los Reactores" by J. Salas, Ingenieria Aeronáutica nº 30, Abril-Junio 1956.-

9 - "Esquema de la corriente en las bocas de entrada de los - reactores" by J. Salas - Ingenieria Aeronáutica nº 29, -- Enero-Marzo 1956.

10 - "Computation Curves for Compressible Fluid Problems" by - Dayley and Wood - John Willy & Sons, Inc., New York.-

11 - "Tables and Charts of Flow Parameters across Oblique Shocks" por M. Neice - NACA, Technical Note 1673.

12 - "Equations, Tables, and Charts for Compressible Flow" by Ames Research Staff - NACA, Report 1135.-

13 - "Criterions for Prediction and Control of Ram-Jet Flow - Pulsations", by W. Sterbentz y J.Evvard - NACA, Technical Note 3506.-

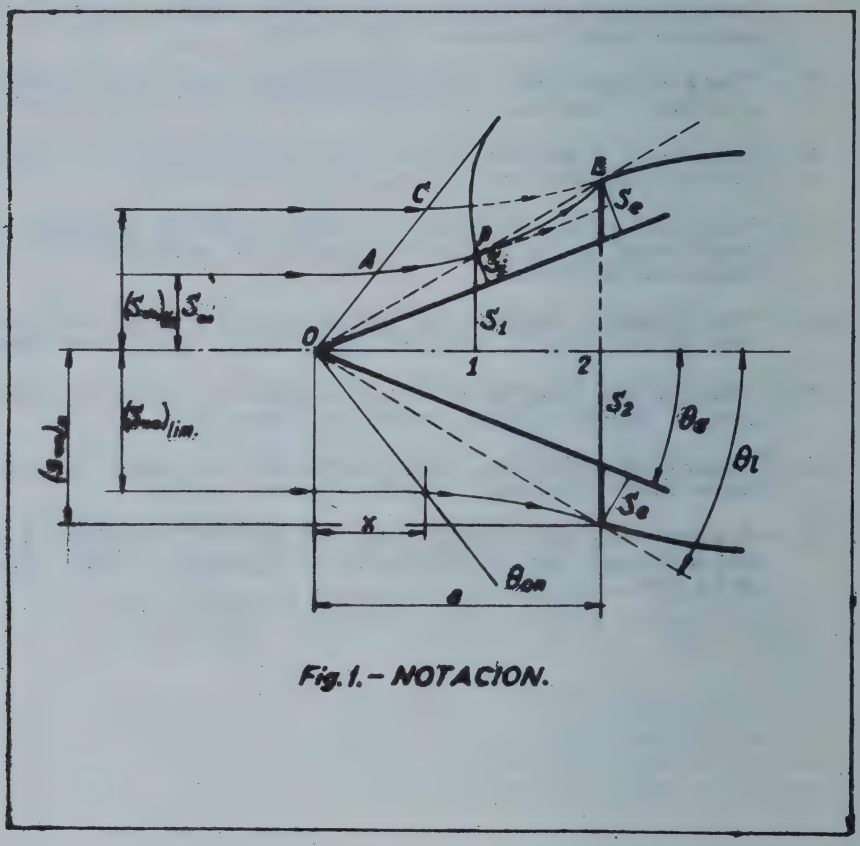


Fig. 1. – NOTACION.

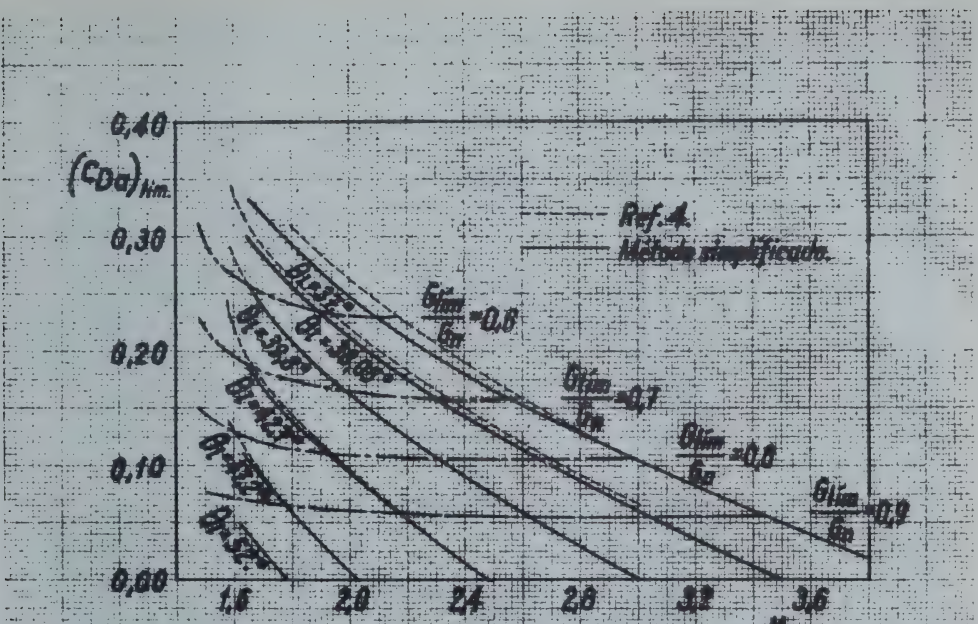


Fig. 2.-Coeficiente de resistencia adicional con gasto de aire igual al límite. Onda cónica, $\theta_c = 30°$

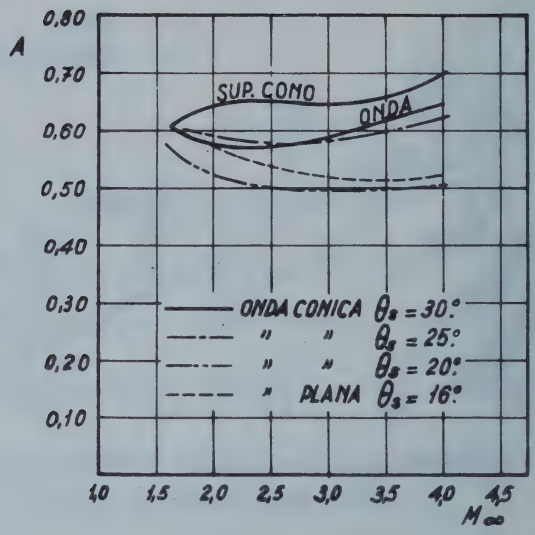
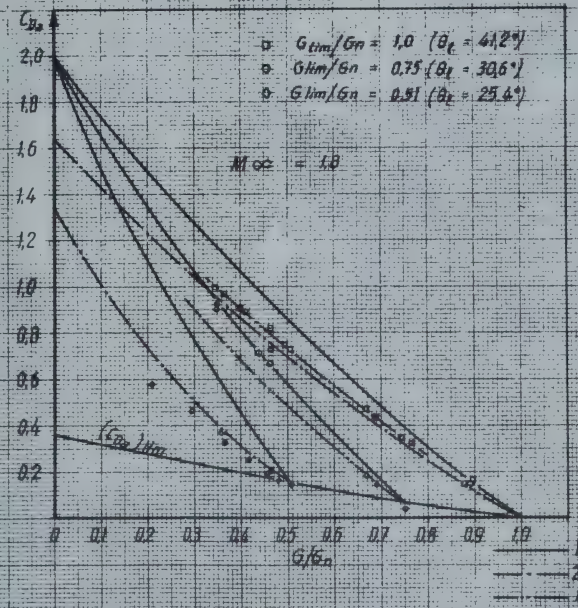


Fig. 3. Parámetro A en función del nº de Mach de vuelo.



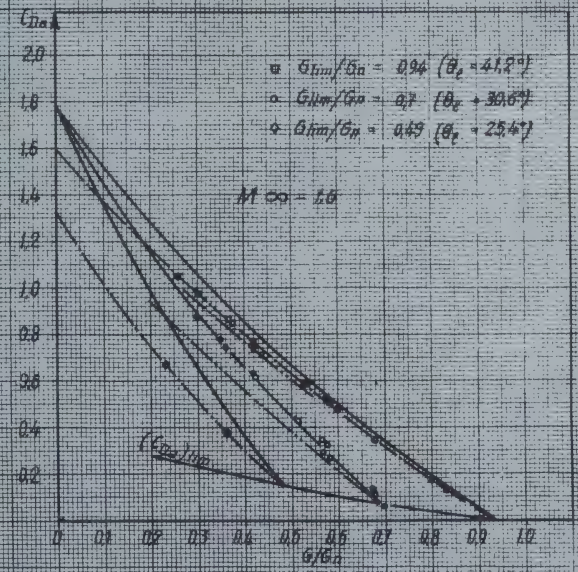


Fig. 4a.

Comparación de las curvas teóricas y experimentales (datos de la ref. 4) del coeficiente de resistencia adicional en función del gasto.
ONDA CONICA, θ_s = 20°

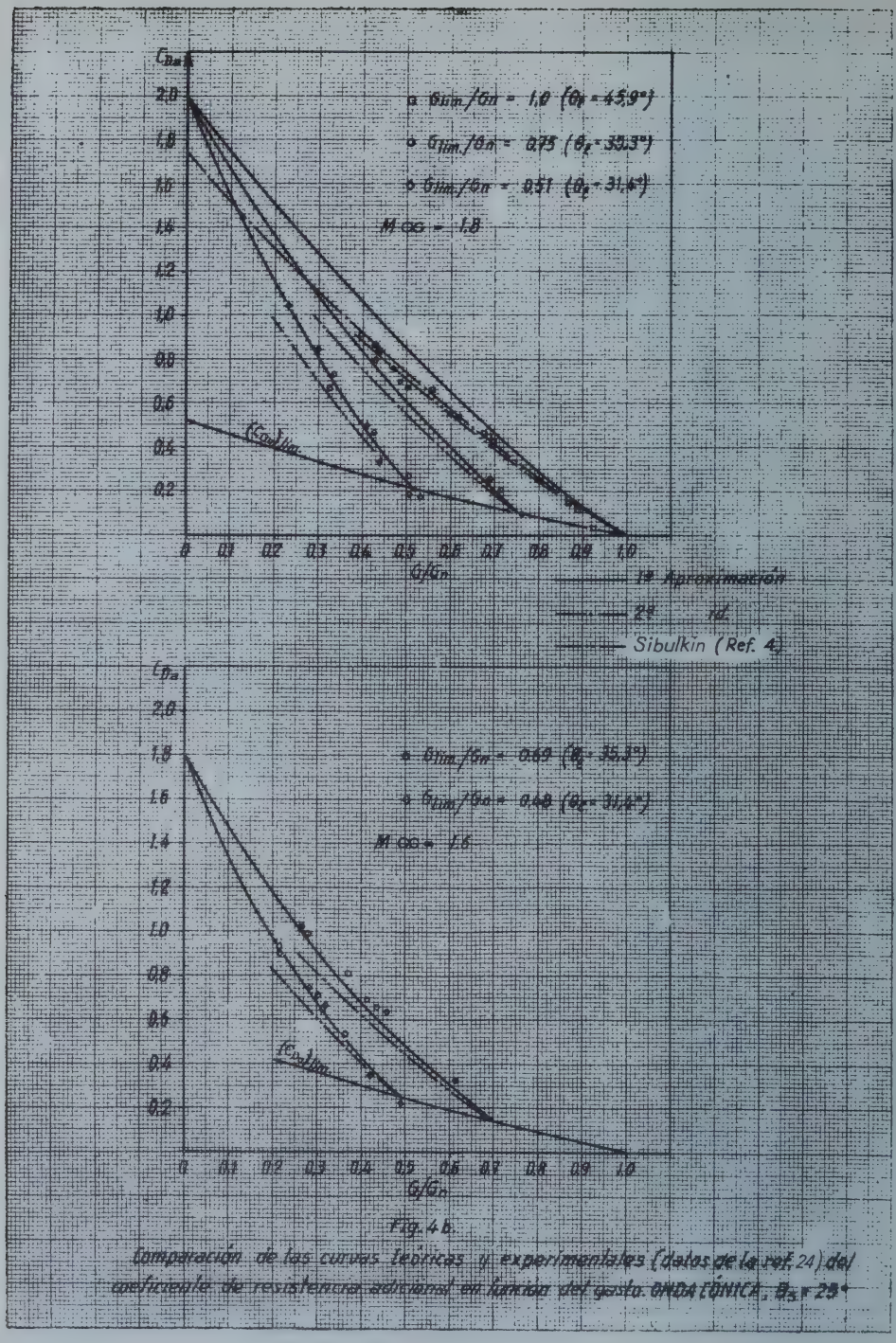


Fig. 4 b.

Comparación de las curvas teóricas y experimentales (datos de la ref. 24) del coeficiente de resistencia adicional en función del gasto. ONDA CÓNICA, θ_c = 25°

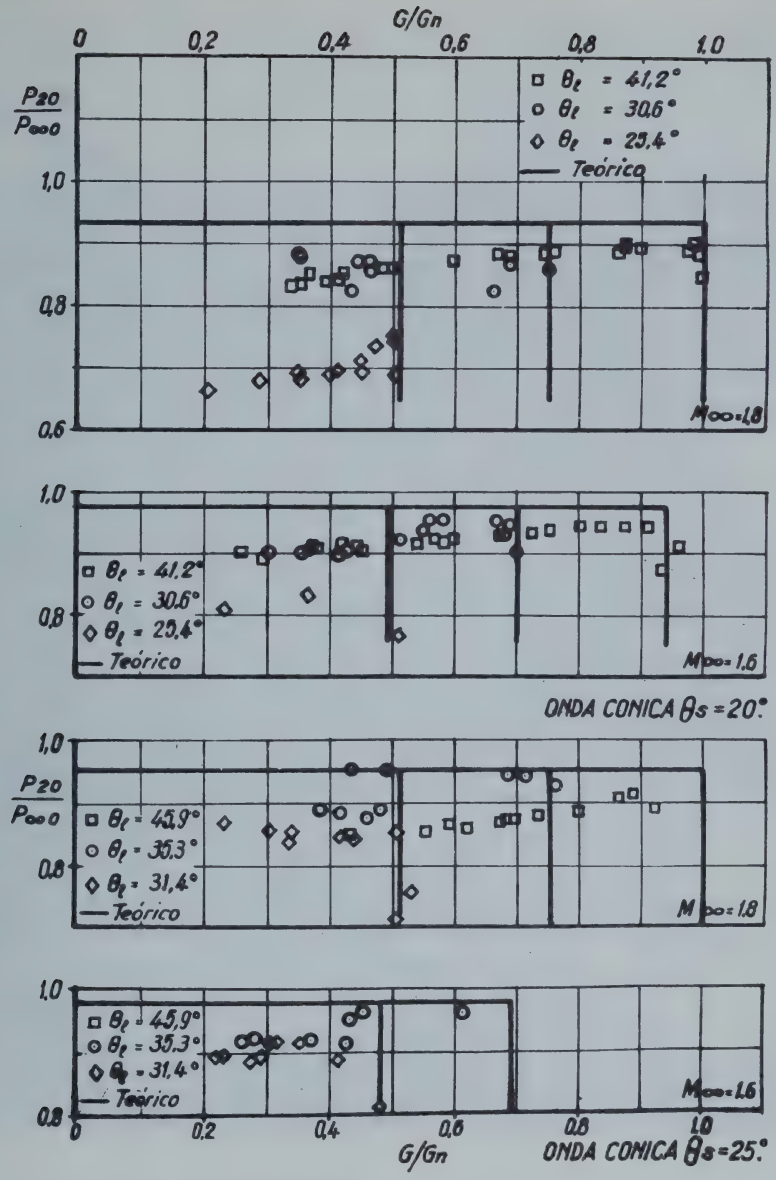


Fig. 4 c.

Comparación de los valores teóricos y experimentales de la relación entre la presión total a la entrada y la presión total del infinito.

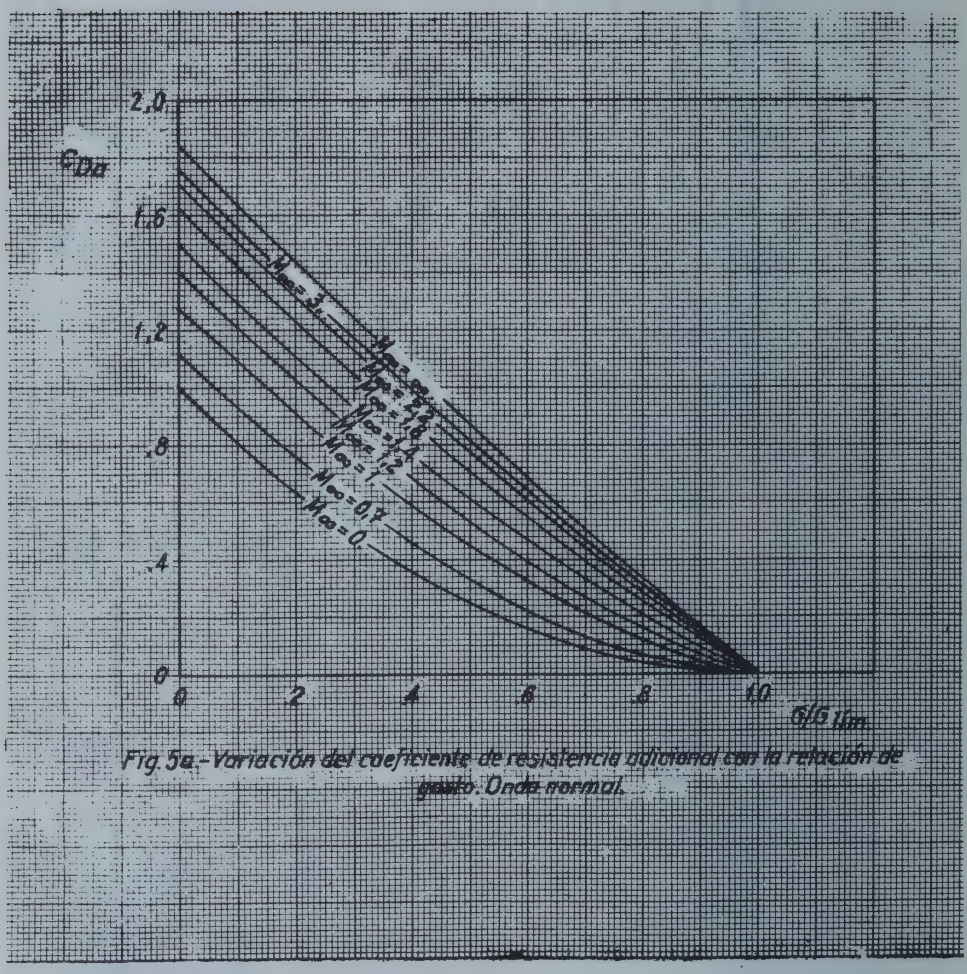


Fig. 5a.- Variación del coeficiente de resistencia aplicional con la relación de gasto. Onda normal.

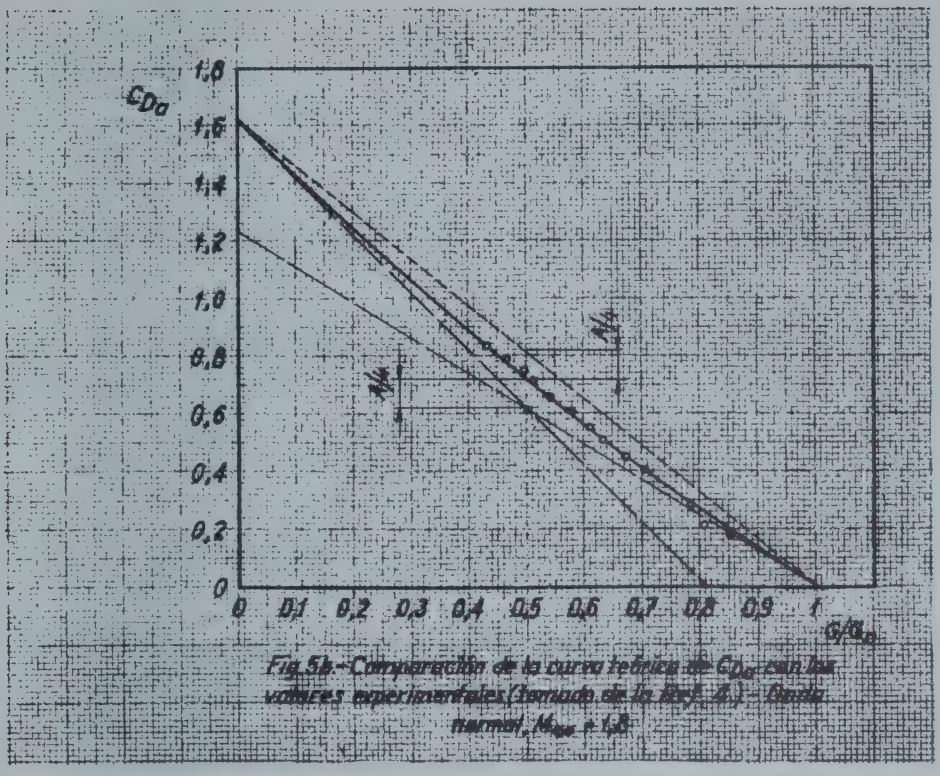


Fig. 5b – Comparación de la curva teórica de C_{D_0} con los valores experimentales (tomado de la Ref. 2) – Onda normal, $M_{\infty} = 1{,}8$

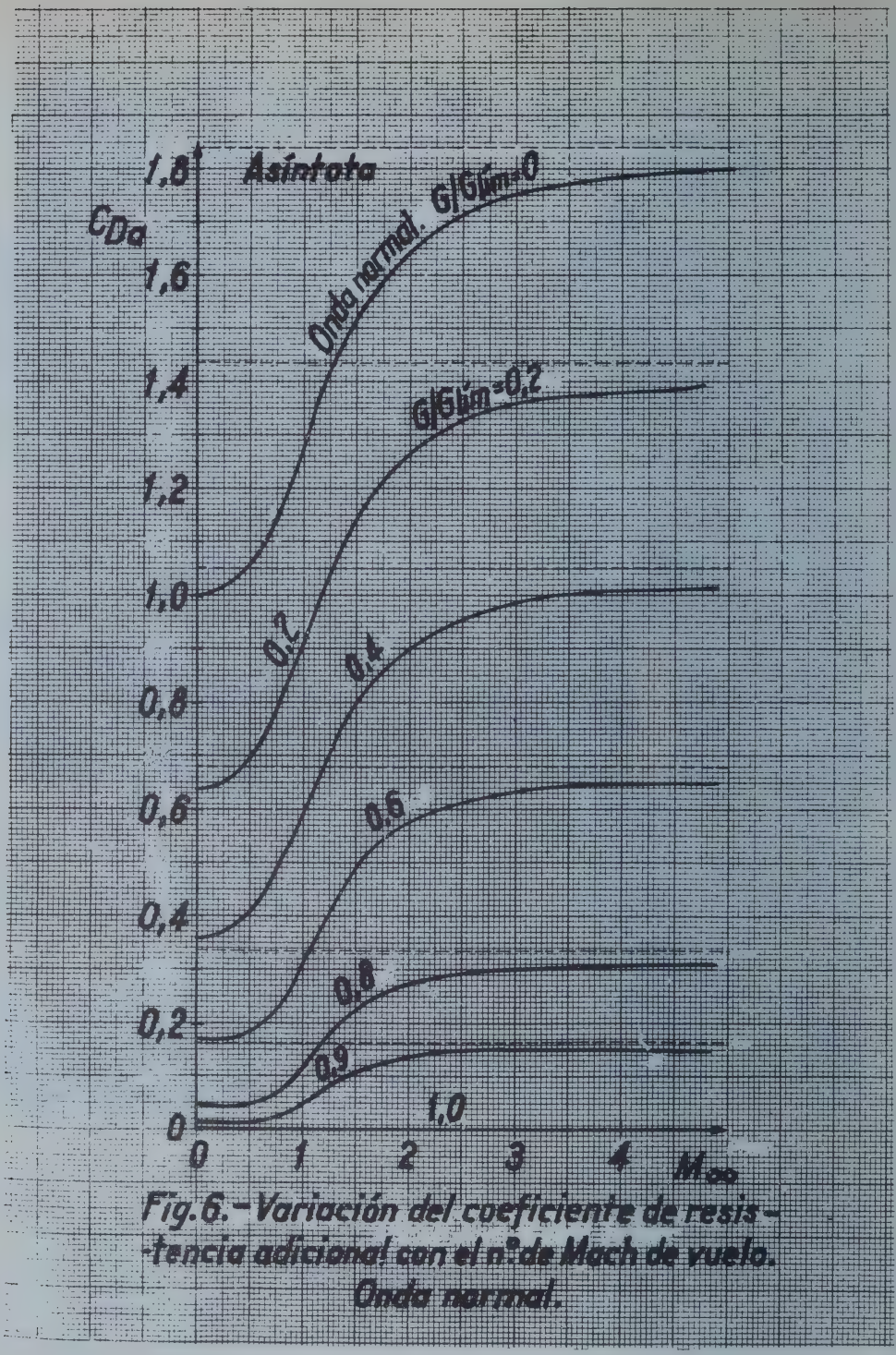
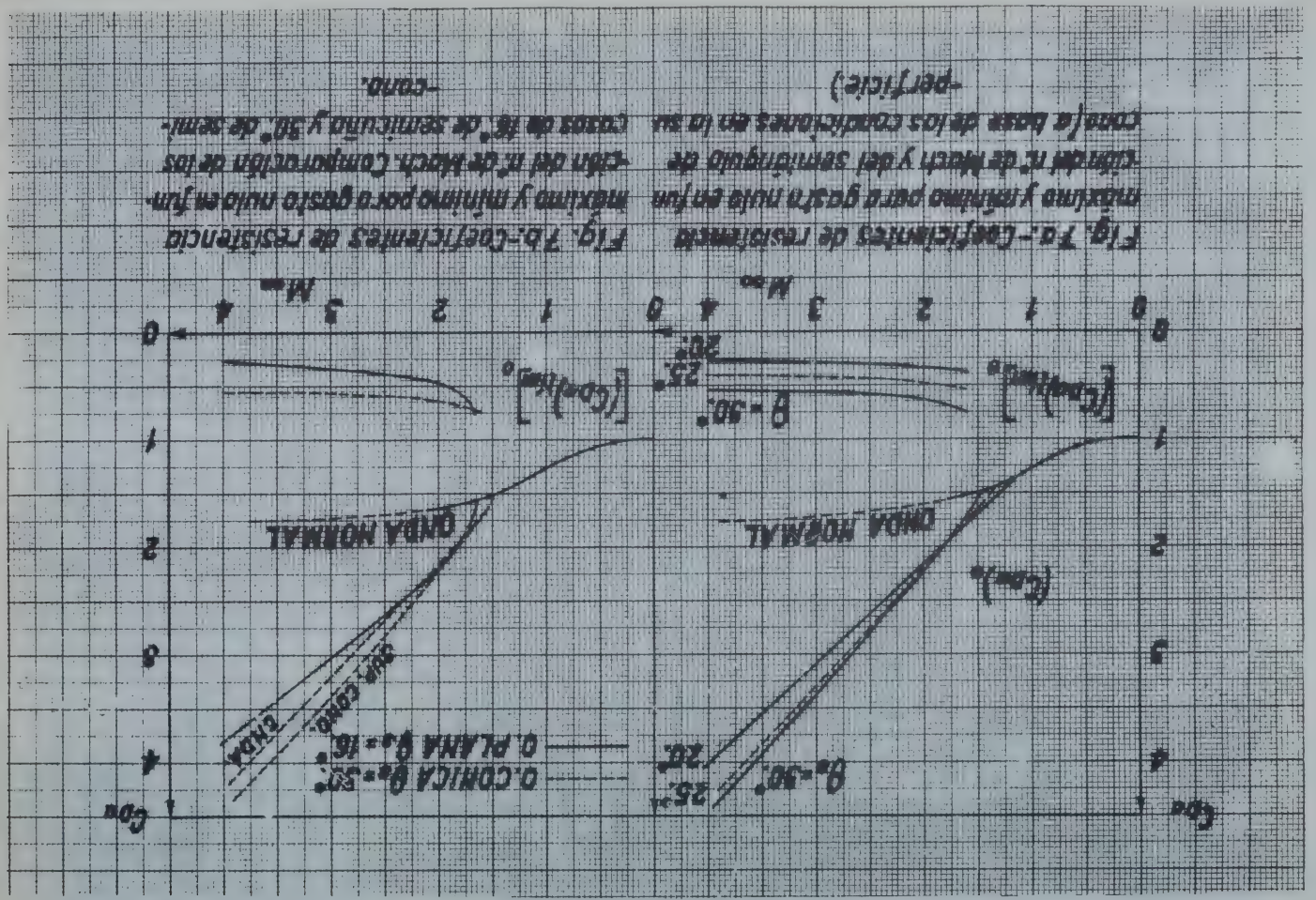


Fig.6.- Variación del coeficiente de resis- -tencia adicional con el nº de Mach de vuelo. Onda normal.



20.5 Paint - Radiance Red (Sovalex 26R-1 or equivalent)

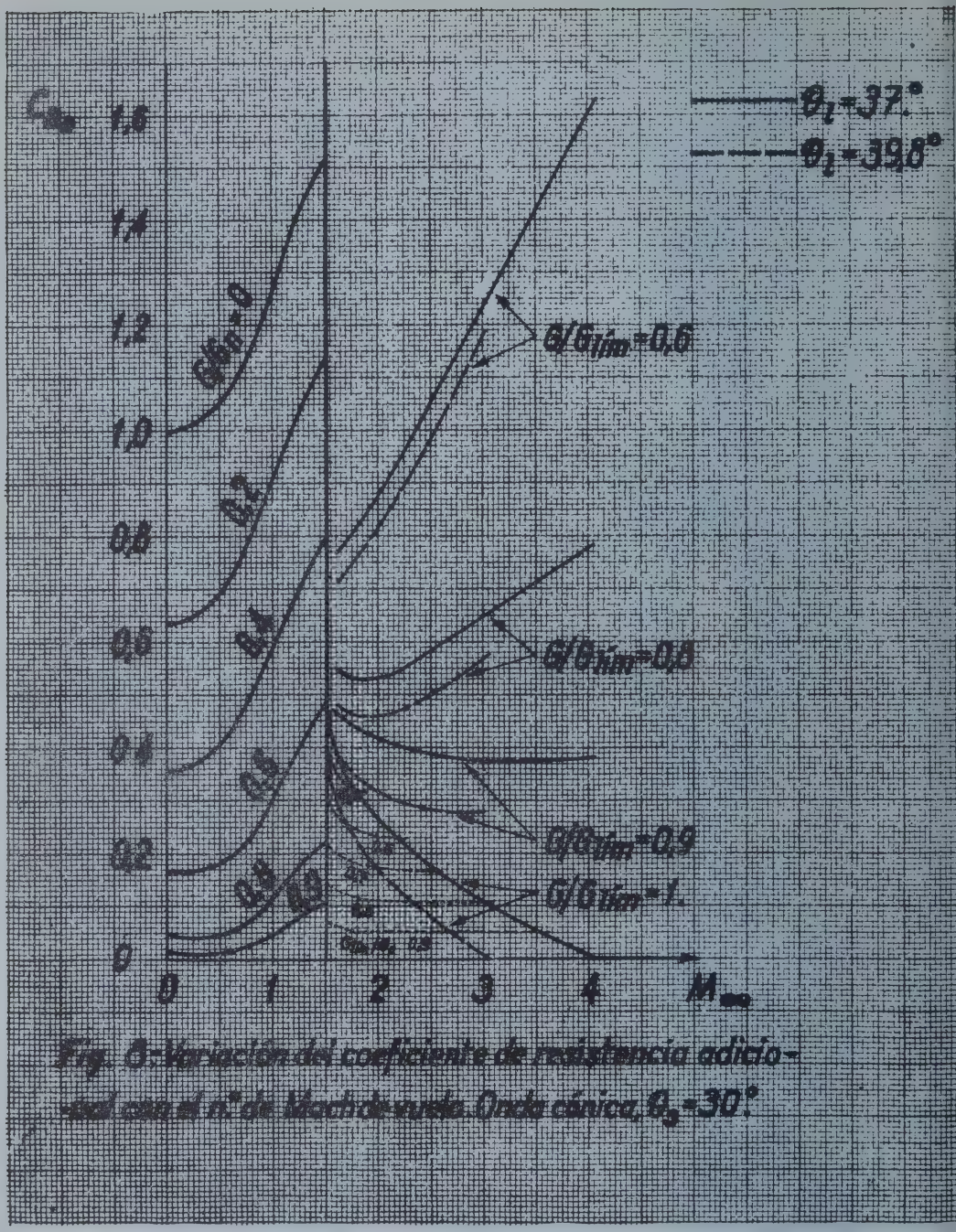


Fig. 6: Variación del coeficiente de resistencia adicional con el nº de Mach de vuelo. Onda cónica, θ_0=30°

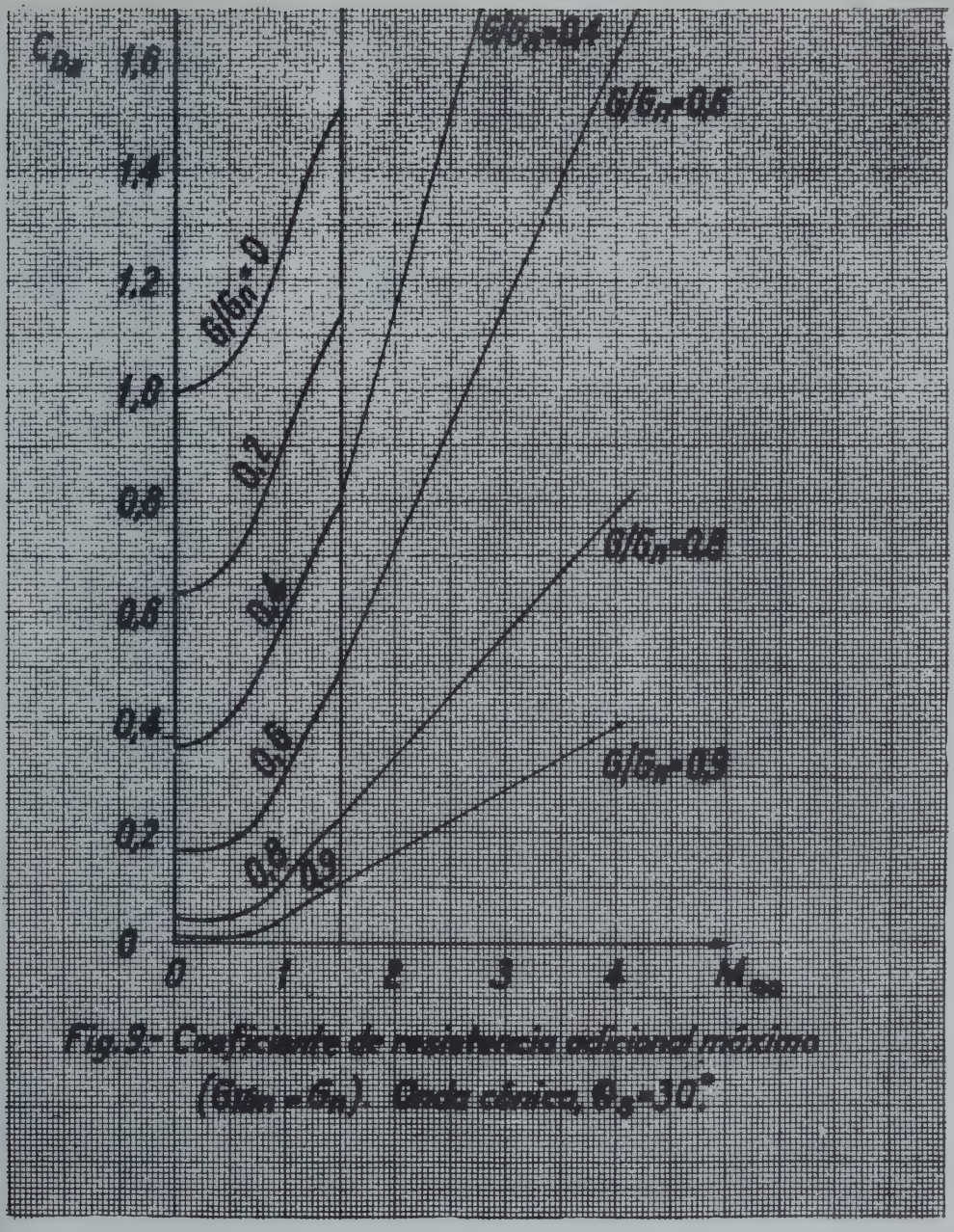


Fig.2- Coeficiente de resistencia adicional máximo ($C_{D_{доп}} - C_{D_0}$). Onda oblicua, $\theta_s = 30°$.

Caltex
products
save you
money!

CALTEX PETROLEUM MAATSCHAPPIJ
(NEDERLAND N.V.)

PLESMANWEG 5 • THE HAGUE

SUPERSONIC CIVIL AIRCRAFT JET-PROPELLED BY TURBOJET WITH AFTERBURNER.

Gaspare Santangelo [1])

SUMMARY

After having shown that the civil long-range transport aircraft is likely to be supersonic in the future, a discussion is carried out as to lift systems and propulsion systems appropriate for high altitudes and high Mach Numbers flight.

The investigation allows to conclude that delta flying-wing with subsonic leading edge appears to be the most practical and efficient solution of the problem from an aerodynamic, structural and flying-qualities point of view.

The most efficient propulsion system is believed to be the conventional turbojet with afterburner, which, in the supersonic range, appears to be a really appropriate system from every point of view.

At take-off and landing the civil supersonic aircraft is very likely to make use of the lift obtained, totally or partially, through jets.

[1]) Professor of Mechanics of Flight - Scuola di Ingegneria Aeronautica - Università di Roma.

LIST OF SYMBOLS

b	span
c	specific consumption of the engine
$\bar{c}$	consumption per unit power
c_p	lift coefficient
c_r	drag coefficient
c_{ra}	friction drag coefficient
c_{ri}	"induced" drag coefficient
c_{ro}	drag coefficient at zero lift
c_{rf}	form drag coefficient
c_m	longitudinal moment coefficient
d	diameter
E	lift-drag ratio
g	acceleration of gravity
K	ratio between specific heats
K_p	slope of lift curve
l	wing chord
M	Mach Number
M_p	peripherical Mach Number of the turbojet
N	r.p.m. of the turbojet
N_o	max. continuous r.p.m. of the turbojet
P	lift
p, p_o	pressure, at altitude
p_{oo}	pressure, at sea level
Q	weight of the aircraft
Q_o	initial weight of the aircraft
Q_c	weight of the fuel
R	drag
r_{co}	compression ratio of the compressor
S	thrust
S_a	wing area
s	specific thrust, or
."	horizontal distance flown, or
."	thickness of the wing section
T, T_o	absolute temperature at altitude
T_{oo}	absolute temperature at sea level

t time

V, V_o speed

V_s sound speed

V_{se} sound speed at sea level

α angle of attack

$\delta = \rho_o / \rho_{oo}$ non-dimensional density

$\varepsilon = Q_c / Q_o$

η_t thermodynamic efficiency

λ aspect ratio

$\nu = N / N_o$

ρ, ρ_o air density at altitude

ρ_{oo} air density at sea level

$\delta = p_o / p_{oo}$ non-dimensional pressure

δ_a relative thickness of wing section

δ_f thickness ratio of the body

$\tau = T_o / T_{oo}$ non-dimensional temperature

φ sweep angle

Ω area of a section of the turbojet

Note: superscript $*$ denotes a value relative to the conditions: $M = 0$, $\nu = \tau = 1$

1. PREMISE AND GENERAL

It is a fact that in the whole world the Air Transport Companies show a trend towards turboprop and turbojet aircraft, either for long and medium ranges. The well known review "Interavia" has amply handled the various aspects of jet propulsion air transports in its Nos. 3 and 4 of this year.

I think as very probable that, in a not far future, civil aircraft will be supersonic, at least for long range transport; I omit, for the sake of necessary brevity, the considerations which support such prevision.

It is a fact that the so called "sound barrier" has long since lost much of its charm and particularly of its fearful appearance. The "pioneer" aircraft of the full supersonic field are already some tens. Certainly, if we look at Fig. 1 which shows the average course of the ratio of maximum C_{r_o} of the compressible field to that of the incompressible field of common simmetric subsonic airfoil sections at zero incidence, we can understand how it may be originated and well justified the locution "Sound Barrier". Some years ago 1000 km/h appeared as a really insuperable limit for aircraft designed according to subsonic criteria, propelled by an airscrew and a piston engine.

But the results of supersonic aerodynamics and the birth of jet propulsion have rendered supersonic flight possible. The normal turbojet engine with afterburner, in my opinion, appears to be the most suitable propeller for a convenient attainment of supersonic speeds (Ref. 33 and 34).

Theoretical and experimental researches have thrown much light upon the effect of the various parameters which characterize the behaviour of a wing in a full supersonic field: sweepback, aspect ratio, type of airfoil section, wing form, Mach Number, thickness ratio, position of the lines of greatest thickness, air viscosity etc. On this matter we can examine Ref, 2 - 4 - 6 - 7 - 8 - 11 and some original papers of the various Authors (e.g. Ref. 19 - 20 - 21 - 22 - 23 - 25).

Fig. 2 shows how the theoretical wave drag at zero incidence vary, starting from M = 1 for various wing types. We must note, however, that the effect of viscosity may considerably alter the theoretical supersonic flow, as indicated by some

significative experimental results (Ref. 24). For the drag of supersonic fuselages we may examine, beside the mentioned texts, also the original papers (e.g. Ref. 12 - 13 - 15 - 16 - 17 - 18 - 26).

According to Lighthill, the form drag factor C_{rf} of a revolution body, the meridian line of which varies its inclination with continuity, is in first approximation independent from M and increases with δ_f square, δ_f being the ratio of the master section diameter to the body length. Taking as reference the master section area, the value of minimum C_{rf} is given by

$$C_{rf\,min} = \pi^2 \delta_f^2 \qquad 1)$$

Its meridian line has following equation

$$y = d\left[\sqrt{1-\left(\frac{x}{l}\right)^2} - \left(\frac{x}{l}\right)^2 \cosh^{-1}\left(\frac{l}{x}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

For a revolution body generated by following parabolic meridian line

$$y = 2d\left[\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l}\right)^2\right]$$

the drag results from

$$C_{rf} = \frac{32}{3}\delta_f^2 \qquad 2)$$

The two meridian lines are very similar; however the first one has its leading and trailing edges rounded, while the other is parabolic with sharp edges ends; it is the linearized theory that fails because it is not admissible, in a supersonic field, a minimum drag with rounded leading edge.

The ratio of the wetted surface area to the master section is a function of δ_f.

For the parabolic surface we obtain

$$\frac{8}{3}\,\frac{1+\frac{2}{3}\delta_f^2}{\delta_f} \cong \frac{8}{3}\,\frac{1}{\delta_f}$$

for the usual values of δ_f.

The total drag of the parabolic body (assuming C_{ra} as constant in every point) is

$$C_{ro} = \frac{32}{3} \delta_f^2 + \frac{8}{3} \frac{1}{\delta_f} \qquad 3)$$

Figure 3 shows the values of C_{ro} for C_{ra} = o.002 and o.003.

The minimum value of C_{ro} is obtained for

$$\delta_{fopt} = \frac{C_{ra}^{\frac{1}{3}}}{2} \qquad 4)$$

and is

$$C_{romin} = 8\, C_{ra}^{\frac{2}{3}} \qquad 5)$$

For the condition of minimum the friction drag is twince the wave drag. Figg. 4 and 5 show the values of δ_{fopt} and C_{romin}.

In the supersonic field we may not neglect the friction drag (as often thought) if the bodies are streamlined.

Figure 3 shows also the average behaviour of C_{ro} for well shaped subsonic fuselages.

Probably for supersonic fuselages a sting shaped nose is more advantageous than the sharp edged one; for it lowers the intensity of the shock wave, which at the extremity becomes evanescent.

2. CONSIDERATIONS ABOUT THE ARCHITECTURE OF SUPERSONIC AIRCRAFT

The typical conventional subsonic aircraft is provided with a large fixed wing placed well at the front part of the fuselage, with tail surfaces that provide stability and control (other studied and experimented types, for various reasons not being used are the all-wing and the canard aircraft). The control is obtained through movable surfaces hinged to the wing and fixed tail surfaces.

In supersonic field the wing, in consideration of the high aerodynamic forces, is remarkable smaller, that is the wing loadings are higher, for a given gross weight.

The two conventional types actually employed are, im field, the tailles and the common wing-tail aircraft (Fig. 6). Also the canard type could perhaps be profitably used.

We must obviously always bear in mind that the supersonic aircraft has necessarily to pass through the subsonic and the

transonic fields; still more we must bear in mind that the aircraft has to take off and land in full safety.

It is necessary to find a reasonable compromise between the subsonic and the supersonic exigencies, because the high wing loadings, which are advantageous in supersonic field, are detrimental in subsonic field and may also become dangerous due to the resulting high landing speeds and smaller manoeuvrability.

What will therefore be the most convenient plan form for a supersonic aircraft?

Figure 2, as previously said, shows, directly compared, the theoretical outlines of the form-drag (precisely of the parameter $C_{xf} / 4 \sigma_a^2$) plotted versus Mach Number for wings of different plan form, according to the results of Kármán, Puckett etc.

From the diagram it appears clearly, as previously said, the advantage of swept-back and delta wing with sweep angle increasing for increasing value of maximum M in flight.

From the diagram, however, we may observe that there is always a Mach Number starting from which the straight wing has a form drag which is smaller than that of a wing of another plan-form; this advantage becomes greater if the wing is not inclined with respect to the flow. If we examine the interval of M values between 1.5 and 2.5 (probable interval within which continuous supersonic flight will develop, taking in account the limitations due to the thermal actions) we may note that the drag of a triangular or swept-back wing with a vertex angle of 60 degrees is greater than that of a straight wing; the form drag of a swept-back or triangular wing with a vertex angle of 30 degrees is instead smaller than that of a straight wing.

We must observe, however, that the wave drag of a wing is not a considerable part of the total drag of a supersonic aircraft, and so more as the relative thickness of the airfoil section becomes smaller.

Therefore it may appear convenient for M values greater than about 1.5, the adoption of a wing the plan form of which is rectangular or trapezoidal or triangular with a very small tapering, of an adequate relative thickness and a small aspect ratio.

Another advantage comes out from the fact that said architectures suit to the necessary compromise between the supersonic and the subsonic fields from the point of view of the stability.

However, if we analize the drag of an aircraft designed according to supersonic criteria, we may easily see that the fuselage represents a very high percentage of total drag; in some way determining. Moreover we may easily see that the friction drag of a very penetrating (in supersonic meaning) aircraft is greater than the wave drag, a fact seems to have been little remarked, almost ignored.

We have seen that for the best supersonic fuselages the friction drag is in effect twice the wave drag, while for the swept-back or triangular wings the friction drag may attain values that are twice the form drag, and also more.

The facts of burble may sensibly increase the total aircraft drag and the wing-fuselage interference may cause a very considerable drag increase.

3. INTERFERENCE DRAG

The interference drag for subsonic aircraft may be considerable if any of the design and drawing rules are not complied with. Usually for aircraft of correct shape the interference drag at zero lift in subsonic field amounts to 5 - 10 percent of the sum of drags of all separated fundamental parts.

Since some years light was thrown upon the interference drag at transonic speeds; researches about the flow in transonic field were carried out at N.A.C.A. wind tunnel at Langley Field, initially by R. Whitcomb and with small rocket propelled models. Researches of this type, however, had already been carried out in Germany by Küchemann during last war and the present American results are to be considered as the development of those already reached.

It appears confirmed by the results of the researches that the interference drag in transonic field, that may repre-

sent a considerable amount of the total drag, depends chiefly and almost entirely from the area distribution of the cross sections, obtained through planes practically perpendicular to the direction of asymptotic speed.

It was studied the behaviour of three typical arrangements: revolution fuselage with swept-back, straight, delta wings.

- The effect of wing-fuselage interference reaches the highest value at transonic speeds.
- The interference drag may also equal the value of the separated wing.
- Small variations of fuselage shape produce considerable increments of the interference drag.

The observation that the interference drag depends almost entirely upon the distribution of the cross section areas, originated the so-called "area rule" which practically consists in approaching as much as possible the distribution of the total cross section areas to the distribution of the cross section areas of the fuselage, shaped as a revolution body of best streamlined form.

Therefore, it is necessary to reduce the fuselage cross section in correspondence of the wing, tail planes and other eventual surfaces or external bodies.

We can act on the fuselage, reducing uniformly its radius, or reducing its sides; the effects appear to be practically the same.

Aircraft designed complying with this rule have shown actually very considerable reductions of the drag in transonic field, with ensuing increase of about 20 - 25 percent in the characteristics (Convair F.102 A, Grumman F.11.F.1, Chance-Vought F8UI swept-back aircraft).

The actual values of interference drag versus the Mach Number, reduced if the "area rule" is complied with, vary greatly with the real wing geometry.

In concordance with the results of the theory of isolated wings, the swept-back wings in transonic field show a much better behaviour than the straight wings; however as Mach Number increases, the drag of the fuselage-swept-back wing

combination appears to increase up to the condition of supersonic leading edge, while the drag of the fuselage-straight - wing or fuselage - delta wing combination decreases starting from the highest value, which corresponds to Mach Numbers from 1,06 to 1,10.

The "area rule" shows to the designer a very useful drawing directive for the reduction of the interference drag, but it does not allow the prevision of the real behaviour of drag, which may be obtained only experimentally.

It seems further to be confirmed that the interference drag grows up to high percentages in full supersonic field.

4. PROBABLE CONVENIENT ARCHITECTURE OF THE FUTURE CIVIL SUPERSONIC "CONVENTIONAL" AIRCRAFT - THE SUPERSONICAL ALL-WING

It was pointed out that the swept-back wing, delta wing and straight wing combinations represent the most convenient architecture for aircraft having a fuselage, depending from the value of Mach Number.

These are the architectures actually used for transonic and supersonic aircraft.

In a supersonic aircraft the fuselage drag may represent a considerable percentage of total drag, since the wing has usually a reduced area; it was further pointed out that the friction drag, for sharpened forms, is greater than the wave drag.

Contrarily to what is generally thought, more or less rightly or wrongly, it is good that the wing loadings of supersonic transport aircraft have not high values and so in order to reach, compatibly with the greatest efficiency, the highest altitudes without requiring too high values of the ratio thrust to aircraft weight, all this in order to attain the greatest ranges by reducing as much as possible the fuel consumptiom per kilometer. Further we must always bear in mind that the aircraft has to take off and land safely also in the case of turbo-jet failure, that is it must show an acceptable behaviour in subsonic field.

It appears then convenient to use, for a given total drag, the largest lifting surface as possible; it is therefore always convenient to have the highest efficiencies and the lowest wing loadings.

For aircraft exceeding certain dimensions it appears therefore convenient to abolish the fuselage, which represents only a parasite drag, choising other solutions that may as well allow to accommodate passengers, installations, systems, propeller and fuel.

This may be obtained, in my opinion, by adopting an all-wing aircraft, with delta or triangular plan-form, characterized by sweep-back angle of great value, in order to have vertex angles of 20 ÷ 30 degrees, that is angles apt to assure, at least up to about M = 3, the condition of subsonic leading edge.Beyond M = 3 the thermal phenomena are very imposing.

The form-drag of such wings is very low and we may obtain high efficiencies though the lift of a triangular wing with subsonic leading edges is less than that of a wing with straight l.e. for a given angle of attach.

For example, with a triangular wing of 30 M. lenght, we have a greatest height of 1,80 M. with a relative thickness of 0,06 percent; the wet surface of such a wing, by φ = 75 degrees, is about 320 square meters; a fuselage of 3 M. diameter and fineness ratio of 0,06 has the same wet surface as the above said wing and an almost negligible lift. For the triangular wing we have following simple expressions (l = height of the triangle)

$$S_a = l^2 c\,tg\,\varphi \qquad\qquad \lambda = \frac{b^2}{S_a} = c\,tg\,\varphi$$

The lift of a triangular wing has been calculated by Stewart; the drag, for double wedged profiles, by Puckett.

For the lift we obtain, for a subsonic leading edge

$$K_p = \frac{2\pi c\,tg\,\varphi}{E} \qquad 6)$$

where E is a certain elliptic integral of the second class, a function of the geometric characteristics of the wing. For wing of a very low aspect ratio ratio ($E \rightarrow 1$) we obtain

$$K_p = 2\pi c\, tg\varphi \qquad 7)$$

expression already obtained by Jones and valid also for M = 1.

For the same wing with a completely supersonic flow we have

$$K_p = \frac{4}{\sqrt{M^2-1}} \qquad 8)$$

The condition of supersonic leading edge is present when

$$\sqrt{M^2-1} = tg\varphi \qquad 9)$$

The wave drag of a triangular wing, for φ values of about 70 ÷ 80 degrees, with subsonic leading edge and greatest thickness at about 15 ÷ 30 percent of maximum chord length "l", is really very low and we estimate it in first approximation, suitable for a technical calculation, as almost constant for M increasing up to the condition [illegible] sonic-line for the line of maximum thickness (diagram 2).

We may write, with approximation in excess and for symmetric profiles with continuous line (which have a greater drag than the double wedged profiles)

$$C_{xf} = 1{,}5\, \delta_a^2 \qquad 10)$$

For a supersonic leading edge the induced drag C_{xi} is that corresponding to

$$C_p = \frac{4\alpha}{\sqrt{M^2-1}}$$

For a subsonic leading edge we find that parameter is a creasing function of the variable ; for small values of (at limit 0) that is for wings of low aspect ratio and limited M, we have ; from this expression we obtain

$$C_{xi} = \frac{C_p^2}{4\pi c\, tg\varphi} \qquad 11)$$

The approximation is in defect, however, we may conveniently increase the induced drag, e.g. of 25 percent.

In view of simplified technical calculations for a triangular wing with a subsonic leading edge we may write:

$$C_p = 2\pi c\, tg\varphi \cdot \alpha \qquad C_r = C_{ra} + C_{rf} + C_{ri}$$

assuming

$$C_{rf} = 1,5\, \delta_a^2 \qquad C_{ri} = 1,25\, \frac{C_p^2}{4\pi c\, tg\varphi}$$

we obtain

$$C_r = C_{ra} + 1,5\, \delta_a^2 + 1,25\, \frac{C_p^2}{4\pi c\, tg\varphi} \qquad 12)$$

this represents a polar which, with the admitted limitations and presuppositions, appears to be as unique for each value of M.

The maximum efficiency is therefore

$$E_{max} = \left[5 \left(\frac{4\pi c\, tg\varphi}{C_{ra} + 1,5\, \delta_a^2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \qquad 13)$$

On the diagram 7, E max is plotted versus δ_a for φ = 75 degeces, including the empennages.

We may see that it is possible, for triangular wings, to reach high efficiencies (in supersonic field) compared with other "pratical" wing forms associated to a fuselage.

The centre of pressure pratically coincides with the centre of figure.

Even if we do not take in account the interference drag, the maximum efficiency of "pratical" wing-fuselage combinations may hardly exceed $5 \div 6$.

Figure 8 shows the schematic views of a triangular all-wing transport aircraft, with double fin; in this case two small triangles are cut away from the wing surface. The fin may also be unique, in central location.

The two lateral fins may be advantageous either to oppose to the burbles at high angles of attack towards the wing tips (that a characteristic aspect of triangular wings) as to clear the central zone.

The crew accommodation is at the forward extremity, the passenger compartment follows, in a roomy trapezoidal space,

with laterally disposed windows.

Crew and passenger compartments are pressurized.

Fuel compartments are located around the centre of gravity; the power plant is inside the wing and may be located near the centre of gravity in order to obtain thrust directions passing through the centre of gravity, also when the jet is deflected downwards in the case of vertical take-off. If convenient or necessary, the power plant may be located externally, at the lower side of aircraft.

The landing gear is easily retractable into the wing.

It is my opinion that such an architecture may prove as suitable also in the case of small special or military aircraft. In this case the pilot has to be accommodated in prone position.

All exposed surface is practically a lifting surface, which allows high gross weights with moderate wing loadings.

5. CHARACTERISTICS OF TURBOJETS WITH OR WITHOUT AFTERBURNER

The author has made researches (Ref. 13 - 33 - 34) in order to find out adequate analytic expressions for the characteristics of turbo-props and turbo-jets without or with afterburner, examining systematically the fundamental phases of plants; selfcompression, compression in the supercharger, expansion in the turbine, aftercombustion, expansion in the nozzle.

From the development of research it results that for power plants provided with fixed ducts every corrected greatness, either dimensionless or not, is a function of two parameters: the Mach Number M and "peripheric" Mach Number M of the power plant wheel.

The peripheric Mach Number is replaced by its proportional ratio $\nu/\tau^{\frac{1}{2}}$ where $\nu = N/N$, ratio of actual r.p.m. to rated r.p.m. and $\tau = T_o/T_{oo}$ ratio of free air absolute temperature To and sea level absolute temperature Too.

For the determination of flight characteristics of supersonic aircraft we shall base on turbojet with afterburner. The study reported in Ref. 33 shows how this type of power plant

is really suitable from the various points of view in supersonic field. This turbojet appears convenient for its total efficiency starting from about Mach Number 1,5 and may be employed up to about Mach Number 3 in the stratosphere, for tne limited strength of blade and after-burner wall material at elevated temperatures. We admit an adequate refrigeration for crew and passenger compartments.

Figures 9 and 10 show, e.g. the corrected specific thrust $S/\tau^{\frac{1}{2}}$ at corrected full r.p.m. (τ is the ratio of T_o to T_{oo}) and the ratio of the corrected thrust S/δ (δ is the ratio of altitude pressure p_o to sea level pressure p_{oo}) to the static thrust S^*, at zero altitudine and full r.p.m. ($M=0, \nu=\tau=1$) for a normal turbojet and for the same turbojet provided with afterburner.

Curve A refers to after-combustion (with $r_{co}=0$) till exhaustion of free oxygen, therefore without temperature and material limitations; curves B are plotted for a temperature limited by the heat resistence of material. Curves refer to supercharger compression ratios of 8, 16, 24. That one of the normal turbojet refers to compression ratio 8. Conservative values have been chosen for the efficiency of the various assemblies.

We may easily see the great difference in qualitative and quantitative behaviour, difference which shows the great possibilities of turbojet with afterburner, particularly in full supersonic field, compared with the inadequatedness of normal turbojet. Other curves in above said reference 33 confirm the possibilities and show that the fuel consumptions per equivalent HP.h are comparable, in supersonic field, to those of the best compound piston engines, taking in due consideration the propeller efficiency (figures 11 and 12).

Certainly the augmentation of supercharger compression ratio for transonic and subsonic speeds improves all characteristics of turbojet, at present the attainment of this improvement appears to be one of the fundamental directive for jet aircraft development.

However, similarly other internal combustion engines,

there is a limit beyond which the advantages of a compression ratio increasing disappear.

For gas turbines, it is chiefly the limitations of material temperature that limit the convenience of a compression ratio increasing. Diagram 13, drawn from Ref. 34 shows the specific static thrust S^* and specific fuel consumption C^* at full r.p.m. ($M=0, \nu=\tau=1$) versus r_{co}, supercharger compression ratio; diagram 14 shows the course of S^*/Ω_{cr} ratio (S^* = thrust, Ω_{cr} = area of the critical section of turbine stator, supposed as operating at critic flow conditions) and the course of thermodynamic efficiency η_t^* either for normal turbojet and turbojet with afterburner. Curves are referred to conservative efficiencies of the various assemblies and to a burnt gas highest temperature (before the turbine) of 875 °C.

Curves show clearly that the augmentation of the compression ratio r_{co} beyond the actual values, at first reduces the specific fuel consumptions and then causes them to increase in different ways for the two cases (with or without afterburner), while the total thrusts at first increase and afterward decrease. The curves show the great importance of the augmentation of the supercharger compression ratio in order to obtain the best performances at least for not too high values of M; the increase seems to be advantageous up to r_{co} values of about 20 ÷ 25, still well far from the actual highest values, of about 10.

For r_{co} = 20, as shown by the curves, we should obtain 120.000 Kg. for each square mater of critical section for the simple turbojet and 220.000 Kg. for each square meter of critical section for turbojet provided with afterburner. Usually the jet thrusts are referred to the master section area.

For the actual design proportioning the ratio of stator nozzle area to the master section varies from 0,06 to 0,12; the lowest values are met for turbojets with centrifugal supercharger, the highest ones are met for turbojet with axial supercharger; for this type we may assume the value of 0,1 ÷ 0,12; therefore, for a frontal master section of one square meter, with axial supercharger and r_{co} = 20, we should attain thrusts of 12.000 ÷ 15.000 Kg. for a simple turbojet and 22.000 ÷ 26.000 Kg. for turbojet with afterburner, with specific fuel

consumptions of 0,65 Kg/Kg.h and 1,85 Kg/Kg.h respectively (Fig. 15).

For a compression ratio 8 we should have, respectively, 5.800 ÷ 7.000 Kg. for the simple turbojet and 9.800 ÷ 12.000 Kg. for turbojet with afterburner, with a fuel consumption of 0,85 Kg/Kg.h and 1,8 Kg/Kg.h respectively.

The increase of the compression ratio r_{co} is therefore justified, in my opinion, more for the thrust increase referred to the frontal area and weight of jet aircraft, than for the reductions of specific fuel consumption.

From the reported curves and other calculations we may however note that the increase of the compression ratio r_{co} for jet engines with afterburner appears not to be very advantageous and convenient; this is due to the quick increasing of total compression ratio due to the rapid increasing of selfcompression ratio in full supersonic field.

Supercharger compression ratios r_{co} of about 10 ÷ 12 seem to be a good compromise; either for the weight referred to thrust and specific frontal thrust, and for the fuel consumption at high flight Mach Numbers.

6. SOME FUNDAMENTAL CHARACTERISTICS OF THE TRIANGULAR ALL-WING AIRCRAFT

We admit as controllable the moments about the centre of gravity, whose motion equations are:

$$C_p \frac{K}{2} p_{oo} \delta M^2 = Q \qquad 14)$$

$$C_r (C_p, M) \frac{K}{2} p_{oo} \delta M^2 = S\left(M, \nu/\tau^{\frac{1}{2}}\right) \qquad 15)$$

Assuming C_p and M as variables, instead of α and M., the incidence of a tringular wing is bound to C_p by the expression $C_p = 2\pi \operatorname{ctg}\varphi \cdot \alpha$; for rotating power units with continuous flow, the theory gives for the jet thrusts, as already seen, the generic expression

$$S = S^* \sigma f\left(M, \nu/\tau^{\frac{1}{2}}\right) \qquad 16)$$

Were S^* is the static thrust, at zero altitude, at full r.p.m. and $f\left(M, \nu/\tau^{\frac{1}{2}}\right)$ is a function of M and of the corrected r.p.m.

From the second and third equations we have

$$C_r\left(C_p, M\right) = \frac{\Omega}{S_a} \frac{2\, S^*/\Omega}{K p_\infty} \frac{f\left(M, \nu/\tau^{\frac{1}{2}}\right)}{M^2}$$

The dimensionless quantity

$$C_s\left(M, \nu/\tau^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{2\, S^*/\Omega}{K p_\infty} \frac{f\left(M, \nu/\tau^{\frac{1}{2}}\right)}{M^2} \qquad 17)$$

may be defined as the jet thrust coefficient.

Bearing in mind the values of C_r and C_p for the all wing solution with great sweep-back angle, we draw from preceding equations:

$$\left(C_{ra} + 1{,}5\,\sigma_a^2\right)\frac{K}{2} p_\infty \sigma M^2 + \frac{1{,}25}{4\pi c\, tg\,\varphi} \frac{\left(\frac{Q}{S}\right)^2}{\frac{K}{2} p_\infty \sigma M^2} = \left(\frac{S^*}{Q}\right)\left(\frac{Q}{S_a}\right)\sigma f\left(M, \nu/\tau^{\frac{1}{2}}\right) \qquad 18)$$

from which we may draw the maximum Mach Number for a given altitude and given engine r.p.m. $\nu/\tau^{\frac{1}{2}}$, if we know C_{ra}, σ_a, φ, Q/S_a, S^*/Q and $f\left(M, \nu/\tau^{\frac{1}{2}}\right)$.

At lower altitudes and full r.p.m. we may neglect with a good approximation the induced drag and write:

$$\frac{K}{2} p_\infty \frac{C_{ra} + 1{,}5\,\sigma_a^2}{\left(\frac{S^*}{Q}\right)\left(\frac{Q}{S_a}\right)} = \frac{f\left(M, \nu/\tau^{\frac{1}{2}}\right)}{M^2} \qquad 19)$$

We may draw the possible limit operative altitude, coinciding with the ceiling. The ratio of external air pressures at ceiling altitude, for $\nu/\tau^{\frac{1}{2}} = 1$ is given by the expression

$$\sigma = \left(\frac{Q}{S^*}\right) \Big/ f(M) \left[\frac{4\pi c\, tg\,\varphi}{5\left(C_{ra} + 1{,}5\,\sigma_a^2\right)}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad 20)$$

To δ corresponds a given altitude in standard atmosphere. We must expressly point out that the condition of corrected r.p.m. equal to unit requires a r.p.m. reduction at altitude in proportion to $\tau^{\frac{1}{2}}$. This corresponds to the normal r.p.m. reduction for a longer life of turbine; about down to the cruising r.p.m.

Diagram 16 shows the variation of $\delta/(\frac{Q}{S})$ versus Mach Number, for $\varphi = 75^{\circ}$, $\delta_a = 0{,}05$ and for following three compression ratios: 8, 16 and 24.

One of the most important aspects for jet aircraft is the fuel consumption per kilometer flown or, still beter, the fuel consumption per km. ton.

From:

$$ds = Vdt = V_{so}\,\tau^{\frac{1}{2}}\,M\,dt$$

$$dQ = c\,S\,dt = \delta\tau^{\frac{1}{2}}c^{*}\varphi(M, v/\tau^{\frac{1}{2}})f(M, v/\tau^{\frac{1}{2}})dt$$

we draw (in kg per km.ton)

$$\frac{1}{\delta}\frac{dQ}{Qds}\Big/\left(\frac{S}{Q}\right)^{*} = \frac{1000}{3{,}6}\,\frac{c^{*}}{V_{so}}\,\frac{\varphi(M, v/\tau^{\frac{1}{2}})f(M, v/\tau^{\frac{1}{2}})}{M} \qquad 21)$$

Diagram 17 shows the values of foregoing expression for $v/\tau^{\frac{1}{2}} = 1$ and for the three values 8, 16 and 24 of r_{co}. For given r_{co}, M, S^{*}/Q the consumption per km.ton lessens with altitude, according to the ratio of pressures, δ.

It is obvious that for given r_{co}, M, S^{*}/Q the fundamental equilibrium equations must be satisfied.

$$C_p\,\frac{K}{2}\,p_{oo}\,\delta\,M^2 = \frac{Q}{S_a} \qquad 22)$$

$$C_r\,\frac{K}{2}\,p_{oo}\,\delta\,M^2 = \delta\left(\frac{S}{Q}\right)^{*}\left(\frac{Q}{S_a}\right)f(M, v/\tau^{\frac{1}{2}}) \qquad 23)$$

For given C_p and C_r we draw the compatible values for δ and $\frac{Q}{S_a}$; therefore, if we know δ, we draw the actual fuel consumption.

It is logically more convenient to take directly in account the aircraft characteristics: for operating level flight (S = R)

$$\frac{dQ}{Qds} = \frac{cR}{QV}$$

For a triangular wing we may write (for $\vartheta/t^{\frac{1}{2}} = 1$)

$$\frac{dQ}{Qds} = \frac{1000}{3,6}\frac{c}{V_{so}}\varphi(M)\left[\frac{C_{ra}+1,5\,\delta_a^2}{\left(\frac{Q}{S_a}\right)}\ \frac{K}{2}p_{oo}\,\delta M + \frac{1,25}{4\pi c\,tg\varphi}\ \frac{\left(\frac{Q}{S_a}\right)}{\frac{K}{p}p_{oo}\,\delta M^3}\right] \qquad 24)$$

The value of this expression becomes minimum if we assume an adequate mean value $\bar{\varphi}(M)$, when

$$\delta^{\frac{1}{2}} M = \frac{\left(\frac{Q}{S_a}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{K}{2}p_{oo}\right)^{\frac{1}{2}}}\left(3\ \frac{1,25}{4\pi c\,tg\varphi}\ \frac{1}{C_{ra}+1,5\,\delta_a^2}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad 25)$$

and corresponds to the physical condition of induced drag equal to 1/3 of penetration drag, that is

$$(C_{ra}+1,5\,\delta_a^2) = 3\,\frac{1,25}{4\pi c\,tg\varphi}\,C_p^2$$

The reduced minimum fuel consumption per km. ton is then drawn from

$$\frac{1}{\delta^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{dQ}{Qds}\right)_{min} = \frac{1000}{3,6}\,\frac{C^*}{V_{so}}\,\bar{\varphi}(M)\,\frac{4}{3}\,\left(\frac{K}{2}p_{oo}\right)^{\frac{1}{2}}\,\frac{(C_{ra}+1,5\,\delta_a^2)^{\frac{3}{4}}}{\left(\frac{Q}{S_a}\right)^{\frac{1}{2}}}\left(3\,\frac{1,25}{4\pi c\,tg\varphi}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad 26)$$

The condition of minimum, previously found, is to be met, as it may be easily seen, when the function $E/C_p^{\frac{1}{2}}$, variable with attitude, becomes maximum. We draw

$$\left(E/C_p^{\frac{1}{2}}\right)_{max} = \frac{3}{4}\ \left(\frac{4\pi c\,tg\varphi}{3\,\frac{1,25}{3\left(C_{ra}+1,5\,\delta_a^2\right)^3}}\right)^{\frac{1}{4}} \qquad 27)$$

The generic expression for fuel consumption per km.ton becomes

$$\frac{1}{\delta^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{dQ}{Qds}\right) = \frac{1000}{3,6}\,\frac{C^*}{V_{so}}\,\frac{\left(\frac{K}{2}p_{oo}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{Q}{S_a}\right)^{\frac{1}{2}}}\,\bar{\varphi}(M)\,\frac{1}{E/C_p^{\frac{1}{2}}} \qquad 28)$$

and coincides with (26) when $E/C_p^{\frac{1}{2}}$ passes through its maximum value.

We may take in account the actual values of $\varphi(M)$ by proceeding graphically or numerically.

The aircraft incidence for this particular condition is smaller than that which corresponds to the greatest value of efficiency. To fly at the highest altitudes, in order to reduce as much as possible the fuel consumption, it is therefore necessary, for a given aircraft geometry (φ, C_{r_0}, δ_a) to use the greatest specific thrusts .

From diagram 18 we may note that ceiling altitudes of about 20 km require thrusts (zero altitude, low speed, full r.p.m.) of the same magnitude degree of the aircraft weight or still greater; the diagram is referred to φ = 75 degrees, $\frac{Q}{S_a}$ = 500 Kg./M^2, C_{r_a} = 0.005, δ_a = 0.05.

Therefore, as a consequence of flight at very high altitudes we have the intrinsic possibility of a vertical take-off, attainable by rotating downwards the jets of turbojets and by controlling the aircraft through the reaction of compressed air jets (obtained from a suitable compressor or from the turbo-jet supercharges) flowing from nozzles disposed at the aircraft extremities in order to obtain higher control moments.

The "reduced" kilometric range, obtained by integration of (28) is given by

$$\delta^{\frac{1}{2}} S = 2 \frac{3,6}{C^* \bar{\varphi}(M)} V_{s0} \frac{\left(\frac{Q_a}{S_a}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{K}{2} P_{\infty}\right)^{\frac{1}{2}}} \frac{E}{C_p^{\frac{1}{2}}} \left(1 - (1-\varepsilon)^{\frac{1}{2}}\right) \qquad 29)$$

where S is expressed in km if C^* is expressed in kg/kg.h and the remainder in kg; m; sec; $\varepsilon = Q_c/Q_0$ is the fraction of initial gross weight corresponding to the consumed fuel, the initial wing loading.

Since $\varepsilon < 1$ we may also write

$$\delta^{\frac{1}{2}} S \neq 2 \frac{3.6}{C^* \bar{\varphi}(M)} V_{s0} \frac{\left(\frac{Q_a}{S_a}\right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{K}{2} P_{\infty}\right)^{\frac{1}{2}}} \frac{E}{C_p^{\frac{1}{2}}} \varepsilon \left(1 + \frac{1}{4}\varepsilon + \frac{3}{4.6}\varepsilon^2 + \frac{3.5}{4.6.8}\varepsilon^3 + \cdots\right) \qquad 30)$$

At a parity of other conditions the range increases by $\delta^{-\frac{1}{2}}$; at an altitude of 20.000 m it is more than four times the range corresponding to zero altitude.

The "reduced" endurance $\tau^{\frac{1}{2}} t$ is drawn from

$$\tau^{\frac{1}{2}}\tau = \frac{E}{C^{*}\bar{\varphi}(M)} I\, h = \frac{E}{C^{*}\bar{\varphi}(M)}\, \varepsilon\left(1+\frac{1}{2}\varepsilon+\frac{1}{3}\varepsilon^{2}+\dots\right) \qquad 31)$$

t is expressed in hours if C^{*} is expressed in kg/kg.h.

At a parity of other conditions, the endurance increases lightly with altitude.

Diagram 19 shows the values of $\tau^{-\frac{1}{2}}$ and $\sigma^{-\frac{1}{2}}$ in standard atmosphere.

7. CONCLUSIONS

Foregoing exposition was certainly incomplete and somewhat synthetic, but enough documented. I think it is possible to conclude that the most "convenient" aircraft, from the points of view: aerodynamic, structural, flight characteristic and operattion in supersonic field, seems to be the all-wing of triangular plan form, characterised by a large sweep angle (to ensure the condition of subsonic leading edge at least up to Mach Numbers 2 - 3) and propelled by a turbojet provided with afterburner. The essential reasons are:

1) For the all-wing the whole "wetted" surface is a lifting or useful surface, excepting fin and rudder surfaces.
2) Since the fuselage is a pure rsisting body, its suppression permits to reach, for all-wing aircraft, high efficiencies in full supersonic flow. The greatest values of efficiency result at least double than those of the best "practical" wing-fuselage combinations, also because of the elimination of interference drag.
3) The great lifting surface of the all-wing aircraft, at parity of aircraft length and gross weight, permits the flight with moderate wing loadings, not greater than those of actual civil aircraft; it is therefore possible, if convenient or necessary, to admit considerable overloads.
4) Crew and passengers may be comfortably accommodated in the front and central sections of the wing, whose height may reach about 2 m for a total aircraft length of 36 - 40 m. The wing centre section, which accommodates crew and passengers, has obviously to be pressurized.

5) Fuel, jet engines and landing gear may easily be placed at the inside of wing; it is known how it is difficult, for the common wing-fuselage combinations to find place for the jet engines, the fuel and the retracted landing gear for high speed aircraft because of their thin wings. If necessary, the jet engines may be placed at the outside.
6) The fuel consumption per km.ton of the all-wing aircraft has about the same value as that of the actual aircraft in operation, perhaps smaller if the flight altitude is about 15.000 - 16.000 m.
7) From flight at very high altitudes follows automatically that the thrust at low altitude is greater than the aircraft weight; it is therefore possible a vertical take-off or the reduction of take-off distance to some hundred meters, because of the reduction of wing loading due to jet-lift.

The behaviour of the triangular and the swept-back wings at large angles of attack, corresponding to landing, is generally unsatisfactory due to the burble at the extremities; for the triangular wing said burbles may be eliminated or attenuated by disposing the fins at the extremities, or by suction or blowing of the local boundary-layer by means of adequate ramming air intakes, in correspondence of extremity airfoils of short chord.

Probably the cutting-away of the small triangular surfaces of the extremities, which stall first (for about 20 percent of span) and the adoption of the two fins represent the simplest and certain remedy in order to improve the stability at high angles of attack.

The construction of such an aircraft will need the extensive use of stainless steel and titanium for some parts.

It is further necessary to provide for an adequate refrigeration of a portion of the surfaces exposed to the stream.

The aircraft permits to carry, as previously said, considerable overloads, which may be partially composed by cooling fluids.

REFERENCES

1. - E. Pistolesi - Aerodinamica - Unione Tipografica Torinese - Torino 1932.

2. - Le alte velocità in aviazione - 5° Convegno Volta - Reale Accademia d'Italia 1936.

3. - H.W. Liepmann, A.E. Puckett - Introduction to Aerodynamics of a Compressible Fluid - J. Wiley & Sons, Inc. - New York 1948.

4. - A. Ferri - Elements of Aerodynamics of Supersonic Flows - The McMillan Co. - New York 1949.

5. - G.B. Nicolà - Aerodinamica Applicata al Volo - Associazione Culturale Aeronautica - Roma 1950.

6. - A. Bonney - Engineering Supersonic Aerodynamics - Mc Graw-Hill Book Co. Inc. - New York - Toronto - London 1950.

7. - P. Rebuffet - Aérodinamique Expérimentale - Librairie Politecnique Ch. Beranger - Paris - Liège 1950.

8. - W.F. Hilton - High Speed Aerodynamics - Longmans, Green & Co. - London - New York - Toronto 1952.

9. - M. Rauscher - Introduction to Aeronautical Dynamics - J. Wiley & Sons Inc. - New York; Chapman & Hall Ltd. - London 1953.

10. - D. Küchemann, J. Weber - Aerodynamics of Propulsion - Mc Graw Hill Book Co. Inc. - New York - Toronto - London 1953.

11. - U. Nobile - Elementi di Aerodinamica - Libreria dello Stato - Roma 1954.

12. - Th. von Kármán, N.B. Moore - Resistance of Slender Bodies Moving with Supersonic Velocities with Special Reference to Projectiles - Trans of the A.S.M.E. 1932.

13. - G.J. Taylor, J.W. Maccoll - The Air Pressure on a Cone Moving at High Speeds - Proc. Roy. Soc. - London 1933.

14. - Th. von Kármán - The Problem of Resistance in Compressible Fluids - 5° Convegno Volta "Le Alte Velocità in Aviazione" - Reale Accademia d'Italia - Roma 1935.

15. - C. Ferrari - Campi di corrente ipersonori attorno a solidi di rivoluzione - L'Aerotecnica, 1937.

16. - C. Ferrari - Campo aerodinamico a velocità ipersacustica attorno a un solido di rivoluzione a prora acuminata - L'Aerotecnica, 1936.

17. - M.J. Lighthill - Supersonic Flow Past Bodies of Revolution - R. & M. No.2003 - 1945.

18. - R.T. Jones, Kennet Margolis - Flow over Slender Bodies of Revolution at Supersonic Velocities - NACA T.N. 1081 - 1946.

19. - A.J. Stewart - The Lift of a Delta Wing at Supersonic Speeds - Quarterly of Appl. Math. - Ottobre 1946.

20. - A.E. Puckett - Supersonic Wave Drag of Thin Airfoils - J.R.A.S. Sept. 1946.

21. - Th. von Kármán - Supersonic Aerodynamics; Principles and Applications - J.R.A.S. 1946.

22. - A.E. Puckett, A.J. Stewart - Aerodynamic Performance of Delta Wings at Supersonic Speeds - J of the Ae. SC. - Oct. 1947.

23. - R.T. Jones - Estimated Lift-drag Ratios at Supersonic Speed - NACA TN 1350.

24. - W.G. Vincenti - Comparison Between Theory and Experiment for Wings at Supersonic Speeds - NACA Report 1033 - 1951.

25. - M.J. Lighthill - The Supersonic Theory of Wings of Finite Span - R. & M. no.2001.

26. - F.B. Fuller, B.R. Briggs - Minimum Wave Drag of Bodies of Revolution with a Cilindrical Center Section - NACA TN 2531 - 1951.

27. - Interavia Nos. 3, 4 - 1956.

28. - G. Santangelo - Superiorità della propulsione con turboelica sulla propulsione con turbogetto nel campo subsonico e transonico - L'Aerotecnica No.4 - 1950.

29. - G. Santangelo - Propulsione Aerea - Scuola di Guerra Aerea - Firenze 1952.

30. - G. Santangelo - Possibilità dell'autoreattore e del turbogetto in campo supersonico - L'Aerotecnica No.1 - 1953.

31. - G. Santangelo - Metodo di calcolo delle caratteristiche dei turbogetti e dei turboelica - Espressioni utili per le ricerche di propulsione e meccanica del volo - L'Aerotecnica No.3 - 1953.

32. - G. Santangelo - Sul decollo verticale e sulla salita verticale degli aeroplani - l'Aerotecnica No.1 - 1955.

33. - G. Santangelo - Il turbogetto con postbruciatore, propulsore per velocità supersoniche - limit probabili per barriera termica interna ed esterna - L'Aerotecnica No.6 - 1956.

34. - G. Santangelo - Sulla spinta a punto fisso, a quota zero, dei turbogetti normali e con postbruciatore - limiti di convenienza dello aumento del rapporto di compressione del compressore - Presentata al 14° Congresso Nazionale A.I.D.A. (In corso di stampa sull'Aerotecnica).

35. - G. Santangelo - Influenza della deviazione del getto di uscita dei reattori su alcune caratteristiche di volo fondamentali degli aeroplano - Presentata al 14° Congresso Nazionale dell' A.I.D.A. 1955 (In corso di stampa sull' Aerotecnica).

LIST AND TITLE OF DIAGRAMS

1. Ratio between the maximum compressible and incompressible drag coefficients.
2. Wave drag for various types of wing.
3. Drag of revolution bodies.
4. Optimum fineness ratio for supersonic fuselages.
5. Minimum drag of supersonic fuselages.
6. Conventional types of supersonic aircraft.
7. Maximum lift-drag ratio for a triangular wing.
8. Sketch of a probable convenient civil supersonic aircraft.
9. "Corrected" specific thrust of a turbojet with afterburner.
10. "Corrected" thrust of conventional turbojets and of turbojet with afterburner.
11. "Corrected" specific consumption of turbojet with afterburner.
12. Consumption per unit power of turbojet with afterburner.
13. Static specific thrust and specific consumption of conventional turbojet and of turbojet with afterburner.
14. Static thrust per unit area of critical section of turbine and thermal efficiency.
15. "Corrected" thrusts related to frontal area for turbojets with afterburner.
16. Non-dimensional pressure at ceiling for supersonic aircraft with triangular wing.
17. "Corrected" consumption per km.ton.
18. Minimum consumption per km.ton and optimum Mach Number for a supersonic triangular aircraft with turbojet and afterburner.
19. Square root of non-dimensional pressure and temperature in standard atmosphere.

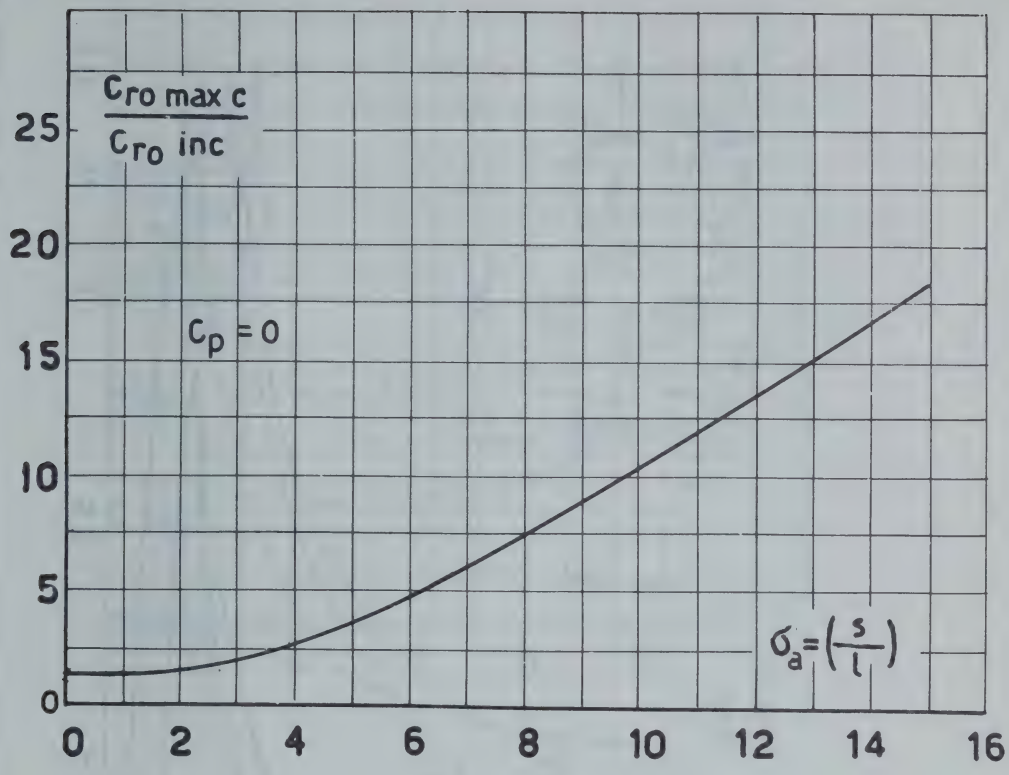

$\frac{C_{ro\ max\ c}}{C_{ro\ inc}}$
25
20
15
10
5
0
$C_p = 0$
$\sigma_a = \left(\frac{s}{l}\right)$
0
2
4
6
8
10
12
14
16

Fig ,1

66.27

$\frac{c_{rf}}{4\sigma_a^2}$
3
2
1
0
1
1,5
2
2,5
3
3,5
M
φ=0
λ=∞
φ=45°
λ=∞
φ=60°
λ=∞
φ=0
λ=4
φ=0
λ=2
1
2
3
4
5
6
45°
λ=8
60°
75°
45°
λ=2
60°
75°
Cp=0

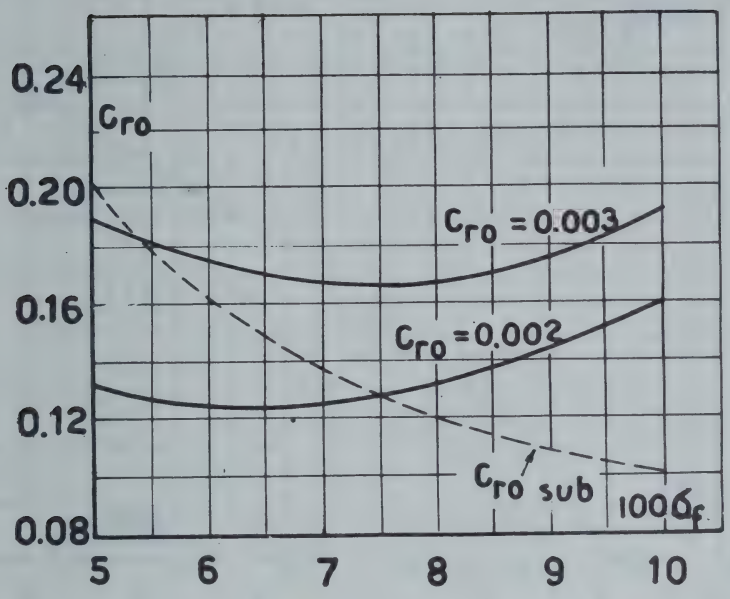

0.24
0.20
0.16
0.12
0.08
C_{ro}
$C_{ro} = 0.003$
$C_{ro} = 0.002$
C_{ro} sub
$100\sigma_f$
5
6
7
8
9
10

Fig ,3

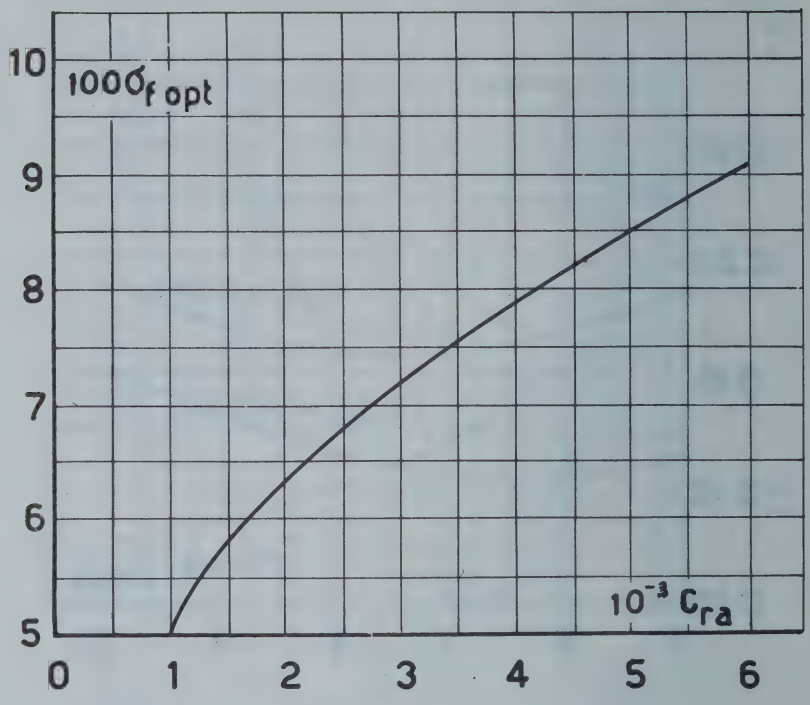


Fig , 4

66.30

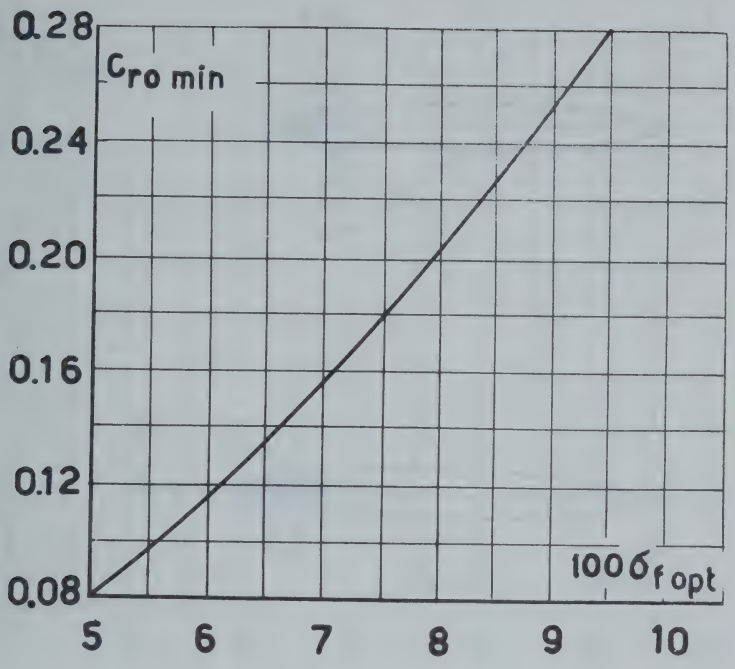
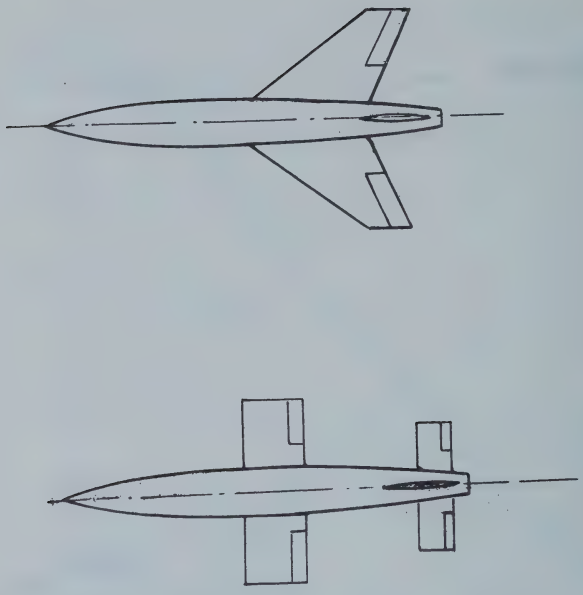


Fig ,5



, Fig ,6

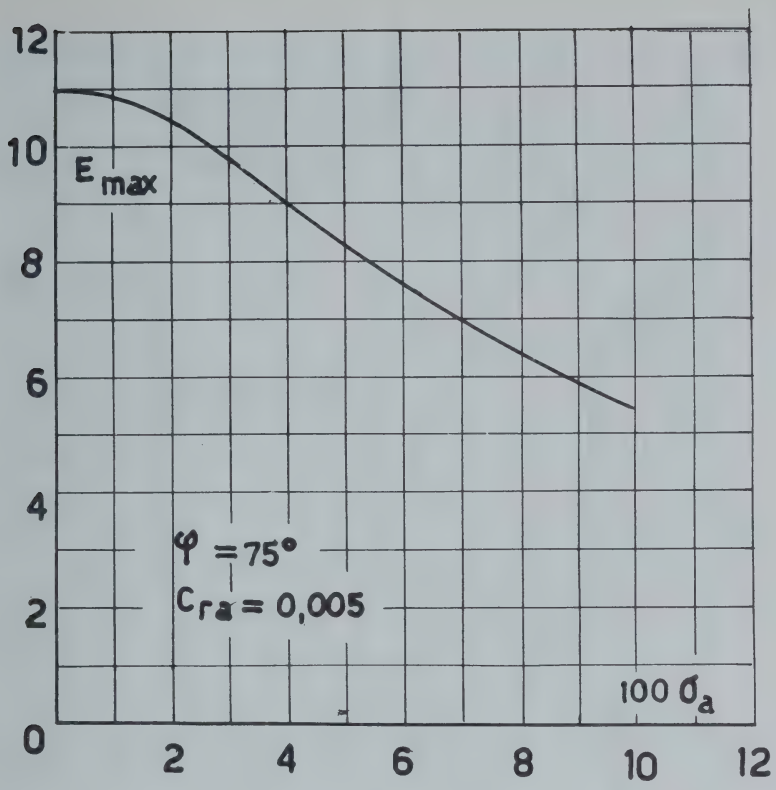
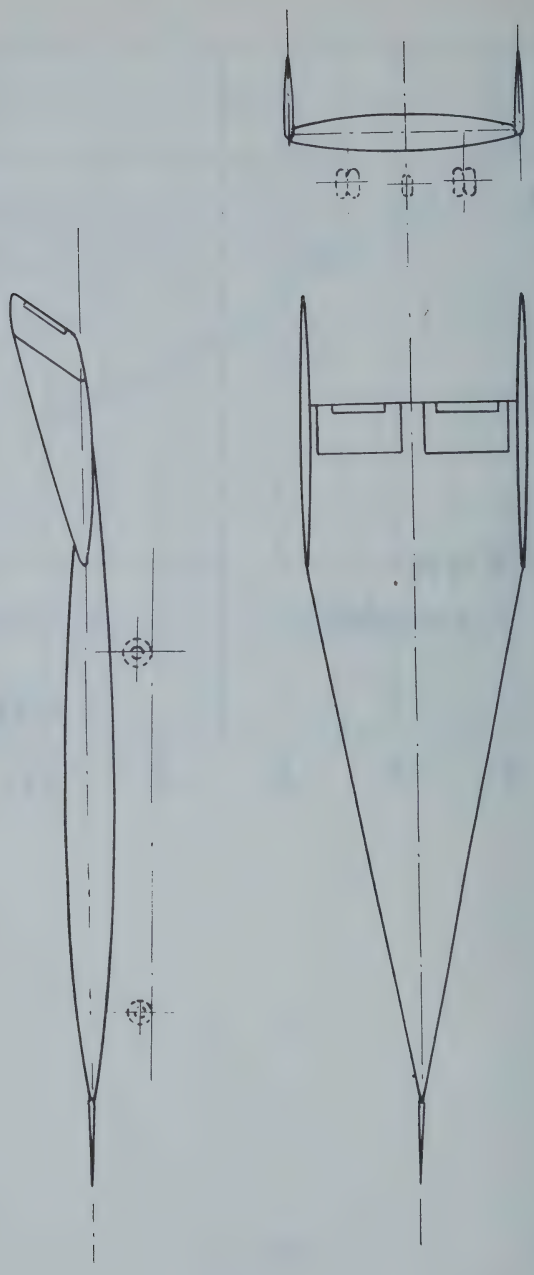


Fig ,7



66.31.

Fig ,8

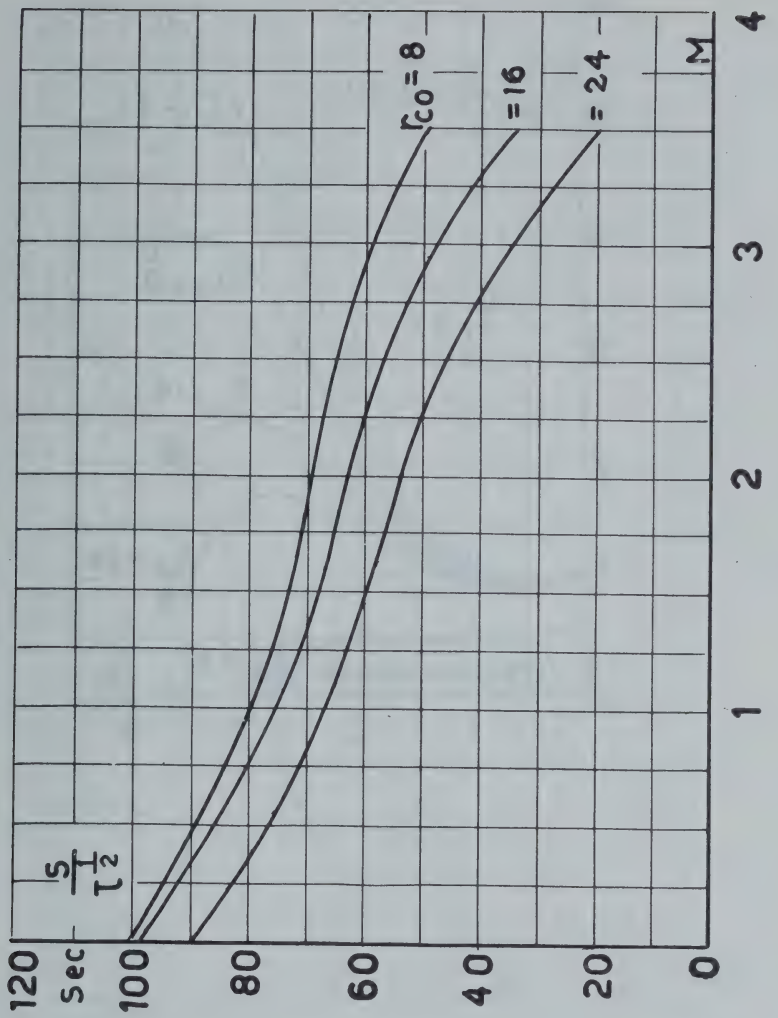


Fig , 9

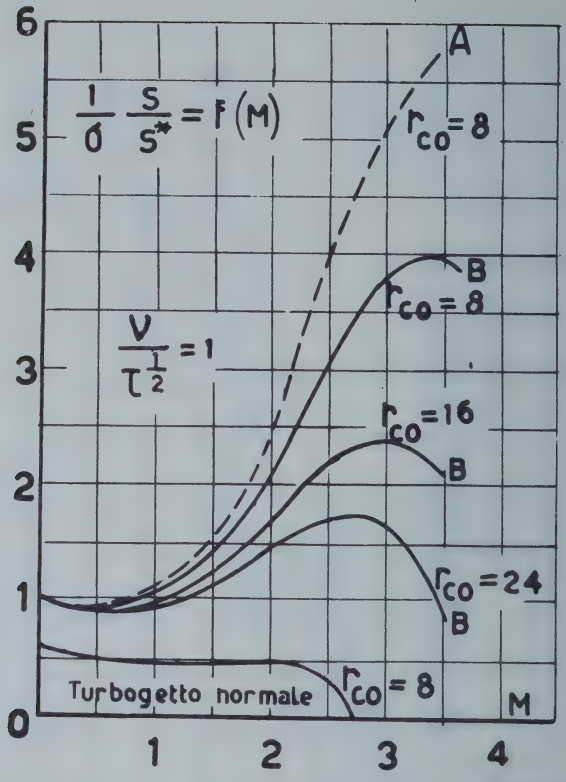
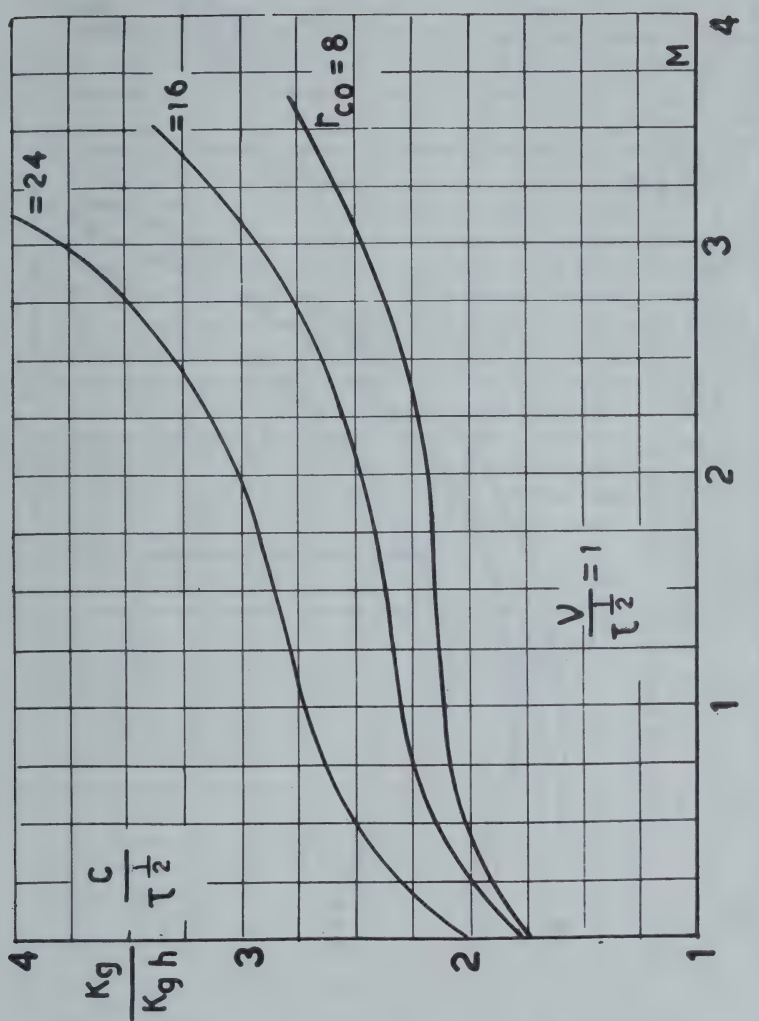

6
5
4
3
2
1
0
1
2
3
4
M
A
$\frac{1}{\theta}\frac{S}{S^*} = F(M)$
$r_{co}=8$
B
$r_{co}=8$
$\frac{V}{\tau^{\frac{1}{2}}}=1$
$r_{co}=16$
B
$r_{co}=24$
B
Turbogetto normale
$r_{co}=8$

Fig , 10

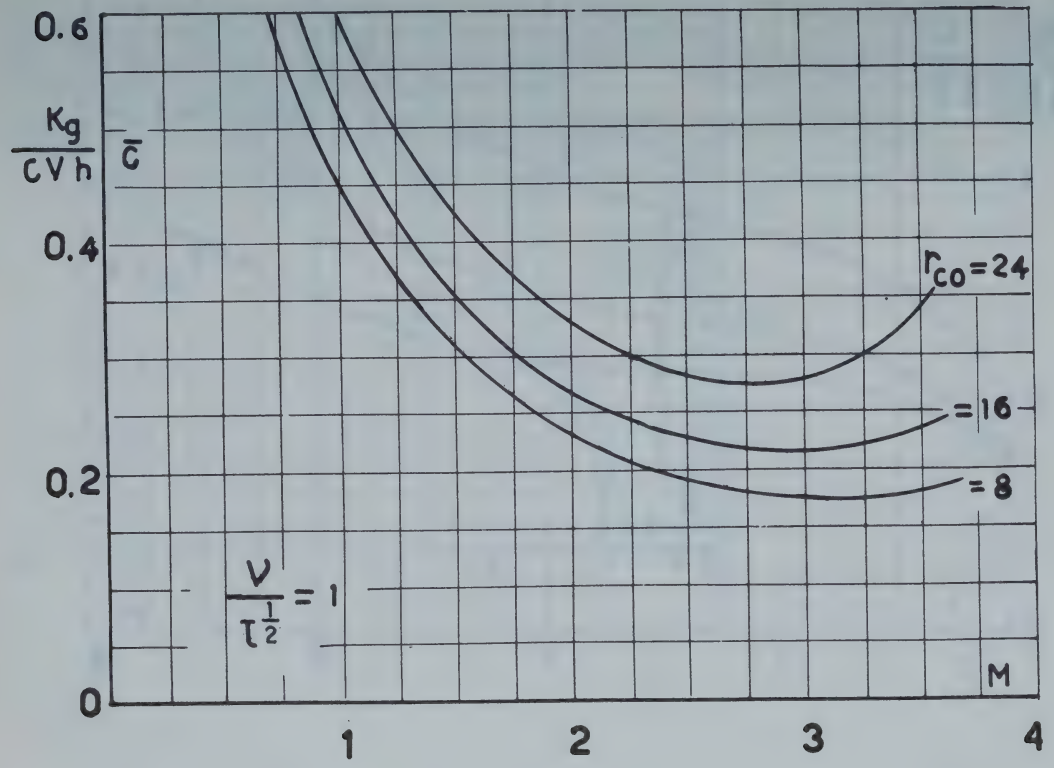
66.36



$\frac{K_g}{K_g h}$
$\frac{c}{\tau^{\frac{1}{2}}}$
$\frac{\nu}{\tau^{\frac{1}{2}}} = 1$
$r_{co} = 8$
=16
=24
M
1
2
3
4

Fig ,11

66.37


0.6
$\frac{K_g}{CVh}\bar{c}$
0.4
0.2
0
$r_{co}=24$
$=16$
$=8$
$\frac{\nu}{\tau^{\frac{1}{2}}}=1$
M
1
2
3
4

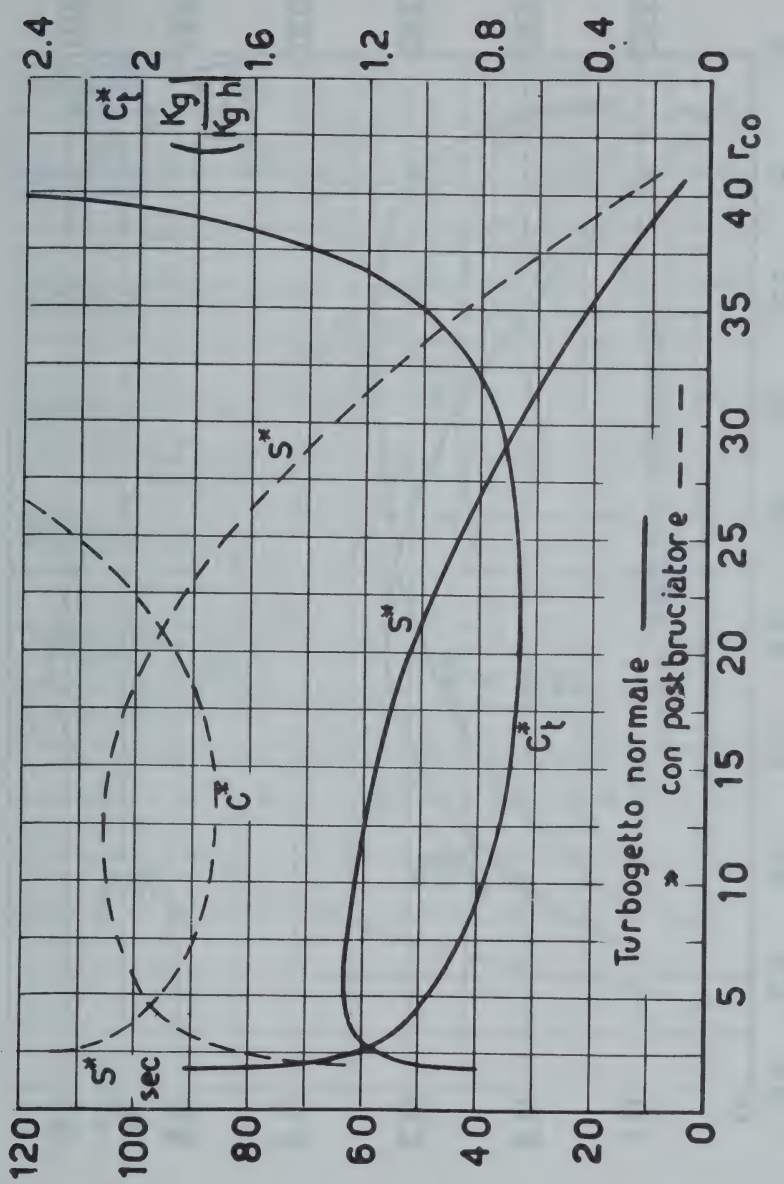

2.4
2
1.6
1.2
0.8
0.4
0
c_t^*
$\frac{Kg}{Kg\,h}$
120
100
80
60
40
20
0
sec
S^*
C^*
S^*
S^*
c_t^*
Turbogetto normale ——
» con postbruciatore - - -
5 10 15 20 25 30 35 40 r_{co}

Fig ,13

240000
200000
160000
120000
80000
40000
0
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
r_{co}
$\frac{S^*}{\Omega_{cr}}$
$\left(\frac{kg}{m^3}\right)$
η_t^*
Turbogetto normale
» con postbruciatore

Fig ,14

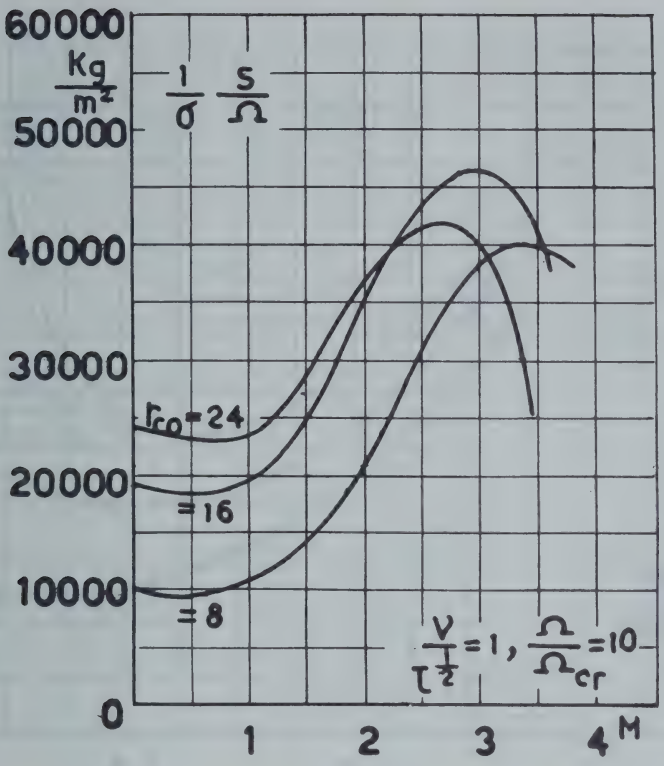

60000
Kg/m²
1/σ S/Ω
50000
40000
30000
20000
10000
0
r_co=24
=16
=8
V/τ^½ =1, Ω/Ω_cr =10
1
2
3
4
M

Fig. 15

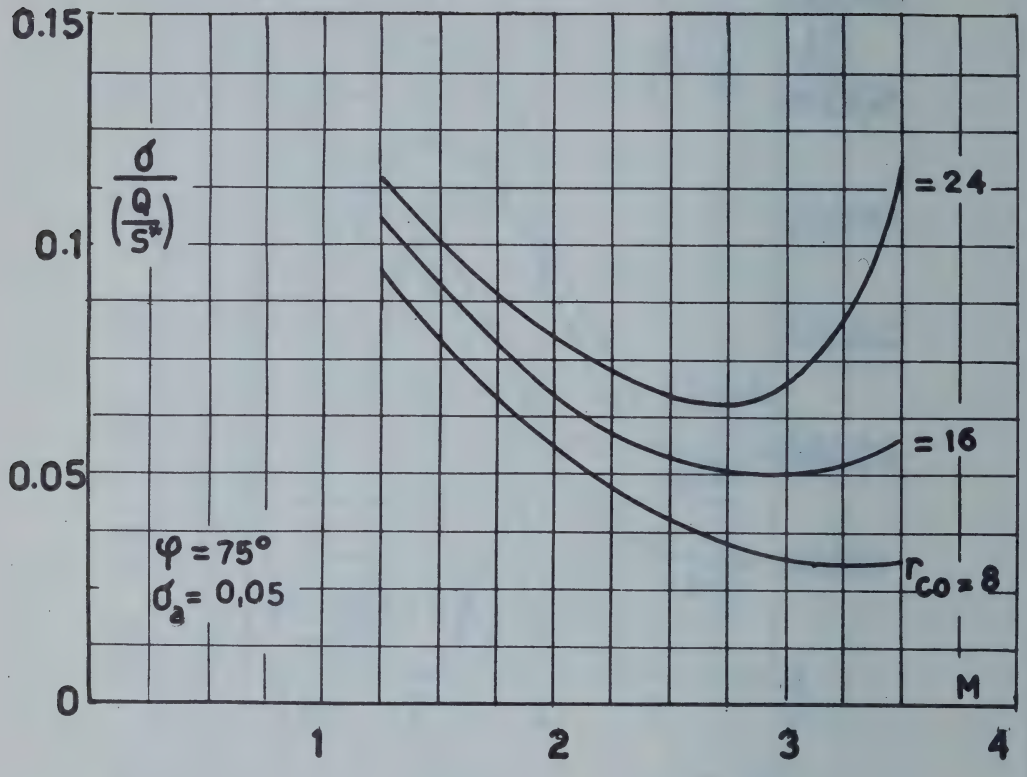

0.15
0.1
0.05
0
$\frac{\sigma}{(\frac{Q}{S^*})}$
$\varphi = 75°$
$\sigma_a = 0{,}05$
= 24
= 16
$r_{co} = 8$
M
1
2
3
4

Fig. 16

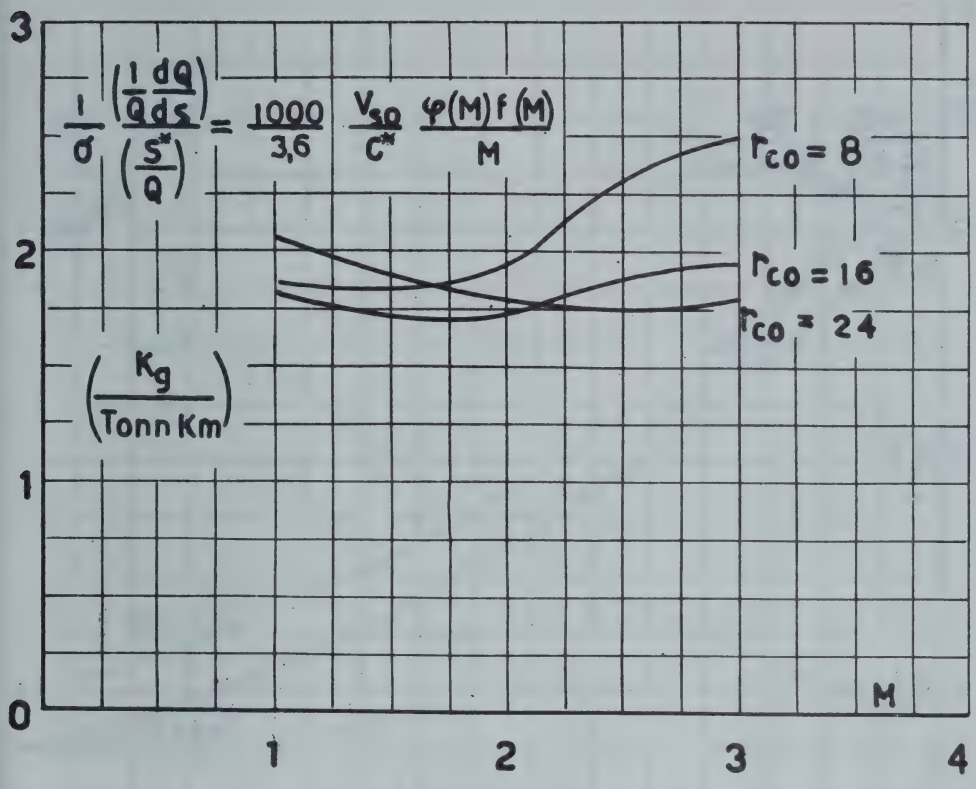

$\frac{1}{\sigma}\left(\frac{\frac{1}{Q}\frac{dQ}{ds}}{\left(\frac{S^*}{Q}\right)}\right) = \frac{1000}{3,6}\,\frac{V_{so}}{C^*}\,\frac{\varphi(M)\,f(M)}{M}$
$r_{co} = 8$
$r_{co} = 16$
$r_{co} = 24$
$\left(\frac{K_g}{\text{Tonn Km}}\right)$
M
0
1
2
3
4

Fig. 17

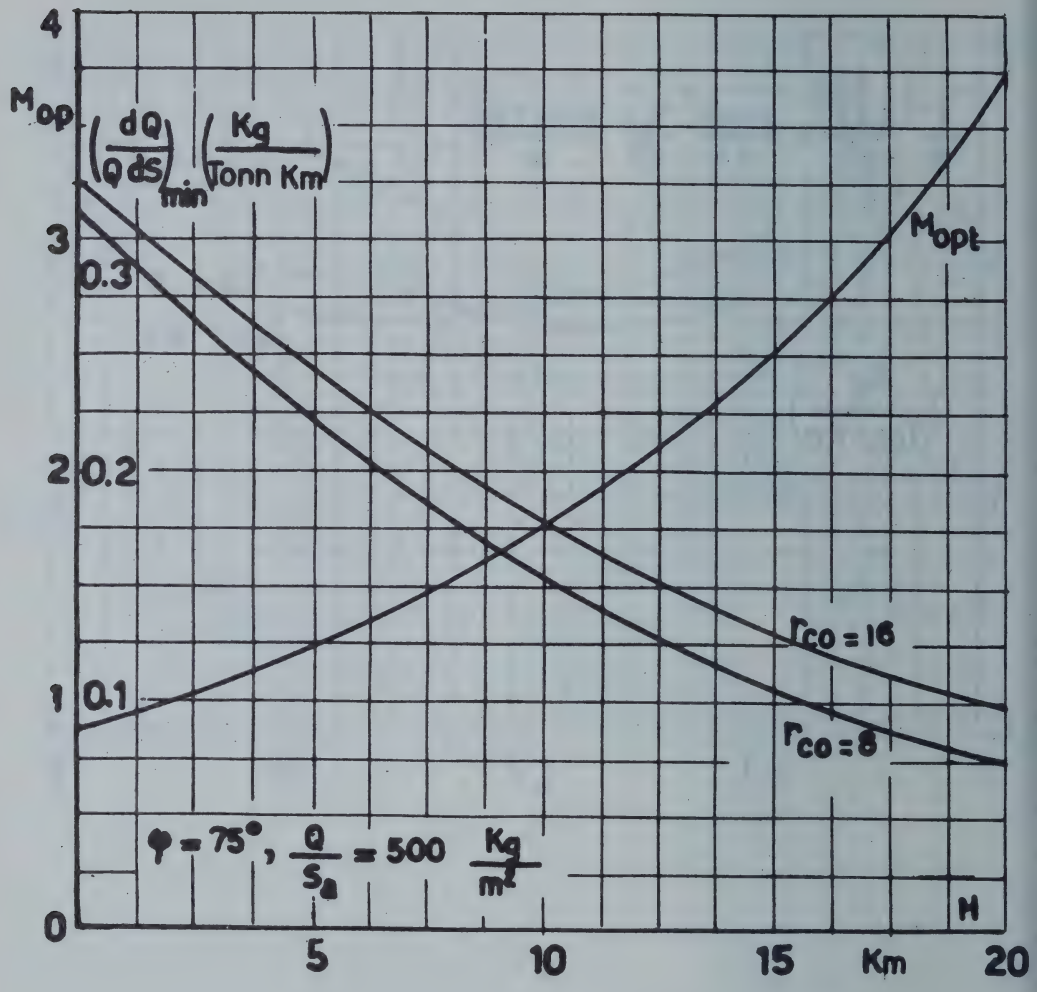

4
M_{op}
$\left(\frac{dQ}{Q\,dS}\right)_{min}\left(\frac{Kg}{Tonn\ Km}\right)$
3
0.3
2
0.2
1
0.1
0
M_{opt}
$r_{co}=16$
$r_{co}=8$
$\varphi = 75°$, $\frac{Q}{S_a} = 500\ \frac{Kg}{m^2}$
H
5
10
15
Km
20

Fig. 18

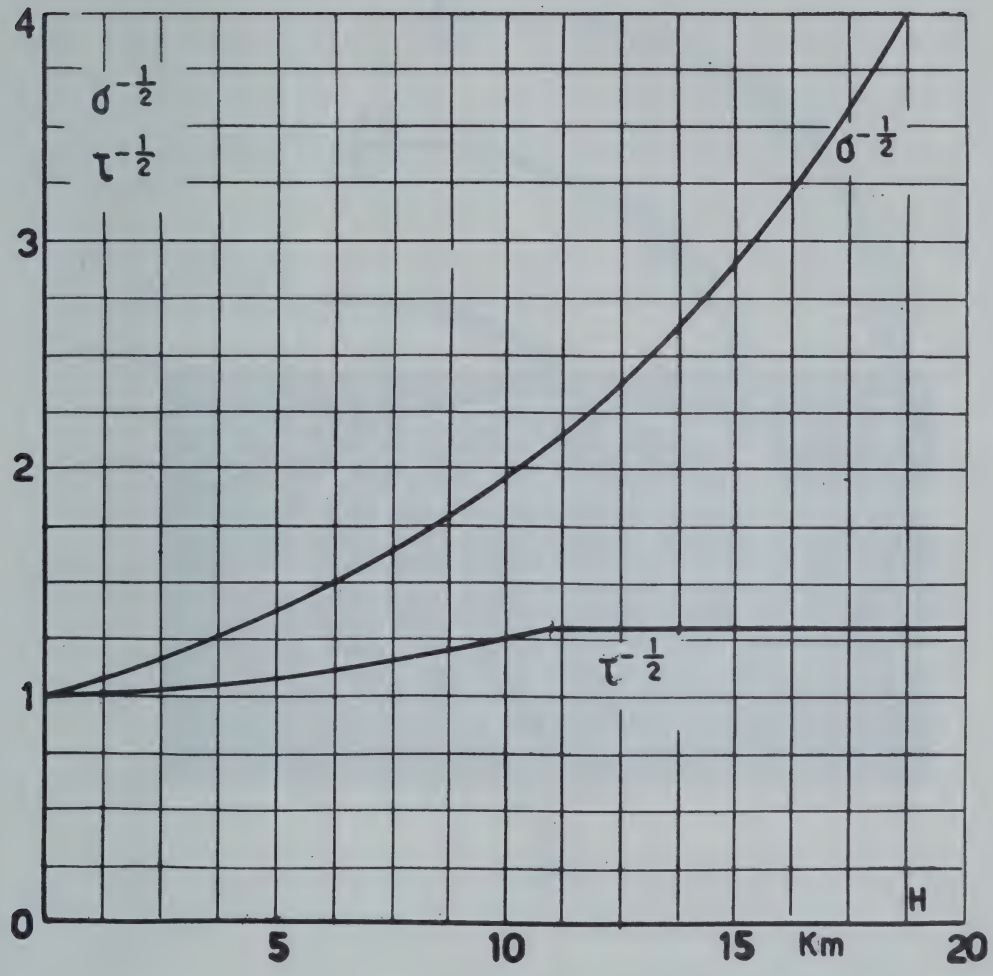
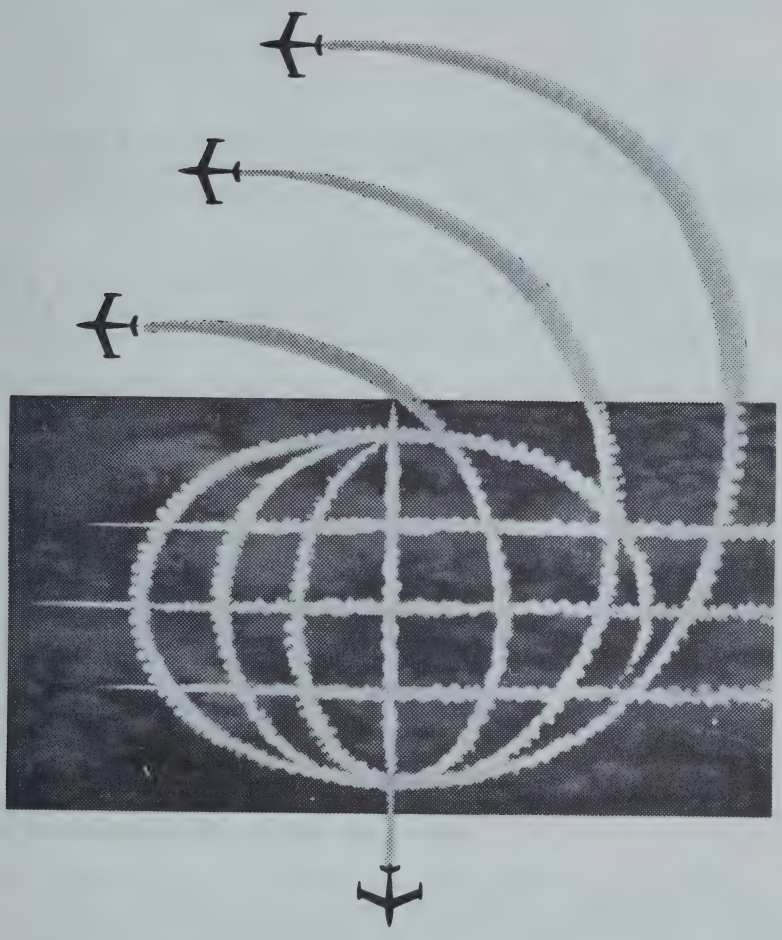

4
3
2
1
0
$\sigma^{-\frac{1}{2}}$
$\tau^{-\frac{1}{2}}$
$\sigma^{-\frac{1}{2}}$
$\tau^{-\frac{1}{2}}$
H
5
10
15
Km
20

Fig. 19

66.45



SHELL

FACILITE D'ENTRETIEN DE L'AVION BI-REACTEUR DE TRANSPORT CARAVELLE

par

Pierre SATRE

Dans l'étude d'un avion de transport comme CARAVELLE, le nombre et l'importance de problèmes techniques à résoudre est difficile à imaginer quand on n'a pas eu à y participer personnellement.

Nos amis du C.A.A. et des Services Officiels Français passent leur temps à définir les conditions de sécurité à remplir et décomposent cet immense problème en un nombre presque infini de sous-problèmes que nous devons résoudre l'un après l'autre.

Monsieur LECARME et Monsieur DUGUET, pour la conception générale de l'avion et l'Aérodynamique, Monsieur VALLAT pour la structure et le fail-safe, Monsieur BETEILLE pour les essais en vol, vous ont donné quelques aperçus sur les problèmes les plus importants.

Toutes ces études donnent à l'avion ses qualités maîtresses et ses possibilités techniques. Mais dans tout celà, il reste sous-entendu que l'avion a été par ailleurs soigneusement étudié pour qu'il puisse effectivement voler dans les conditions admises dans tous les calculs de rentabilité, c'est à dire dix heures par jour pendant dix ans, pour chacun des avions de série. Si cette condition n'est pas remplie, tous nos calculs deviennent faux et les Airlines détournent leur attention et nous traitent de "purs théoriciens" ce qui pour nous est la pire des insultes.

Aussi j'ai tenu à vous dire moi-même le soin que toute l'équipe de Sud-Est Aviation a porté à tout ce qui permet d'obtenir une grande rotation et une belle longévité.

En toute conscience, je crois que nous sommes sur la bonne voie et la figure 1 vous montrera que le premier prototype (N° 01) a tenu sans difficulté le programme d'essais d'utilisation fixé dès 1953, dans le marché que nous a passé le Ministère de l'Air Français.

Après 43 h. 30 de pré-endurance, réalisés par les équipages du C.E.V. de Brétigny entre le 22 Avril 1956, et une révision après 400 h. de vol (réalisés un an après le premier vol, révision comprise), le prototype partait le 22 Mai en essais d'utilisation. Le 3 Septembre, il avait réalisé 395 h. 51 min. d'endurance (soit 827 h. 36 de vol au total, révisions règlementaires comprises).

Il faut noter que ces essais, exécutés par des équipages d'Air-France, ont également servi à faire un certain nombre de présentations officielles qui coupent le rythme des essais (aux membres du Congrés I.A.T.A. à SAN REMO, voyage à HAMBOURG, COLOGNE, DUSSELDORF, et transport de TOULOUSE à HUCKNALL d'un réacteur à réviser, présentation à AMSTERDAM).

Nous avons eu également à transporter un certain nombre de personnalités. Enfin Air-France a dû entraîner ses équipages.

Au cours d'une même journée le 28 Août 1956, en 11 h. 37' de vol, l'avion a fait un vol PARIS - CASABLANCA - PARIS sans atterrissage à CASABLANCA et un vol PARIS - ALGER - PARIS sans atterrissage à ALGER, le retour de ce deuxième vol a été réalisé volontairement sur un moteur seulement.

Pour obtenir une forte rotation nous avons pris un certain nombre de mesures que j'estime capitales :

1. Nous avons choisi systématiquement pour tous équipements ceux qui sont considérés comme parmi les meilleurs par toutes les Airlines :

   - réacteurs Rolls-Royce Avon RA 29 (pour la Série).
     Ces réacteurs auront subi 10.000 heures d'essais en vol et 7.250 heures d'essais au banc au moment de la mise en service des avions de Série.

   - matériels électriques Bendix.

   - matériels de conditionnement d'air Airesearch, etc...

   Tous les matériels qui n'ont pas donné satisfaction sur les prototypes ont été systématiquement remplacés par des éléments plus sûrs.

   Dans ce choix des équipements nous avons évité toutes les considérations sentimentales et nous n'avons pris que des matériels sur lesquels nous pouvions effectuer des essais sérieux.

2. Nous avons soumis au Laboratoire tous les équipements et tous les circuits à des essais prolongés de fonctionnement et d'endurance.

   Voici quelques vues prises dans notre Laboratoire sur le banc hydraulique, qui représente l'ensemble des circuits dans leur forme exacte. A ce jour, notre Laboratoire a établi 238 rapports.
   Nos servo-commandes ont subi un million de manoeuvres; notre circuit de train a réalisé plusieurs milliers de relevages.

   D'autre part, nous avons établi pour chaque équipement une fiche fixant exactement ses conditions de stockage, de réception et d'installation. Le potentiel probable a été fixé avec soin et n'est augmenté qu'après des essais au sol et en vol.

   Chaque équipement subit dans un autre Laboratoire tous les essais de réception prévus par la fiche.

Enfin, nous avons la chance d'avoir à TOULOUSE les Laboratoires les plus importants du Ministère de l'Air, l'Etablissement Aéronautique de TOULOUSE, dans lequel nous pouvons faire des essais importants (essais de train, essais statiques partiels et d'ensemble, essais de fatigue, essais de fail-safe).

Nous sommes en train d'installer dans notre Laboratoire tous les circuits de l'avion de série, que nous avons modifiés par rapport à ceux des prototypes, à la suite des constatations faites en vol et des demandes des Services Officiels (CAA et STAé).

3. Notre Service D'Essais en Vol et l'Ingénieur Sud-Est qui suit les essais d'utilisation font des rapports détaillés sur tous les incidents.
Plusieurs ingénieurs sont affectés spécialement à l'étude des incidents survenus. Ils transmettent immédiatement au Bureau d'Etudes toutes leurs conclusions. Les prototypes sont modifiés et les dessins de série rectifiés.

Grâce à nos essais au Laboratoire et en Vol, de nombreux équipements, pourtant réputés au moment de leur choix, ont dû être améliorés ou mieux adaptés à nos besoins. Nos circuits ont également subi un nombre important de modifications.

Nous voudrions obtenir que nos fournisseurs se vantent d'avoir été choisis pour CARAVELLE.

4. Nous avons étudié avec soin tous les documents nécessaires à un bon entretien :

- check-lists d'équipage
- gammes de contrôle
- programmes de révision (25 h. - 50 h. - 100 h. - 1.000 h.) de l'avion complet et de tous les équipements.
- notices descriptive et d'entretien
- Nomenclature de rechanges.

Tous ces documents sont contrôlés et améliorés à chaque révision.

Un service technico-commercial important entretient un contact permanent avec les Airlines pour connaître exactement leurs besoins.

Un service Après-vente, déjà trés habitué aux avions militaires que nous livrons, s'adapte à CARAVELLE et aux besoins des Airlines.

5. Enfin, et c'est là un point sur lequel je voudrais insister particulièrement, nous avons étudié de trés près la facilité d'entretien au sol.

Nous pensons, en effet, qu'un équipement facile à visiter, à démonter et à remplacer, fonctionne toujours mieux.

De plus, son inspection et son changement demandent moins de temps; ils peuvent plus facilement entrer dans une visite à faible période, ou même faire l'objet d'un examen spécial.

Le dessin général de l'avion rend déjà le problème plus facile.

- le train trés bas permet d'accéder à tous les points de l'aile avec un tabouret, le bout d'aile est à 2m 30 du sol.

- le fait d'avoir deux réacteurs, au lieu de quatre, divise par deux le nombre d'inspections à faire sur les groupes moteurs et leurs accessoires.
  L'absence d'hélices supprime tout un ensemble d'accessoires qui donnent souvent des ennuis: leur inspection en était souvent malaisée.

- la disposition de tous les accessoires de réacteur sous les réacteurs eux-mêmes permet grâce à l'ouverture d'une grande porte, une inspection facile. J'ai vu personnellement plusieurs fois des mécaniciens ouvrir cette porte, réacteurs en route. Le scénario mériterait un film. L'équipage demandant au dernier moment un contrôle après essai au point fixe des réacteurs; le mécanicien ouvre le panneau, fait sa vérification. Le contrôleur s'avance, vérifie ce qui a été fait et contrôle la refermeture du panneau. Et immédiatement l'avion roule vers la piste d'envol.

- la faible hauteur des réacteurs par rapport au sol (3 m. environ) permet d'accéder facilement à ces accessoires réacteurs. De plus comme vous allez le voir, le changement d'un réacteur est particulièrement facile.

- la grande accessibilité de tous les accessoires et circuit placés dans le fuselage grâce
  - à la porte de pointe avant
  - à la porte escalier
  - aux deux portes de soute avant et arrière
  - aux grandes portes de train ouvrables au sol

  met les principaux organes à la portée des mécaniciens d'entretien sans démontages compliqués ni manutention d'escabeaux importants.

- Enfin, des dispositions de détail rendent encore plus facile l'entretien de nombreux éléments.
  - portes de visite trés nombreuses sous la voilure.
  - organes de remplissage de kérosène sous la voilure.
  - panneaux d'équipements basculants.
  - démontage facile d'éléments d'insonorisation.
  - adoption d'éléments à démontage rapide comme les postes radio montés sur racks ARINC, qui se branchent automatiquement quand on les met en place.

Les quelques vues suivantes illustrent ces différents points.

6. Pour terminer, je signalerai un point que j'estime aussi trés important; celà m'a été confirmé par tous les Représentants des Airlines que nous avons rencontrés.

Nous avons adopté les normes U.S. pour tous les éléments que l'on démonte souvent :

- visserie
- raccords hydrauliques
- prises de courants

Vous comprendrez aisément les difficultés que nous avons rencontrées, puisque nous construisons en FRANCE un avion qui comporte de nombreux éléments Anglais (réacteurs en particulier) et des équipements U.S.

Toutes les Airlines ont leurs magasins pleins d'éléments aux standards U.S., nous avons considéré comme indispensable de nous plier aux mêmes standards.

En conclusion, j'estimerai avoir atteint mon but si j'ai attiré votre attention sur le souci que nous avons pris de réaliser un avion facile à opérer par les Airlines de tous les pays.

Tout ce que nous avons fait jusqu'à maintenant n'est qu'un début. Nous continuerons cette politique avec les Airlines sur les avions de Série.

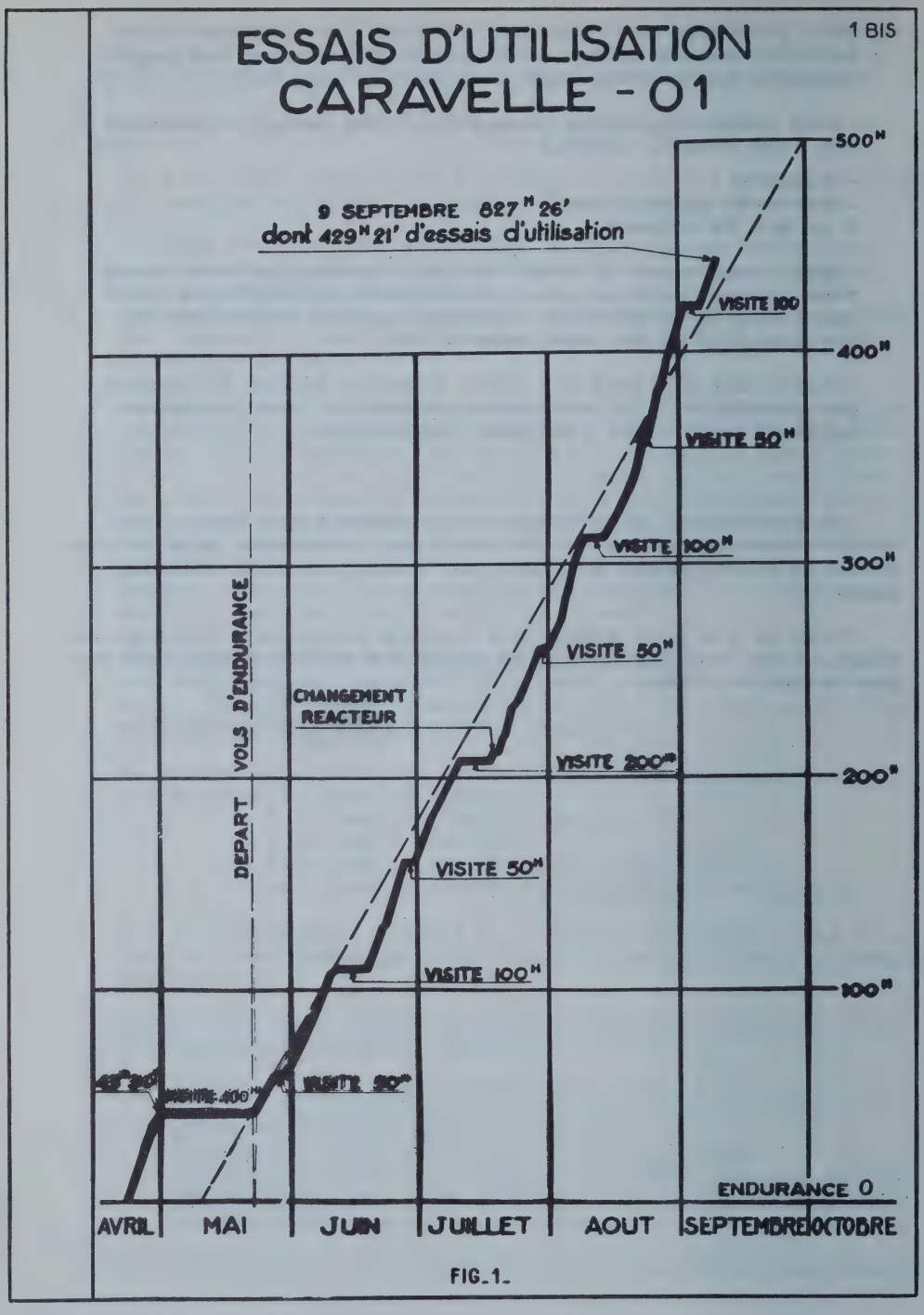

ESSAIS D'UTILISATION
CARAVELLE - 01
1 BIS
9 SEPTEMBRE 827H 26'
dont 429H 21' d'essais d'utilisation
500H
400H
300H
200H
100H
VISITE 100
VISITE 50H
VISITE 100H
VISITE 50H
VISITE 200H
VISITE 50H
VISITE 100H
VISITE 400H
VISITE 50H
DEPART VOLS D'ENDURANCE
CHANGEMENT REACTEUR
ENDURANCE 0
AVRIL
MAI
JUIN
JUILLET
AOUT
SEPTEMBRE
OCTOBRE

FIG_1_

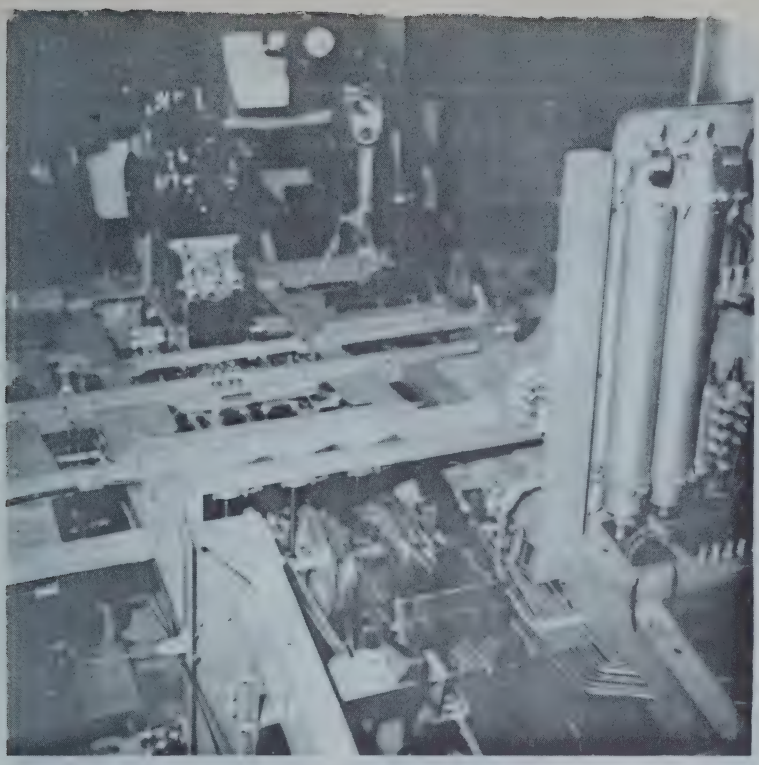


FIG. 2 BANC HYDRAULIQUE - POSTE D'ÉQUIPAGE

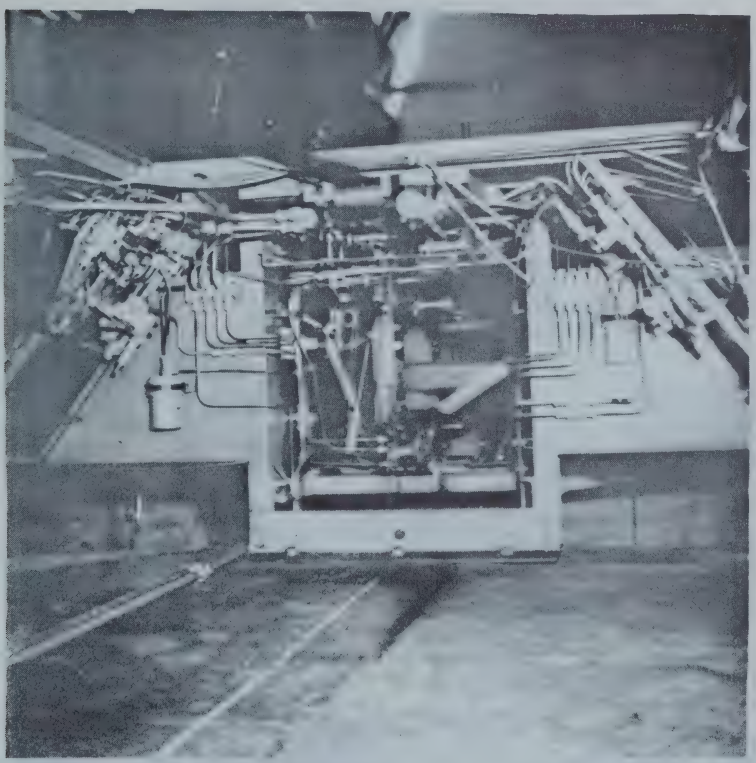


FIG. 3 - EQUIPEMENT HYDRAULIQUE AU C.41 -

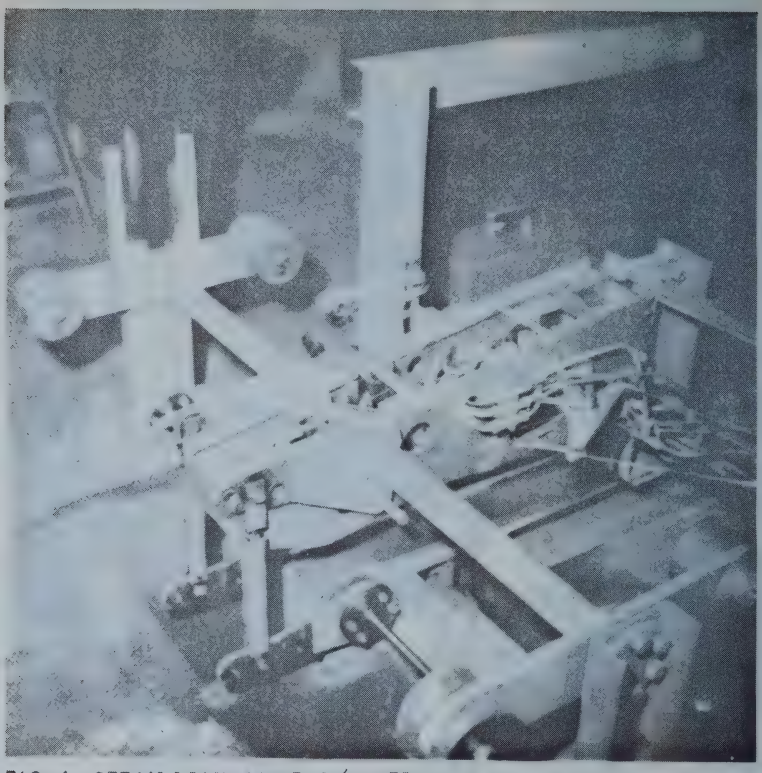
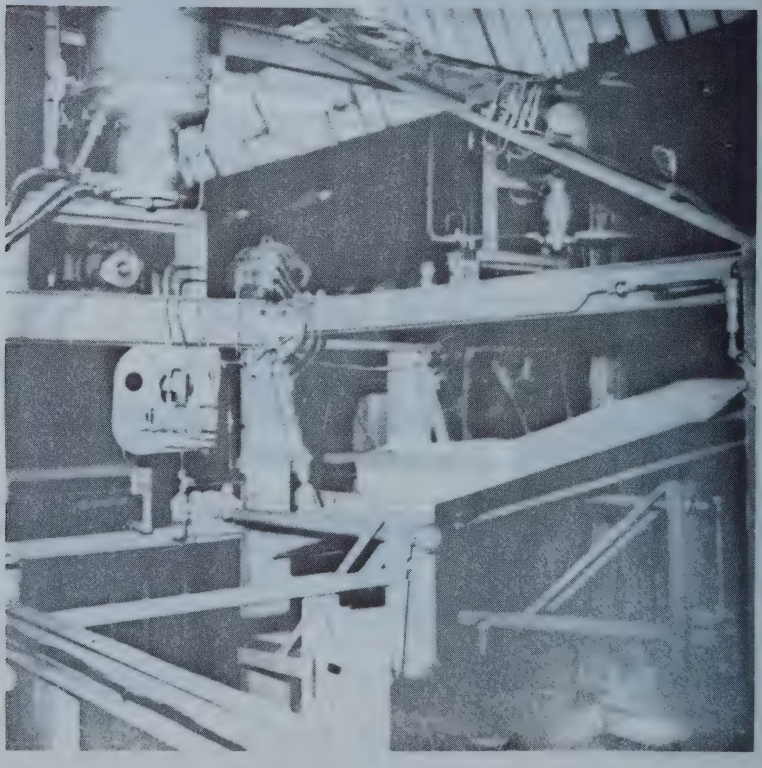


FIG. 4 - SERVOCOMMANDE D'AILERON -



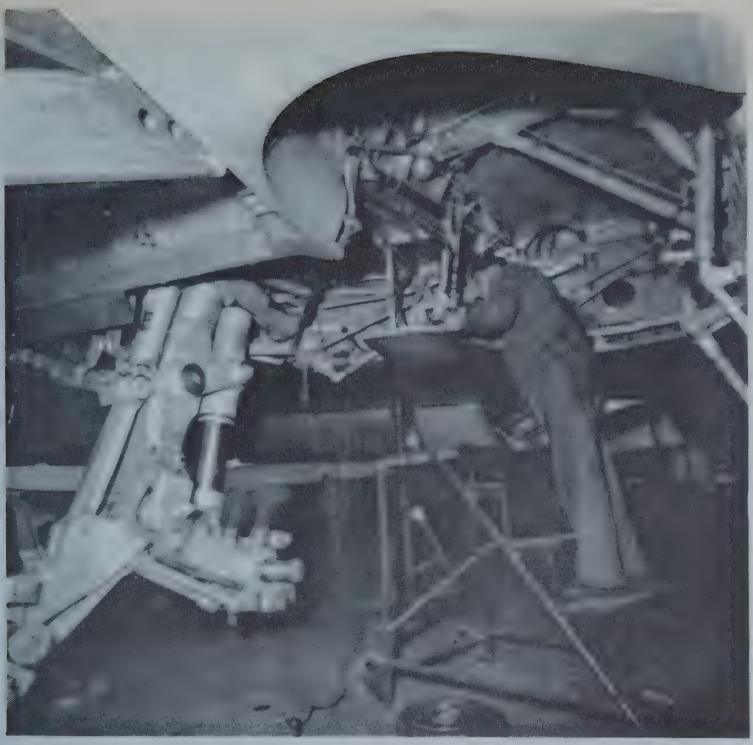


FIG. 6 _ ACCES AUX ACCESSOIRES DE TRAIN

FIG. 7 _ PORTE DE VISITE EN AVANT DES AILERONS.

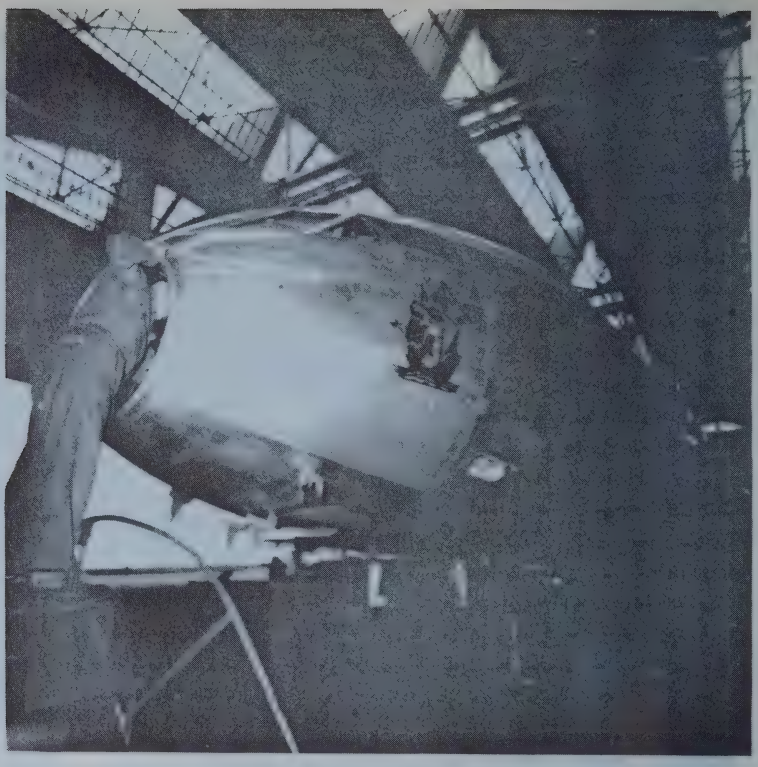


FIG. 8 _ ACCES A L'AVANT DU FUSELAGE _

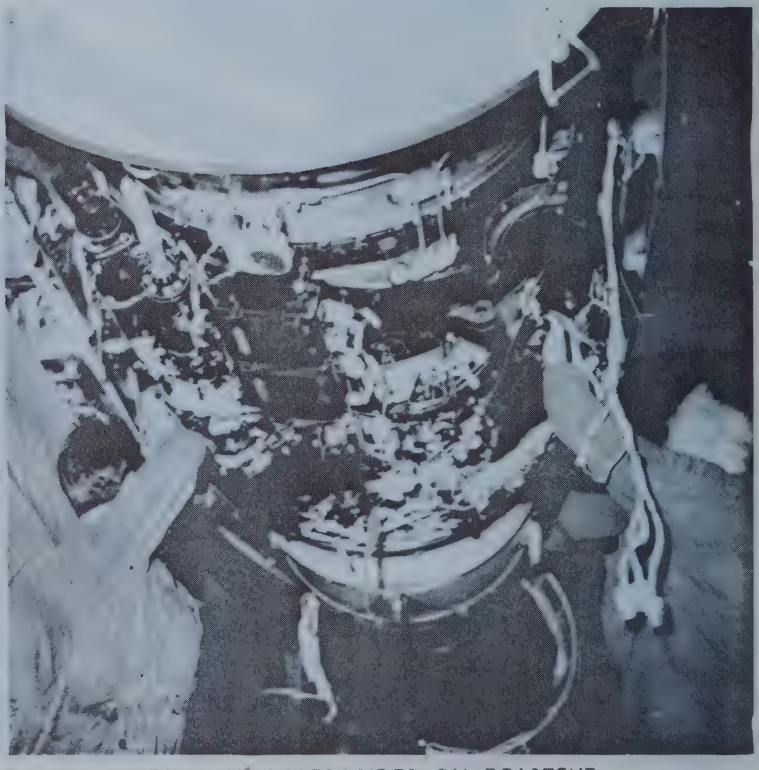


FIG. 9 _ ACCES AUX ACCESSOIRES DU REACTEUR _

FIG.10_ DEMONTAGE D'UN REACTEUR_

FIG.11_ DEMONTAGE D'UN REACTEUR_

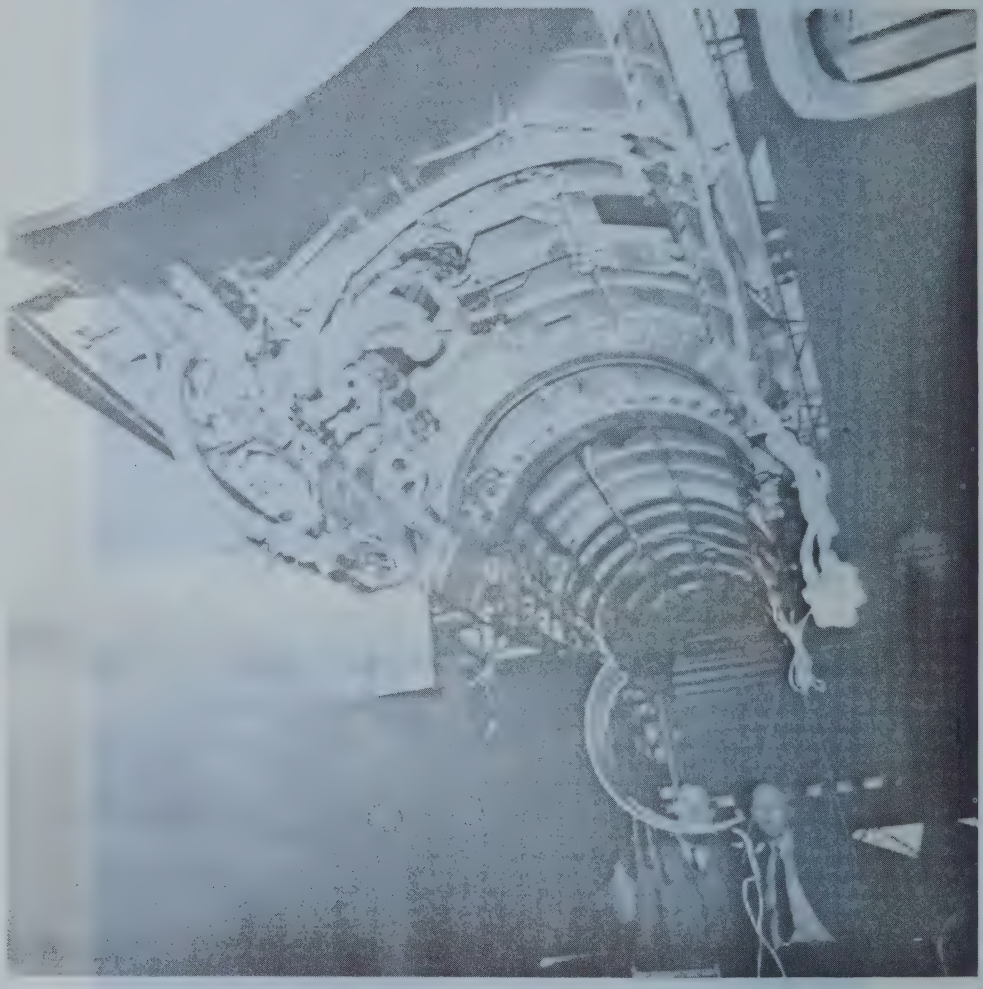


FIG_12 _ FUSEAU, REACTEUR ENLEVE_

R. Mees & Zoonen

Banquiers et Courtiers d'assurance

Rotterdam
Amsterdam, La Haye, Delft, Schiedam,
Vlaardingen, Alblasserdam

*

GRENZSCHICHTEN IN KOMPRESSIBLER STROEMUNG. [+)]

von H. Schlichting [++)]

Gliederung.

	Blatt-Nr.
1. Einleitung.	2
2. Laminare Grenzschichten.	4
2.1 Die Grundgleichungen.	4
2.2 Die längsangeströmte ebene Platte.	5
2.3 Andere Körperformen.	7
3. Turbulente Grenzschichten.	8
3.1 Die Grundgleichungen.	9
3.2 Plattengrenzschicht.	13
3.3 Andere Körperformen.	15
4. Der Umschlag laminar-turbulent.	15
4.1 Einfluss des Wärmeüberganges.	16
4.2 Einfluss der Mach Zahl auf den Umschlag.	17
4.3 Andere Einflüsse auf den Umschlag (Turbulenzgrad, Rauhigkeit).	19
5. Wechselwirkung zwischen Grenzschicht und Verdichtungsstoss.	20
6. Zusammenfassung.	21
7. Literatur.	23
Abbildungen.	

[+)] Herrn Dipl.-Ing. E.G. Feindt danke ich für wertvolle Mitarbeit bei der Vorbereitung dieses Manuskriptes.

[++)] Institut für Strömungsmechanik, T.H. Braunschweig.

1. Einleitung.

Das von mir zu behandelnde Thema "Grenzschichten in kompressibler Strömung" ist ein Teilgebiet der Strömungsforschung, das im letzten Jahrzehnt besonders intensiv bearbeitet worden ist. Infolge der starken Steigerung der Fluggeschwindigkeit wurden für die flugtechnische Aerodynamik nicht nur die Fragen des Widerstandes sehr bedeutungsvoll, sondern auch die damit zusammenhängenden Fragen der Erwärmung eines umströmten Körpers durch die Reibungswärme bei extrem hohen Geschwindigkeiten. Diese beiden Fragenkomplexe, Widerstand und Erwärmung bei grossen Strömungsgeschwindigkeiten, bilden den wesenlichen Inhalt der Grenzschichtforschung bei kompressibler Strömung.

Vom Standpunkt der Theorie aus handelt es sich hierbei um eines der schwierigsten Teilgebiete der Strömungsmechanik überhaupt, weil bei der Behandlung dieser Vorgänge sowohl die Kompressibilität als auch die Zähigkeit des strömenden Gases berücksichtigt werden muss. Für den Strömungsfachmann ist es zur Genüge bekannt, welche Erschwerung es für die Theorie bedeutet, wenn man die ideale, d.i. reibungslose inkompressible Flüssigkeit verlässt, und einmal nur die Reibung (Grenzschicht-Theorie) und andererseits nur die Kompressibilität (Gasdynamik) berücksichtigt. Die Schwierigkeiten werden aber um ein Vielfaches grösser, wenn man gleichzeitig Zähigkeit und Kompressibilität zu berücksichtigen hat. Es ist deshalb nicht verwunderlich, dass erst in neuester Zeit, bedrängt von den praktischen Erfordernissen, dieses Gebiet in grösserem Umfang in Bearbeitung genommen worden ist.

Ich möchte jedoch daran erinnern, dass der überhaupt erste Vorstoss in dieses Gebiet etwa gleichzeitig von Th.v.Kármán [1] und A. Busemann [2] im Jahre 1935 unternommen worden ist, die beide die laminare Grenzschicht an der längsangeströmten ebenen Platte bei kompressibler Strömung berechneten. Hieran schlossen sich während des Zweiten Weltkrieges Arbeiten von W. Hantzsche und H. Wendt im Busemannschen Institut in der Luftfahrtforschungsanstalt Braunschweig an. Gleichzeitig und unabhängig davon erschienen in Italien Arbeiten von L.Crocco und in USA von H.W. Emmons und J.G. Brainerd [3]. Nach dem Zweiten Weltkriege setzte auf diesem Gebiet vor allem in USA, aber auch in den meisten anderen Luftfahrtforschung treibenden Ländern, eine sehr umfangreiche theoretische und experimentelle Forschung ein. Die hierbei erhaltenen Ergebnisse haben in den letzten Jahren einen solchen Umfang angenommen, dass sie kaum noch zu übersehen sind. Es kann deshalb nicht meine Aufgabe sein, einen halbwegs geschlossenen Überblick über das Gesamtgebiet zu geben. Ich muss mich vielmehr darauf beschränken, einige Teilergebnisse auszuwählen, die mir für die neuere Entwicklung dieses Gebietes besonders wichtig erscheinen.+)

Ich möchte mein Referat so einteilen, dass ich in einem ersten kürzeren Abschnitt auf die laminare Grenzschicht eingehe, anschliessend etwas auführlicher die turbulente Grenzschicht

+) Für die ältere Literatur vgl. die zusammenfassenden Darstellungen in [4], [5] und [6].

bespreche, danach den Umschlag laminar-turbulent und zum Schluss die +) Beeinflussung von Grenzschicht und Verdichtungsstoss behandle.

Wenn man versucht, die Grundgedanken der Prandtlschen Grenzschicht-Theorie, die sich für Mässige Geschwindigkeiten (imkompressible Strömung) sehr gut bewährt haben, auf die kompressible Strömung zu übertragen, so treten erhebliche Komplikationen ein, die durch drei Umstände verursacht sind:

1) Die Stoffbeiwerte Dichte, Zähigkeit und Wärmeleitfähigkeit können nicht mehr als konstant, sondern müssen als temperaturabhängig angesehen werden.
2) Es tritt neben der Strömungsgrenzschicht eine Wärmegrenzschicht auf, wobei sich beide gegenseitig beeinflussen.
3) Beim Auftreten von Verdichtungsstössen in Strömungen mit Überschallgeschwindigkeit sind dort, wo der Stoss auf die Grenzschicht trifft, die Voraussetzungen der Grenzschicht Theorie nicht mehr erfüllt.

Die Berechnung der laminaren und turbulenten Grenzschicht, die vorläufig nur möglich ist, falls keine Verdichtungsstösse auftreten, ist weiterhin im Vergleich zur imkompressiblen Grenzschicht-Theorie dadurch erheblich kompliziert, dass wesentlich mehr Parameter auftreten. Ausser der Reynoldszahl

$$Re = \frac{U_\infty \, \ell}{\nu} \quad ,$$

die bei der inkompressiblen Grenzschicht den einzigen wesentlichen Parameter darstellt, hat man für die kompressible Grenzschicht noch mindestens die folgenden weiteren Parameter zu berücksichtigen:

1) die Mach Zahl, $Ma = \frac{M_\infty}{c_\infty}$,

2) die Prandtl Zahl, $Pr = \frac{\mu g c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$,

3) das Gesetz für die Temperaturabhängigkeit der Zähigkeit, meist in der Form

$$\frac{\mu}{\mu_b} = \left(\frac{T}{T_o}\right)^\omega \quad ; \quad \frac{1}{2} < \omega < 1 \quad ,$$

4) die Randbedingung für die Temperaturverteilung an der Wand, ob Wärmeübergang oder wärmeundurchlässige Wand.

Durch diese vielen Parameter wird die Anzahl der zu behandelnden Fälle nahezu unübersehbar gross. Für die laminare Grenzschicht hat sich hieraus eine sehr ausgedehnte Theorie entwickelt. Für die längsangeströmte ebene Platte liegt eine grosse Zahl von exakten Lösungen vor, während man sich für andere Körperformen meist auf Näherungslösungen beschränken musste. Weit weniger ausgebaut ist die Theorie der turbulenten kompressiblen Grenzschichten. Hier fehlt es noch stark an gesicherten Grundlagen, die nur vom Experiment her kommen können. Die bisherigen theoretischen Ansätze sind nicht viel mehr als optimistische Extra-

+) gegenseitige

polationen der bewährten halbempirischen Ansätze für die inkompressiblen turbulenten Grenzschichten. Bezüglich des Umschlages laminar-turbulent im Bereich der kompressiblen Strömung ist die wichtigste Tatsache in Übereinstimmung von Theorie und Experiment, dass der Wärmeübergang von der Wand auf die Flüssigkeit den Umschlag sehr stark beeinflusst. Wärmeentzug aus der Grenzschicht wirkt stark stabilisierend, dagegen Wärmezufuhr in die Grenzschicht stark instabilisierend. Die Stabilitätstheorie der laminaren Grenzschicht, die sich für die inkompressible Strömung bestens bewährt hat, konnte erfolgreich auf die kompressible Strömung erweitert werden. Für hohe Mach Zahlen hat sich hierbei die bemerkenswerte Tatsache ergeben, dass durch Kühlung der Grenzschicht eine vollständige Stabilisierung möglich ist.

2. Laminare Grenzschichten.

2.1 Die Grundgleichungen.

Obgleich wir, wie schon erwähnt, auf die Theorie der kompressiblen laminaren Grenzschichten nicht näher eingehen wollen, können wir nicht darauf verzichten, die Grundgleichungen hierfür kurz anzugeben. Einmal benötigen wir sie für einige daraus folgende grundlegende Beziehungen, auf die wir im folgenden mehrfach werden zurückgreifen müssen. Zum anderen aber bilden diese Grundgleichungen mit einigen Erweiterungen auch den Ausgangspunkt für die theoretische Behandlung der turbulenten Grenzschichten, auf die wir anschliessend zu sprechen kommen. Die Grundgleichungen für die ebene laminare Strömungs- und Temperaturgrenzschicht lauten, vgl. z.B. H. Schlichting [4]:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \qquad (1)$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (2)$$

$$\rho g c_p\left(u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y}\right) = u\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 \qquad (3)$$

$$p = \rho . g . R . T \quad . \qquad (4)$$

Dabei bedeutet ρ die Dichte, c_p die spezifische Wärme bei konstantem Druck, μ die Zähigkeit, λ die Wärmeleitzahl und R die Gaskonstante.

Die Randbedingungen sind für die Strömungsgrenzschicht:

$y = 0$: $\quad u = U,\ v = 0$

$y = \infty$: $\quad u = U(x)$

und für die Temperaturgrenzschicht:

a) wärmeundurchlässige Wand: $y = 0 \quad , \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$

$y = \infty \quad , \quad T = T_1(x)$.

b) mit Wärmeübergang: $y = 0 \quad : \quad T = T_w$

$y = \infty \quad : \quad T = T_1(x)$.

Gl.(1) bis (4) sind vier Gleichungen für die vier Grössen u, v, ρ, T. Der Druck p(x) ist aus der Aussenströmung bekannt, ebenfalls die Temperatur $T_1(x)$ in der Aussenströmung. Das Zähigkeitsgesetz $\mu(T)$ ist als gegeben anzusehen.

Aus der Strömungsgrenzschicht ergibt sich die örtliche Reibungskraft (Wandschubspannung) zu:

$$\tau_w = \mu_w \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_w$$

und aus der Temperaturgrenzschicht der örtliche Wärmestrom an der Wand zu:

$$q_w = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w$$

Für den Fall einer beliebigen Körperform (Druckverteilung p(x)) sowie für beliebige Stoffbeiwerte ist die Lösung dieses Gleichungssystems bisher nicht möglich.

2.2 Die längsangeströmte ebene Platte.

Eine bedeutende Erleichterung tritt jedoch für Pr = 1 dadurch ein, dass in diesem Fall ein universeller Zusammenhang zwischen der Temperatur- und Geschwindigkeitsverteilung besteht. Dieser lautet für konstante Aussenströmung $U(x) = U_\infty$ und für die wärmeundurchlässige Wand

$$T = T_\infty + \frac{1}{2g\,c_p}\,(U_\infty^2 - u^2) \quad , \quad (Pr = 1) \tag{5}$$

oder

$$T = T_\infty \left\{1 + \frac{\varkappa - 1}{2}\,Ma^2\,\left(1 - \frac{u^2}{U_\infty^2}\right)\right\} \tag{5a}$$

Die sich daraus ergebende Wandtemperatur (u = 0) heisst die Eigentemperatur

$$T_e = T_\infty + \frac{U_\infty^2}{2\,g\,c_p} \quad , \quad (Pr = 1)$$

der wärmeundurchlässigen Wand. Der Betrag $U_\infty^2/2gc_p$ stellt die Aufheizung der Wand durch die Reibungswärme dar; für Pr = 1 ist er ebenso gross wie die Erwärmung durch adiabatische Kompression. Für Prandtl Zahlen, die von 1 verschieden sind, ändert sich die Aufheizung nach H.W. Emmons und J.G.Brainerd [4] um den Faktor $\sqrt{Pr}$, somit ergibt sich

$$T_e = T_\infty + \sqrt{Pr}\,\frac{U_\infty^2}{2g\,c_p} \quad . \quad (Pr \neq 1) \qquad (6)$$

Es ist in neuerer Zeit gebräuchlich geworden, Gl(6) in der allgemeineren Form

$$T_e = T_\infty + r\,\frac{U_\infty^2}{2g\,c_p} \qquad (7)$$

zu schreiben. Dabei stellt dann der Recovery Factor r das Verhältnis von Aufheizung infolge Reibung zur Aufheizung infolge adiabatischer Kompression dar. Für laminare Strömung ist somit

$$r = \sqrt{Pr} \quad . \text{ (laminar)} \qquad (7a)$$

Unter Einführung der Mach Zahl $Ma = U_\infty / c_\infty$ erhält man für die Eigentemperatur

$$T_e = T_\infty \left(1 + \sqrt{Pr}\,\frac{\varkappa-1}{2}\,Ma^2\right) \quad . \qquad (8)$$

In Bild 1 ist die hiernach berechnete Eigentemperatur der Platte in Abhängigkeit von der Mach Zahl dargestellt. Die Aufheizung wird bei grossen Mach Zahlen sehr beträchtlich: bei Ma = 2 ist $T_e/T_\infty = 1{,}68$ und bei Ma = 5 ist $T_e/T_\infty = 5{,}25$.

Für den Fall der wärmedurchlässigen Wand, bei welchem $T = T_w$ bei $u = 0$ (Wand) und $T = T_\infty$ bei $u = U_\infty$ (Aussenströmung) vorgegeben ist, lautet die Beziehung zwischen Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung für Pr= 1 :

$$\frac{T - T_w}{T_\infty} = \left(1 - \frac{T_w}{T_\infty}\right)\frac{u}{U_\infty} + \frac{\varkappa-1}{2}\,Ma^2\,\frac{u}{U_\infty}\left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) \quad . \qquad (9)$$

Auf die Gl.(5) und (9) werden wir bei der turbulenten Strömung zurückkommen.

Über die Berechnung der laminaren Plattengrenzschicht existiert eine sehr umfangreiche Literatur, auf die ich hier nicht näher eingehen kann. Ich verweise hierfür auf die zusammenfassenden Darstellungen von A.D. Young [5], G. Kuerti [6] und J. Kaye [7]. Das wichtigste Ergebnis ist die Aufheizung, wie sie durch den Recovery Factor gegeben ist, sowie der Reibungswiderstand. Die gemessenen Werte des Recovery Factors weichen von dem theoretischen Wert nach Gl.(7) nicht mehr als 1 bis 2 % ab. Einige Ergebnisse für den Widerstand der wärmeundurchlässigen Platte sind in Bild 2 wiedergegeben. Der Gesamtwiderstandsbeiwert c_f, für den bei inkompressibler Strömung

$c_f \sqrt{\frac{U_\infty \ell}{\vartheta_\infty}} = 1{,}328$ gilt, fällt mit wachsender Mach Zahl etwas ab

wobei der Exponent ω des Zähigkeitsgesetzes einen wesentlich stärkeren Einfluss hat als die Prandtl Zahl. Im ganzen ist die Abminderung mit wachsender Mach Zahl jedoch ziemlich gering; sie erreicht bei Ma = 5 erst rund 20 %.

Die Geschwindigkeitsverteilungen in der Grenzschicht für verschiedene Mach Zahlen bei wärmeundurchlässiger Wand sind in Bild 3 dargestellt. In der Auftragung von Bild 3a ist der Wandabstand y mit $\sqrt{\vartheta_\infty x/U_\infty}$, also mit der Grenzschichtdicke bei inkompressibler Strömung, dimensionslos gemacht. Hieraus ergibt sich, dass die Grenzschichtdicke mit wachsender Mach Zahl stark anwächst. Dies ist z.B. bedeutungsvoll für die Wirkung einer Rauhigkeit auf den Umschlag: Die dickere Grenzschicht bei höheren Mach Zahlen ist gegen Rauhigkeiten erheblich weniger empfindlich als die dünnere Grenzschicht der inkompressiblen Strömung. In Bild 3b dagegen ist der Wandabstand y mit der grösseren Länge $\sqrt{\vartheta_w x/U_\infty}$ dimensionslos gemacht. Hierbei fallen die Grenzschichtprofile für die verschiedenen Mach Zahlen nahezu zusammen. Man kann hieraus schliessen, dass die Verdickung der Grenzschicht mit wachsender Mach+) (bei konstanten Reynoldszahl) im wesentlichen auf die mit der Erwärmung der wandnahen Schicht verbundenen Volumenvergrösserung zurückzuführen ist. Macht man die vereinfachende Annahme, dass die Geschwindigkeitsprofile in der Auftragung von Bild 3b vollständig zusammenfallen, so ergibt sich damit eine sehr einfache Möglichkeit, den Reibungswiderstand der kompressiblen Strömung aus demjenigen der inkompressiblen Strömung umzurechnen, wie es von v. Kármán [1] durchgeführt wurde.

Bild 4 zeigt das Verhältnis der Grenzschichtdicken bei kompressibler und inkompressibler Strömung in Abhängigkeit von der Mach Zehl. Bei turbulenter Strömung ist das Anwachsen der Grenzschichtdicke mit wachsender Mach Zahl wesentlich geringer als bei laminarer Strömung.

2.3 Andere Körperformen.

Für die Berechnung der kompressiblen laminaren Grenzschicht an beliebigen Körpern (ebenes Problem) sind von L. Howarth, K. Stewartson u.a., vgl. [5] exakte Verfahren angegeben worden, bei welchen die Gleichungen der kompressiblen Strömung auf diejenigen der inkompressiblen Strömung transformiert werden. Für die numerische Durchführung hat man hierbei deshalb die gleichen Schwierigkeiten in Kauf zu nehmen, die von der inkompressiblen Strömung her wohlbekannt sind.

Für praktische Rechnungen ist man deshalb im wesentlichen auf Näherungsverfahren angewiesen. Diese gehen von dem Impulssatz aus, der für die kompressible Grenzschicht in der Form geschrieben werden kann, vgl. [4]:

$$\frac{d\vartheta}{dx} + \frac{\vartheta}{U}\frac{dU}{dx}\left(2 + \frac{\delta^*}{\vartheta} - Ma^2\right) = \frac{\tau_w}{\rho_1 \cdot U^2} \quad . \tag{10}$$

Dabei bedeutet $Ma = U/c_1$ die örtliche Mach Zahl der Aussenströmung und ϑ und δ^* die Impulsverlustdicke bzw. die Verdrän-

+) Machzahl

gungsdicke[+]. Auf dieser Grundlage sind in der Literatur eine grosse Zahl von Näherungsverfahren angegeben worden. Es ist schwierig, von diesen das beste herauszufinden, zumal da Vergleichsmöglichkeiten mit exakten Lösungen kaum zur Verfügung stehen. Als gut brauchbar hat sich ein Verfahren von E. Gruschwitz [8] sowie auch ein ähnliches von J. Flügge-Lotz und A.F. Johnson [9] erwiesen. Einen wesentlichen Beitrag zu den Näherungsverfahren gibt auch die Monographie von E.A. Eichelbrenner [9a]. Als Beispiel gibt Bild 5 das Ergebnis der Grenzschichtrechnung für ein Tragflügelprofil im Bereich der Unterschallströmung. Die auf den Staudruck $\frac{\rho}{2} U_\infty^2$ bezogene Wandschubspannung τ_w wächst mit der Mach Zahl etwas an. Dieses von der längsangeströmten ebenen Platte verschiedene Verhalten ist auf das Anwachsen der potentialtheoretischen Geschwindigkeit mit wachsender Mach Zahl zurückzuführen. Der Ablösungspunkt auf der Saugseite wandert mit wachsender Mach Zahl etwas nach vorn. Im ganzen ist jedoch im Bereich der hier untersuchten Unterschallströmung der Einfluss der Mach Zahl auf den Grenzschichtverlauf ziemlich gering.

Die Aufheizung durch die Reibungswärme wird auch bei anderen Körperformen recht gut durch den Recovery Factor der längsangeströmten ebenen Platte wiedergegeben. Dies ersieht man aus Bild 6, wo für axial angeströmte Kegelspitzen nach Messungen von G.R. Eber [10] der Recovery Factor in Abhängigkeit von der Mach Zahl und der Re-Zahl dargestellt ist. Er ist über einen grossen Bereich von Mach Zahlen und Reynolds Zahlen konstant und stimmt mit dem Wert nach Gl(7a) vollständig überein.

3. Turbulente Grenzschichten.

Die Berechnung der turbulenten Grenzschicht für die inkompressible Strömung ist auch heute über das Stadium einer halbempirischen Theorie noch nicht hinausgekommen. Deshalb ist es nicht verwunderlich, dass dies in gleicher Weise für die rechnerische Behandlung der kompressiblen turbulenten Grenzschicht gilt. Für die inkompressiblen turbulenten Strömungen bilden den Ausgangspunkt für die Rechnung die bekannten Ansätze, die durch den Prandtlschen Mischungsweg, die v.Kármánsche Ähnlichkeitshypothese und das Prandtlsche universelle Geschwindigkeitsverteilungsgesetz gekennzeichnet sind. Man hat versucht, durch eine Übertragung dieser Ansätze auf die kompressible Strömung zu einer halbempirischen Theorie der kompressiblen turbulenten Grenzschichten zu gelangen, wobei jedoch weitere zusätzliche Annahmen gemacht werden müssen. Da es an einer eingehenden Erforschung des Mechanismus der turbulenten kompressiblen Strömungen noch fast gänzlich fehlt, ist die Übertragung der halbempirischen Turbulenz-Theorien von der inkompressiblen auf

---

[+] Diese sind definiert durch

$$\vartheta = \int_0^\delta \frac{\rho u}{\rho_1 U}\left(1 - \frac{u}{U}\right) dy \quad ; \quad \delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_1 U}\right) dy \quad .$$

die kompressible Strömung mit grosser Willkür verknüpft. Wenn trotzdem in manchen Fällen die Rechnung Ergebnisse liefert, die mit Messungen befriedigend übereinstimmen, so darf man daraus nicht schliessen, dass unsere Kenntnisse über den Mechanismus der turbulenten kompressiblen Strömungen befriedigend sind. Vielmehr ist aus einer grossen Zahl von möglichen Ansätzen dann nur derjenige ausgewählt worden, der die beste Übereinstimmung mit Messungen liefert. Trotz dieser vom theoretischen Standpunkt aus im ganzen recht unbefriedigenden Situation möchte ich doch etwas auf die halbempirischen Theorien der kompressiblen turbulenten Grenzschicht eingehen.

3.1 Die Grundgleichungen.

In der turbulenten Grenzschicht setzt sich die Schubspannung aus dem laminaren Anteil $\tau_{lam} = \mu(du/dy)$ und einem turbulenten Anteil τ_{turb} zusammen. Für den letzteren wird der von Prandtl für die inkompressible Strömung mit Hilfe des Mischungsweges gegebene Ansatz für die kompressible Strömung formal übernommen. Somit hat man

$$\tau_{turb} = \rho l^2 \frac{du}{dy}\frac{du}{dy} , \qquad (11)$$

wobei l den Prandtlschen Mischungsweg bedeutet. Dieser ist eine reine Ortsfunktion und zwar nach Prandtl

$$l = \varkappa_1 \cdot y \qquad (12)$$

und nach von Kármán:

$$l = \varkappa_2 \frac{du}{dy} \Big/ \frac{d^2u}{dy^2} \qquad (13)$$

Damit lautet der Ansatz für die gesamte Schubspannung $\tau = \tau_{lam} + \tau_{turb}$ nach Prandtl

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} + \rho \varkappa_1^2 y^2 \frac{du}{dy}\left|\frac{du}{dy}\right| \qquad (14)$$

und ein entsprechender Ansatz nach v.Kármán.

Der Unterschied zwischen diesem Schubspannungsansatz und demjenigen für die inkompressible Strömung besteht lediglich darin, dass hier die Dichte ρ und die Zähigkeit μ nicht als konstant, sondern als temperaturabhängig anzusehen sind, und zwar ρT = const. und $\mu = \mu(T)$.

Aus Gl(14) kann man under Zuhilfenahme von gewissen Annahmen über die Verteilung der Schubspannung über die Grenzschichtbreite die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht ermitteln, wenn noch ausserdem der Zusammenhang zwischen Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung bekannt ist. Aus der Geschwindigkeitsverteilung erhält man durch Integration über die Grenzschichtbreite die Impulsverlustdicke ϑ und damit also eine Beziehung zwischen der Wandschubspannung τ_w und der Impulsverlustdicke:

$\tau_w = \tau_w(\vartheta)$ oder $\vartheta = \vartheta(\tau_w)$.

Für die Strömung ohne Druckgradient (längsangeströmte ebene Platte) hat man weiter nach dem Impulssatz, Gl(10),

$$\tau_w = \rho_\infty U_\infty^2 \frac{d\vartheta}{dx} \quad . \tag{15}$$

Setzt man hierin $\vartheta = \vartheta(\tau_w)$ ein, so erhält man eine Differentialgleichung, deren Lösung $\tau_w = \tau_w(x)$ die Abhängigkeit der Wandschubspannung τ_w von der Lauflänge x liefert und damit alle Grössen in Abhängigkeit von der Lauflänge x.

Eine besondere Schwierigkeit in der Berechnung der turbulenten Grenzschicht nach den Gl(11) und (12) bildet der Anschluss der turbulenten Grenzschicht an die laminare Unterschicht in der allernächsten Wandnähe. Erst bei Kenntnis auch der laminaren Unterschicht erhält man die Wandschubspannung τ_w. Für die inkompressible Strömung erhält man Auskunft über die laminare Unterschicht, wenn man das universelle logarithmische Geschwindigkeitsverteilungsgesetz, das aus Gl(11) und (12) durch Integration erhalten wird, mit Messungen vergleicht. Es lautet für die inkompressible Strömung

$$\frac{u}{v_*} = A \log \frac{y v_*}{\vartheta} + D \quad \text{(inkompressibel)} \tag{16}$$

mit A = 5,75 und D = 5,5. Dabei bedeutet $v_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ die +). Der Vergleich dieses Gesetzes mit Messungen (Bild 7) zeigt, dass bei etwa

$$\frac{y v_*}{\vartheta} = 10 \quad \text{und} \quad \frac{u}{v_*} = 11$$

die Grenze zwischen der laminaren Unterschicht und der turbulenten Grenzschicht liegt. Für die kompressible turbulente Grenzschicht wird man eine Modifikation dieses fundamentalen Gesetzes zu erwarten haben.

Die vorstehenden Formeln gestatten noch nicht eine Berechnung der Geschwindigkeitsverteilung in der turbulenten Grenzschicht. Der noch fehlende Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung sowie die Fragen des Wärmeüberganges zwischen der Wand und dem strömenden Gas können nur mit Hilfe der Bewegungsgleichungen und der Energiegleichung beantwortet werden. Diese Gleichungen lassen sich für die turbulente Strömung für die zeitlichen Mittelwerte der Geschwindigkeit, der Dichte und der Temperatur aufschreiben. Führt man in bekannter Weise für die turbulente Schubspannung einen turbulenten Austauschkoeffizienten ε ein, und für den turbulenten Wärmestrom eine turbulente Wärmeleitzahl Λ durch:

$$\tau_{turb} = -\overline{(\rho v')u'} = \varepsilon \frac{d\bar{u}}{dy} \tag{17}$$

$$q_{turb} = \overline{(\rho v')c_p T'} = \Lambda \frac{\partial T}{\partial y} \quad , \tag{18}$$

so lauten die Grundgleichungen für die zeitlichen Mittelwerte

+) Schubspannungsgeschwindigkeit

Friendship

THE FIRST VERSATILE TURBOPROP AIRLINER FOR SHORT AND MEDIUM RANGE TRAFFIC ANYWHERE IN THE WORLD. POWERED BY THE WORLD'S MOST RELIABLE PROPELLER-TURBINE, THE FAMOUS 1600 SHP ROLLS-ROYCE "DART"

SAFETY

COMFORT

ECONOMY

Fokker

von $\bar{u}$, $\bar{v}$, $\bar{p}$ und $\bar{T}$:

$$\frac{\partial(\overline{\rho u})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\rho v})}{\partial y} = 0 \qquad (19)$$

$$\overline{\rho u}.\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \overline{\rho v}\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{d\bar{p}}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}\left[(\mu + \varepsilon)\,\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right] \qquad (20)$$

$$gc_p\left(\overline{\rho u}\,.\,\frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \overline{\rho v}\,\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}\right) = \bar{u}.\frac{d\bar{p}}{dx} + \frac{\partial}{\partial y}\left[(\lambda+\Lambda)\frac{\partial \bar{T}}{\partial y}\right] + (\mu+\varepsilon)\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y}^2\right) \qquad (21)$$

$$p = \varrho.g.\,R.T. \qquad (22)$$

Die Randbedingungen sind die gleichen wie bei der laminaren Strömung. Aus dem Vergleich der Gl.(19) bis (22) für die turbulente Strömung mit den entsprechenden Gl(1) bis (4) für die laminare Strömung erkennt man, dass die Gleichungen für die zeitlichen Mittelwerte der turbulenten Strömung aus denen der Laminarströmung erhalten werden, wenn man die Zähigkeit μ und die Wärmeleitzahl λ der laminaren Strömung ersetzt durch die entsprechenden Gesamtwerte $\mu+\varepsilon$ und $\lambda+\Lambda$ der turbulenten Strömung.

Für die turbulente Strömung bildet man aus diesen Gesamtwerten eine Prandtlsche Zahl in der Form

$$Pr_{ges} = \frac{g\,c_p(\mu + \varepsilon)}{\lambda + \Lambda} \quad . \qquad (23)$$

Der für die laminare Strömung für Pr = 1 angegebene universelle Zusammenhang zwischen Geschwindigkeits- und Temperaturverteilung, Gl(5) und (9), gilt dann auch in gleicher Form für die turbulente Grenzschicht, also für

$$Pr_{ges} = \frac{g\,c_p(\mu + \varepsilon)}{\lambda + \Lambda} = 1 \quad . \qquad (23a)$$

Bei vielen rechnerischen Untersuchungen über die turbulente Grenzschicht bei kompressibler Strömung wird die Annahme Gl(23a) eingeführt, da sie die Rechnungen erheblich vereinfacht. Auch ist für Luft Gl(23a) einigermassen gut erfüllt.

Die Prandtl Zahl nach Gl(23) lässt sich allgemeiner auch als das Verhältnis des örtlichen Reibungsbeiwertes zur örtlichen Wärmeübergangszahl auffassen: Führt man für den örtlichen Wärmestrom an der Wand q_w die auf die Eigentemperatur der Wand bezogene Wärmeübergangszahl α ein durch

$$q_w = \alpha(T_\infty - T_e) \quad ^{+)} \qquad (24)$$

+) Der Einfluss der Kompressibilität kommt in dieser Formel dadurch zum Ausdruck, dass die Temperaturdifferenz mit der Eigentemperatur der Wand gebildet wird. Für inkompressible Strömung lautet Gl(24)

$$q_w = \alpha(T_\infty - T_w) \quad .$$

so ist

$$St = \frac{\alpha}{g c_p \rho_\infty U_\infty} \quad \text{(Stanton Zahl)} \tag{25}$$

die daraus abgeleitete dimensionslose Stantonsche Wärmeübergangszahl. Für die Prandtl Zahl gilt dann

$$Pr_{ges} \approx \frac{c_f'/2}{St} \quad ++)$$

wobei

$$c_f' = \frac{2\tau_w}{\rho_\infty U_\infty^2} \tag{27}$$

den örtlichen Reibungswert bedeutet.

Für die turbulente Grenzschicht ist weder Gl(17) für die Schubspannung noch Gl(18) für den Wärmestrom für die Ermittlung dieser Grössen unmittelbar brauchbar, da man an der Wand weder den Geschwindigkeitsgradienten noch den Temperaturgradienten kennt. Um den Wärmestrom an der Wand zu erhalten, ist man deswegen auf Gl(24) und damit auf die Kenntnis der Stantonschen Zahl angewiesen. Da für die turbulente Grenzschicht weder der Strömungsmechanismus noch der Mechanismus des Wärmeüberganges näher bekannt ist, muss man deshalb für die Stantonsche Zahl eine Hypothese einführen. Der einzige bisher erfolgreich angewendete Ansatz zur Lösung des Wärmeübergangsproblems bei turtulenter Strömung ist das Reynoldssche Ähnlichkeitsgesetz der turbulenten Wärmeübertragung. Nach diesem sollen der örtliche Reibungsbeiwert c_f' und die örtliche Wärmeübergangszahl St in einem festen Verhältnis stehen:

++)

Aus (23) ist mit

$$\tau_w = (\mu + \varepsilon)\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_w \approx (\mu + \varepsilon)\frac{U_\infty}{\delta}$$

und

$$q_w = (\lambda + \Lambda)\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)_w \approx (\lambda + \Lambda)\frac{T_\infty - T_e}{\delta}$$

$$Pr_{ges} = g.c_p \frac{\tau_w.\delta}{U_\infty} \frac{T_\infty - T_e}{q_w.\delta} = g.c_p.\frac{\tau_w}{q_w}.\frac{T_\infty - T_e}{U_\infty}$$

$$Pr_{ges} = g.c_p \frac{\tau_w}{\alpha U_\infty} = g.c_p \frac{\rho_\infty U_\infty}{\alpha}.\frac{\tau_w}{\rho_\infty U_\infty^2}$$

$$Pr_{ges} = \frac{c_f'/2}{St}$$

$$\frac{c_f'/2}{St} = s \quad \text{(Reynoldsscher Analogie Faktor)}. \qquad (28)$$

Diese Annahme wird bei allen nachstehend referierten Untersuchungen gemacht. Insbesondere ist also die Annahme, dass die Gesamt-Prandtl-Zahl $Pr_{ges} = 1$, Gl(23a), ist, gleichbedeutend damit, dass der Reynoldssche Analogie Faktor $s = 1$ ist. In diesem Fall ist die Stanton Zahl gleich dem halben Reibungsbeiwert:

$$St = \frac{1}{2} c_f' \quad , \quad (Pr_{ges} = 1) \quad . \qquad (29)$$

3.2 Plattengrenzschicht.

Umfangreiche Rechnungen für die turbulente Grenzschicht an der längsangeströmten ebenen Platte nach dem vorstehend skizzierten Rechenverfahren wurden von E.R. van Dries [11] ausgeführt, und zwar ohne und mit Wärmeübergang. Es wurde angenommen, dass die Prandtl Zahl

$$Pr_{ges} = 1$$

ist. Für die Schubspannung wird die Prandtlsche Gl(14) zugrunde gelegd, und überdies die Annahme $\tau = \tau_w = \text{const}$ über die ganze Grenzschichtbreite. Die Beziehung zwischen Dichte ρ und Temperatur T ist durch Gl(22) gegeben, und die Beziehung zwischen Temperatur und Geschwindigkeit durch Gl(5a) bzw. Gl(9), je nachdem ob die Wand wärmeundurchlässig oder wärmedurchlässig ist.

Als Randbedingung für die Geschwindigkeit an der Grenze zwischen der laminaren Unterschicht und dem äusseren turbulenten Teil der Grenzschicht wird

$$\frac{u}{v_*} = 11{,}5 \sqrt{\frac{T_w}{T_\infty}}$$

vorgeschrieben. Der Zahlenwert 11,5 gilt für die inkompressible Grenzschicht und der Faktor $\sqrt{T_w/T_\infty}$ berücksichtigt die Kompressibilität. Berechnet wurden der Reibungsbeiwert c_f in Abhängigkeit von der Reynolds Zahl, der Mach Zahl und dem Temperaturverhältnis T_w/T_∞. Auch werden Angaben über den Recovery Factor gemacht.

In Bild 8 ist für die wärmeundurchlässige Wand der Reibungsbeiwert in Abhängigkeit von Re und Ma dargestellt. Man erkennt, dass im Bereich der turbulenten Strömung der Reibungsbeiwert mit wachsender Mach Zahl erheblich stärker abfällt als bei laminarer Strömung; bei Ma = 5 ist er nur etwa halb so gross wie bei inkompressibler Strömung. Demgegenüber hat der Wärmedurchgang durch die Wand auf den Reibungswiderstand nur recht geringen Einfluss. Dies zeigt Bild 9, in welchem für Ma = 4 der Reibungsbeiwert in Abhängigkeit von Re_ℓ und T_w/T_∞ dargestellt ist. Die Temperaturverteilungen in der Grenzschicht für Ma = 5 und $Re_\ell = 10^7$ sind in Bild 10 dargestellt. Für die Berechnung der Temperaturverteilungen ist die laminare Unterschicht vernachlässigt worden.

Bei der wärmeundurchlässigen Wand ($T_w/T_\infty = 6$) wird die höchste Temperatur an der Wand erreicht. Bei den anderen Wandtemperaturen (gekühlte Wand) liegt das Temperaturmaximum innerhalb der Grenzschicht.

Der Einfluss der Mach Zahl auf die Grenzschichtdicke war bereits in Bild 4 angegeben worden. Hiernach nimmt die Dicke der turbulenten Grenzschicht wesentlich schwächen mit der Mach Zahl zu als die der laminaren.

M.W. Rubesin [12] hat die Rechnungen von van Driest mit einer Prandtl Zahl $Pr_{ges} \neq 1$ wiederholt, und bei Pr = 0,72 für den Exponenten ω des Temperatur-Zähigkeitsgesetzes einen Wert zugrunde gelegt, der einem Recovery Factor von 0,89 entspricht. Die hiermit ermittelten Reibungsbeiwerte für die wärmeundurchlässige Wand und für $T_w = T_\infty$ sind in Bild 11 in Abhängiekeit von der Mach Zahl und Re-Zahl angegeben. Der Vergleich mit den Werten für Pr = 1 zeigt, dass der Einfluss der Prandtl Zahl auf den Reibungsbeiwert sehr klein ist. Einen Vergleich der Theorie mit Messungen zeigt Bild 12, das aus einem neueren zusammenfassenden Bericht von F.K. Hill [13] entnommen ist. Von der sehr grossen Zahl der theoretischen Kurven, die man in einer Arbeit von D.R. Chapman und R.H. Kester [14] zusammengestellt findet, sind nur diejenigen ausgewählt worden, die den Messungen am nächsten kommen. Der Unterschied der Re-Zahlen bei den Messungen stört die Vergleichbarkeit nicht, da der Einfluss der Re-Zahl nur gering ist. Hieraus ergibt sich, dass die Theorien von van Dries [11] und R.E. Wilson [15] mit den Messungen am besten übereinstimmen. Die schon ältere Rechnung von R.E. Wilson basiert auf einem Vorschlag von v.Kármán [1], nach welchem die Geschwindigkeitsverteilung in der turbulenten kompressiblen Grenzschicht mit derjenigen in der inkompressiblen Grenzschicht übereinstimmt, wenn man lediglich die Änderung der Dichte infolge der Temperaturerhöhung in Rechnung stellt, (vgl.Bild 5). Des weiteren zeigt Bild 13 experimentelle Werte des Reibungsbeiwertes verschiedener Autoren in Abhängigkeit von der mit der Impulsverlustdicke gebildeten Reynolds Zahl $Re_\vartheta = U_\infty \vartheta/\nu_\infty$. Die starke Abnahme von c_f mit wachsender Mach Zahl bis in den hypersonischen Bereich (Ma > 5) hinein ist auch hier sehr deutlich.

Um klarzustellen, dass vom Standpunkt der Theorie die vorstehend mitgeteilten Ergebnisse recht unbefriedigend sind, ist in Bild 14 nach D.R. Chapman und R.H. Kester [14] eine Zusammenstellung der theoretischen Ergebnisse verschiedener Autoren für den turbulenten Reibungswiderstand der längsangeströmten Platte wiedergegeben. Die sehr grosse Streuung der theoretischen Kurven ist lediglich eine Folge der verschiedenen Annahmen für die turbulente Schubspannung. Die besonders gekennzeichneten Kurven (8) und (9) stimmen nach Bild 12 am besten mit den Messungen überein.

Als Beispiel für die Geschwindigkeitsverteilung in der turbulenten Grenzschicht zeigt Bild 15 die Gegenüberstellung der laminaren und turbulenten Grenzschicht für die Mach Zahl Ma = 2,4 nach Messungen von R.M. O'Donnel [16]. In der Auftragung u/U_∞ über y/ϑ ordnen sich die bei verschiedenen Reynolds Zahlen gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen sehr gut auf einem Kurvenzug an. Die eingetragenen theoretischen Kurven sind mit

sehr guter Näherung affine Verzerrungen der theoretischen Kurven für die inkompressible Strömung. Bemerkenswert ist, dass bei der turbulenten Grenzschicht der Kompressibilitätseinfluss auf die Geschwindigkeitsverteilung sehr viel geringer ist als bei der laminaren Strömung, worauf auch schon in Bild 4 hingewiesen wurde. In neuester Zeit sind Messungen der Geschwindigkeitsverteilung bei turbulenter Grenzschicht bei einer sehr grossen Mach Zahl $Ma \approx 9$ von F.K. Hill [13] angegeben worden. Bild 16. Sie erstrecken sich bis in die laminare Unterschicht. Die zum Vergleich mit den Messungen eingetragenen universellen Geschwindigkeitsverteilungen nach Gl(10) bestätigen, dass diese Gesetze auch für extrem grosse Mach Zahlen gültig bleiben, wenn man die Schubspannungsgeschwindigkeit $v_* = \sqrt{\tau_w/\rho_w}$, und wenn man auch die kinematische Zähigkeit an der Wand nimmt.

3.3 Andere Körperformen.

Für andere Körperformen als die ebene Platte sind Berechnungen der turbulenten Reibungsschicht bisher nur in geringem Umfang ausgeführt worden. In mehreren Arbeiten von A.D. Young und Mitarbeitern [17], [18] ist das auf dem Impulssatz beruhende Berechnungsverfahren von B.M. Jones für die Ermittlung des Profilwiderstandes auf die kompressible Strömung übertragen worden. Für die Berechnung der Grenzschicht wird dabei ein Näherungsverfahren im Anschluss an Gl(10) benutzt, Bild 17 zeigt einige Ergebnisse für Bikonvex-Profile verschiedener Dicke bei symmetrischer Anströmung. Der angegebene Widerstandsbeiwert c_{wp} umfasst den Druck- und Reibungswiderstand; hinzu kommt für Überschallgeschwindigkeit noch der Wellenwiderstand bei reibungsloser Strömung, der für ein bikonvexes Profil

$$c_{w\ Welle} = \frac{16}{3} \left(\frac{d}{l}\right)^2 \operatorname{tg} \alpha$$

beträgt, wo α den Mach-Winkel bedeutet (vgl. Skala rechts im Bild). Die Grenzschicht ist von der Nase an als turbulent angenommen. Wärmeübergang ist nicht vorhanden. Der Einfluss der Dicke auf den Profilwiderstand ist nur gering; der Einfluss der Mach Zahl ist etwa von gleicher Grösse wie bei der längsangeströmten ebenen Platte. Solche Rechnungen sind auch für verschiedene Lagen des Umschlagpunktes laminar-turbulent ausgeführt worden.

4. Der Umschlag laminar-turbulent.

Aus den Untersuchungen über den Umschlag laminar-turbulent der inkompressiblen Grenzschicht ist bekannt, dass die folgenden Parameter einen wesentlichen Einfluss haben:

1) Reynolds Zahl
2) Körperform und Druckverteilung
3) Oberflächenrauhigkeit
4) Turbulenzgrad der Aussenströmung
5) Grenzschichtbeeinflussung durch Absaugen und Ausblasen.

Für die kompressible Strömung kommen zu diesen noch mindestens die folgenden Parameter hinzu:

6) Mach Zahl der Aussenströmung,
7) Wärmeübergang an der Wand.

Die neueren Untersuchungen zu diesem Fragenkreis, über die vor einigen Jahren zusammenfassend von C. Gazley [21] und in neuerer Zeit von R.F. Probstein und C.C. Lin [22] berichtet worden ist, haben übereinstimmend in Theorie und Experiment ergeben, dass im Bereich der kompressiblen Strömung von allen genannten Parametern der Wärmeübergang an der Wand einen ganz überragenden Einfluss auf den Umschlag hat. Eine Wärmezufuhr von der Wand in die Strömung führt einen vorzeitigen Umschlag herbei (erniedrigt die kritische Reynoldssche Zahl), während ein Wärmeübergang von der Strömung in die Wand (Kühlung der Strömung) den Umschlag verzöberg, d.h. die kritische Reynolds Zahl erhöht, Nachstehend möge deshalb hierüber zuerst berichtet werden.

4.1 Einfluss des Wärmeüberganges.

Die theoretischen Untersuchungen über den Umschlag der kompressiblen Grenzschicht gehen von der Stabilitätstheorie in ganz vorzüglicher Weise durch das Experiment bestätigt worden war. Ein fundamentaler Satz dieser Stabilitätstheorie ist das sog. Rayleigh-Tollmiensche Wendepunkt Kriterium. Es besagt, dass die Stabilitätsgrenze (kritische Reynoldssche Zahl) eines laminaren Geschwindigkeitsprofiles entscheidend von seiner Krümmung d^2U/dy^2 abhängig ist, und zwar so, dass Profile ohne Vorzeichenwechsel der Krümmung ($d^2U/dy^2 < 0$) eine wesentlich höhere Stabilitätsgrenze besitzen als solche mit Krümmungswechsel (Wendepunkt). Dieser Tatbestand ist aus Bild 18 zu entnehmen, wo die Instabilitätsbereiche von Profilen mit verschiedener Krümmung dargestellt sind. Massgeblich ist in erster Linie die Krümmung an der Wand, und zwar gilt:

$$\left(\frac{d^2U}{dy^2}\right)_w \gtrless 0 \qquad \begin{matrix} \text{niedriges } Re_{krit} \\ \text{hohes } Re_{krit} \end{matrix} \qquad (30)$$

Da bei inkompressibler Grenzschicht die Krümmung des Grenzschichtprofiles an der Wand $(d^2U/dy^2)_w$ ausschliesslich vom Druckgradienten der Aussenströmung bestimmt wird, kommt dieses Wendepunkt-Kriterium darauf hinaus, dass der Druckgradient massgeblich für die Stabilität ist, und zwar ist Druckabfall stabilisierend und Druckanstieg instabilisierend.

Übertragt man dieses Kriterium nun auf eine Grenzschicht mit einem Temperaturgradienten senkrecht zur Wand, die aber im übrigen als inkompressibel angesehen werden möge, so hat man für die längsangeströmte Platte ($dp/dx = 0$) nach Gl(2) an der Want

$$\left[\frac{d}{dy}\left(\mu\frac{dU}{dy}\right)\right]_w = 0 \qquad (31)$$

und hieraus nach Ausführung der Differentiation

$$\left(\frac{d^2U}{dy^2}\right)_w = -\frac{1}{\mu_w}\left(\frac{d\mu}{dy}\right)_w \cdot \left(\frac{dU}{dy}\right)_w \quad .$$

Für das Vorzeichen der rechten Seite dieser Gleichung gilt folgendes: Es ist $(dU/dy)_w > 0$ in jedem Fall; ist $T_w > T_\infty$, so ist $(\partial T/dy)_w < 0$, und infolgedessen auch $(d\mu/dy)_w < 0$, also die ganze rechte Seite positiv. Insgesamt hat man also

$$T_w \gtrless T_\infty \;:\; \left(\frac{d^2U}{dy^2}\right)_w \gtrless 0 \quad \begin{matrix} \text{instabilisierend} \\ \text{stabilisierend} \end{matrix} \quad . \qquad (32)$$

Nach dieser Abschätzung ergibt sich also, dass Kühlung der Flüssigkeit stabilisierend und Heizung der Flüssigkeit instabilisierend wirkt.

Eingehende Stabilitätsuntersuchungen über die kompressible laminare Grenzschicht, durch welche dieser auffällige Effekt aufgedeckt wurde, sind zuerst von L. Lees und C.C. Lin [23], [24] ausgeführt worden. Bild 19 zeigt das Stabilitätsdiagramm für die Plattengrenzschicht bei verschiedenen Verhältnissen der Wandtemperatur zur Aussentemperatur T_w/T_∞. Für $T_w/T_\infty < 1$ (Kühlung der Flüssigkeit) ist der instabile Bereich viel kleiner und die kritische Reynoldssche Zahl viel höher als für $T_w/T_\infty > 1$ (Heizung der Flüssigkeit). Dieses Ergebnis, für das der Kompressibilitätseinfluss nicht unmittelbar wesentlich ist, wird durch Messungen, die in Bild 20 angegeben sind, gut bestätigt. Die angegebenen Messungen liegen sämtlich im Bereich der kompressiblen Strömung. Aus diesem Grunde ist für den Wärmeübergang zwischen Wand und Flüssigkeit nicht die Temperaturdifferenz $T_w - T_\infty$, sondern $T_w - T_e$ massgeblich, wo T_e die Eigentemperatur der Wand bedeutet. Deshalb ist in Bild 24 das Temperaturverhältnis

$$(T_w - T_e) \Big/ \frac{U_\infty^2}{2g\, c_p}$$ als Abzisse gewählt. Die Messungen verschiedener Experimentatoren [27], [28], [29] und [30] zeigen sämtlich einen starken Abfall von Re_{krit} mit wachsendem $T_w - T_e$, der mit der theoretischen Kurve für Ma = 0 etwa parallel verläuft.

4.2 Einfluss der Mach Zahl auf den Umschlag.

Bleibt der Einfluss des Wärmeüberganges ausgeschaltet, so ist der Einfluss der Mach Zahl auf die theoretische Stabilitätsgrenze, zum mindesten bei mässigen Mach Zahlen, ziemlich gering. Dies erkennt man aus Bild 21, welches für die ebene Platte bei wärmeundurchlässiger Wand das Stabilitätsdiagramm für Mach Zahlen bis 1,3 nach L. Lees und C.C. Lin [23, 24] wiedergibt. Mit wachsender Mach Zahl wird die kritische Reynolds Zahl etwas kleiner. Bei wesentlich grösseren Mach Zahlen wird allerdings der destabilisierende Einfluss der Mach Zahl erheblich grösser. Besonders interessante Verhältnisse ergeben sich, wenn der Einfluss des Wärmeüberganges und der Kompressibilität auf den Umschlag gleichzeitig betrachtet werden. Bild 22 gibt nach theoretischen Stabilitätsuntersuchungen von E.R. van Dries [31]

die kritische Reynolds Zahl der längsangeströmten ebenen Platte in Abhängigkeit von der Mach Zahl und dem Verhältnis Wandtemperatur zu Aussentemperatur T_w/T_∞. Die mit ① gekennzeichnete Kurve für die wärmeundurchlässige Wand zeigt, dass für Mach Zahlen > 1 die Stabilitätsgrenze stark absinkt. Für Werte von T_w/T_∞ unterhalb dieser Kurve wird die Flüssigkeit von der Wand her aufgeheizt und oberhalb dieser Kurve gekühlt. Besonders interessant ist, dass bei $T_w/T_\infty < 0{,}75$, also bei genügender Abkühlung, ein Bereich auftritt, wo eine noch so grosse Steigerung der Reynolds-Zahl keine Instabilität erzeugt. Dieses wurde bereits von .L. Lees gefunden, während van Driest dieses auffallende Ergebnis quantitativ verfeinerte. Eine besonders instruktive Darstellung dieser Ergebnisse ist im Anschluss an van Driest in Bild 23 gegeben. In einem Achsensystem mit der Mach Zahl Ma und dem Temperaturverhältnis T_w/T_∞ als Koordinaten und der kritischen Reynolds Zahl als Parameter ergibt sich ein Bereich "vollständiger Stabilisierung". In diesem Bereich, dessen Grenzen noch von der Prandtl Zahl und dem Zähigkeits-Temperaturgesetz $\mu(T)$ etwas abhängig sind, soll überhaupt keine Instabilität auftreten können, also die laminare Grenzschicht bis zu beliebig grossen Re-Zahlen erhalten bleiben. In neuester Zeit sind diese Untersuchungen von D.W. Dunn und C.C. Lin [32] noch weiter ausgebaut worden, indem einmal der Einfluss des Druckgradienten und zum anderen auch der Einfluss dreidimensionaler Störungen untersucht wurde. Der Bereich vollständiger Stabilisierung bleibt im wesentlichen aber auch dann bestehen.

Diese Voraussage, dass bei genügend starker Abführung von Wärme aus der Grenzschicht durch die Wand eine vollständige Stabilisierung der Grenzschicht bewirkt werden soll, ist in gewissem Umfang durch Messungen von W.W. Fischer und R.N. Norris [39] an einer V2-Rakete bestätigt worden.

Einige Messergebnisse über den Umschlagpunkt bei Überschallströmung, die von verschiedenen Autoren [33, 34, 35] erhalten wurden, sind in Bild 24 zusammengestellt. Sie beziehen sich auf einen axial angeströmten Kegel, der für Überschallströmung der längsangeströmten Platte aequivalent ist, da am Kegel hinter dem Verdichtungsstoss längs der Oberfläche konstanter Druck herrscht wie an der Platte. Die beobachteten kritischen Reynolds Zahlen sind an der Oberfläche erhalten worden. Da im Bereich der turbulenten Strömung der Recovery Factor etwas grösser ist als in der laminaren Strömung, macht sich der Umschlag in einem plötzlichen Anstieg der Wandtemperatur längs der Wand bemerkbar (vgl. Bild 26). Die beobachteten kritischen Reynolds Zahlen in Bild 24 zeigen die von der Theorie vorausgesagte Tendenz, dass Re_{xkrit} mit wachsender Mach Zahl abfällt.

Besonders auffällige Erscheinungen ergeben sich für den Umschlag in einer Überschallströmung mit einem Verdünningsfächer. Bild 25 zeigt die an einem Hohlzylinder nach Messungen von A.H. Länge und R.E. Lee [36] auf der Aussenseite beobachtete kritische Reynolds Zahl in Abhängigkeit von der Länge des konischen Teiles. Die kritische Reynolds Zahl nimmt mit wachsender Konuslänge sehr stark zu. Die Erklärung hierfür kann etwa so gegeben werden: Die von der Schulter ausgehende Expansion führt

durch den damit verbundenen starken Druckabfall zu einer sehr plötzlichen Verringerung der Grenzschichtdicke und auch zu einer so starken Stabilisierung der laminaren Grenzschicht, dass die Vorgeschichte der Grenzschicht ausgelöscht wird. An der Schulter beginnend bildet sich eine ganz neue Grenzschicht aus. Damit wird verständlich, dass die Lauflänge der Grenzschicht vor der Schulter keinen wesentlichen Einfluss auf den Umschlag hat. Diese Überlegung wird auch dadurch bestätigt, dass die mit der von der Schulter aus gemessenen Lauflänge x' gebildete kritische Reynolds Zahl $Re_{x'}$ nahezu konstant ist, wie Bild 25 zeigt.

4.3 Andere Einflüsse auf den Umschlag (Turbulenzgrad, Rauhigkeit).

Im Bereich der inkompressiblen Strömung hängt die Reynolds Zahl des Umschlages stark vom Turbulenzgrad der Aussenströmung ab. Ein geringer Turbulenzgrad gibt hohe kritische Reynolds Zahlen und umgekehrt. Es ist zu vermuten, dass ein ähnliches Verhalten auch für die Grenzschicht bei kompressibler Strömung vorhanden ist. Die Messergebnisse hierüber sind jedoch z.Z. noch äusserst spärlich, vor allem weil noch kein zuverlässiges Messverfahren zur Ermittlung des Turbulenzgrades bei Überschallströmungen existiert. Ein einzelnes Messergebnis über den Einfluss des Turbulenzgrades auf den Mechanismus des Umschlages zeigt Bild 26. Hier ist nach Messungen von J.C. Evvard [40] an einem axial angeströmten Kegel der Recovery Factor über der Lauflänge aufgetragen. Der Anstieg des Recovery Factors zeigt den Umschlag an. Aus dieser Messung ergibt sich lediglich, dass bei starker Turbulenz der Aussenströmung der Umschlag allmählich, bei geringer Turbulenz jedoch plötzlich, d.h. auf einer kurzen Strecke, erfolgt.

Der Einfluss der Rauhigkeit auf den Umschlag laminar-turbulent ist bei Überschallströmung wesentlich geringer als bei inkompressibler Strömung. Dies geht aus Bild 27 hervor, das, soweit es die Messungen im Überschallbereich betrifft, sich auf Messungen P.F. Brinich [37] stützt. Das Diagramm bezieht sich auf Einzelrauhigkeiten an der längsangeströmten ebenen Platte. Es ist das Verhältnis der kritischen Reynolds Zahlen der rauhen und glatten Wand aufgetragen in Abhängigkeit von k/δ_k^*, wobei k die Korngrösse der Einzelrauhigkeit und δ_k^* die Verdrängungsdicke der laminaren Grenzschicht am Ort der Einzelrauhigkeit bedeutet. Die mit Ma = 0 bezeichnete Kurve ist die Mittelkurve für eine sehr grosse Anzahl von Messungen im Bereich der inkompressiblen Strömung. Die Messungen von P.F. Brinich für Ma = 3,12 streuen in einem ziemlich breiten Bereich. Sie zeigen jedoch, dass bei kompressibler Strömung die Grenzschicht eine wesentlich grössere Rauhigkeit "verträgt", ohne turbulent zu werden. Bei Überschallströmung ist die kritische+) Rauhigkeitshöhe etwa drei- bis siebenmal so gross wie in inkompressible

+) d.h. diejenige kleinste Korngrösse einer Einzelrauhigkeit, die den Umschlag herbeiführt.

Strömung. Versuche von Korkegi [38] bei der noch grösseren Mach Zahl Ma = 5,8 zeigten, dass ein Stolperdraht keine Turbulenz herbeizuführen vermag. Demgegenüber schein das Ausblazen von Flüssigkeit in die Grenzschicht auch bei Überschallgeschwindigkeit ein wirksames Mittel zu sein, den Umschlag zu erzwingen.

5. Wechselwirkung zwischen Grenzschicht und Verdichtungsstoss.

Bei Strömungen mit Überschallgeschwindigkeit spielt die gegenseitige Beeinflussung von Grenzschicht und Verdichtungsstoss eine sehr wichtige Rolle, vor allem für das Widerstandsproblem, da die Verdichtungsstösse in vielen fällen eine Ablösung der Grenzschicht hervorrufen und damit den Widerstand stark beeinflussen. Da schon die Berechnung der Verdichtungsstösse in reibungsloser Strömung bis heute kaum möglich ist, ist die rechnerische Erfassung der sehr komplizierten Vorgänge bei der gegenseitigen Beeinflussung von Grenzschichten und Verdichtungsstoss noch in der ersten Anfängen. Die experimentelle Forschung steht deshalb hier ganz im Vordergrund. Die ersten eingehenden Versuche auf diesem Gebiet von J. Ackeret, F. Feldmann und N. Rott [41] sowie etwa gleichzeitig von H.W. Liepmann [42] und seinen Mitarbeitern brachten die Einsicht, dass die Ausbildung der Verdichtungsstösse stark davon abhängig ist, ob die Grenzschicht laminar oder turbulent ist. Dies gilt insbesondere für den transonischen Bereich, was durch die bekannten sehr schönen Strömungsaufnahmen von H.W. Liepmann aus dem Jahre 1946 zuerst aufgedeckt wurde.

Von den neueren Untersuchungen auf diesem Gebiet möchte ich ganz kurz einiges berichten über den Einfluss des Verdichtungsstosses auf die Ablösung der Grenzschicht. In Bild 28 sind Messungen von S.M. Bogdonoff und C.E. Kepler [46] dargestellt, welche eine Einsicht geben in die Druckverteilung längs der Wand und das Ablösungsverhalten der Grenzschicht bei verschieden starken Verdichtungsstössen, welche auf die Wand auftreffen und dort reflektiert werden. Der Ablenkungswinkel Θ der Strömung ist ein Mass für die Stärke des Verdichtunsstosses. Die Messungen wurden sämtlich bei der Mach Zahl Ma = 3 und bei turbulenter Grenzschicht ausgeführt. Bei einem schwachen Stoss (oberes Bild rechts) hat der reflektierte Stoss etwa das Aussehen wie in reibungsloser Strömung, und eine Ablösung der Grenzschicht tritt nicht ein. Bei starken Stössen dagegen (unteres Bild rechts) ergibt sich bei der Reflexion ein Wellensystem, das aus Verdichtungs- und Verdünnungswellen besteht. Es tritt lokal ein starkes Anwachsen der Grenzschichtdicke ein und damit verbunden eine Ablösung. Hinter dem reflektierten Stoss ist die Grenzschichtdicke dicker als vor dem einfallenden Stoss.

Ausserdem sind die Druckverteilungen längs der Wand für verschiedene Ablenkungswinkel Θ (und damit+Stosstärken) angegeben. Ablösung tritt für $\Theta > 9^{0}$ auf. Der Druckanstieg, welcher zur Ablösung führt, ist unabhängig vom Ablenkungswinkel Θ, etwa $p_A/p_0 = 0{,}6$. Im Gebiet der Verdünnungswellen zeigen die Druckverteilungskurven einen stark abgeflachten Verlauf.

+) verschiedene

Auch für laminare Grenzschichten im Bereich eines reflektierten Verdichtungsstosses existiert umfangreiches Versuchsmaterial. Dies ist von R.H. Lange [48] kritisch gesichtet worden. für die Ablösung der laminaren Grenzschicht bei einem reflektierten Stoss geben C. du P. Donaldson und R.H. Lange [49] die folgende Formel für den Druckanstieg an:

$$\left(\frac{\Delta p}{q_\infty}\right) \sim c_f \sim Re_x^{-\frac{1}{2}}$$

Diese wird nach Bild 29a durch Messungen gut bestätigt. Dabei ist auch eine ältere Formel von O.E. Pabst [50] mit angegeben, welche die gleiche Tendenz zeigt.

Eine nähere Einsicht in den Mechanismus der Grenzschichtströmung in der Umgebung des reflektierten Verdichtungsstosses geben auch die neueren Messungen von G.E. Gadd und D.W. Holder [45], von denen einige Ergebnisse in Bild 29b dargestellt sind. Für die Beurteilung der Ablösung infolge eines Verdichtungsstosses ist es wichtig zu wissen, wie weit der reflektierte Stoss in der Grenzschicht stromaufwärts zurückwirkt. Der Abstand d zwischen der Auftreffstelle des Stosses in reibungsloser Strömung und der Stelle des beginnenden Druckanstieges ist ein Mass für die Rückwärtswirkung des Stosses. Nach einer Rechnung von Gadd soll $d/\delta_1^* \sim Re_x^{3/4}$ sein, wo δ_1^* die Verdrängungsdicke der Grenzschicht vor dem Stoss bedeutet. Demnach wäre

$$\frac{d}{\delta_1^*} \cdot \frac{1}{Re_x^{3/4}}$$

unabhängig von der Reynoldszahl und somit nur abhängig von der Mach Zahl. In Bild 29b ist diese Grösse in Abhängigkeit vom Druckanstieg dargestellt, wobei die Kurven Mittelwerte von Messungen darstellen.

Im Bereich der hypersonischen Strömung ($Ma > 5$) ergeben sich Besonderheiten dadurch, dass die Verdichtungsstösse sehr flach verlaufen, während die Grenzschichtdicken gross werden. Für den Fall der längsangeströmten Platte sind diese Verhältnisse neuerdings von J.M. Kendall [51] experimentell untersucht worden. Dabei ist in gewissem Umfang auch eine rechnerische Behandlung möglich für den einfachsten Fall, dass von der Vorderkante der Platte ein Verdichtungsstoss ausgeht.

6. Zusammenfassung.

Es wird ein Überblick gegeben über die neueren Forschungsergebnisse über Grenzschichten, welches ihre theoretische Behandlung besonders erschwert, ist einmal die gegenseitige Beeinflussung der Strömungs- und Temperaturgrenzschicht und zum anderen die wesentlich grössere Zahl von massgeblichen Parametern im Vergleich zur inkompressiblen Grenzschicht. Zu diesen Parametern gehört die Mach-Zahl, die Prandtl Zahl, die Zähigkeits-

Temperatur-Relation und die Wandtemperatur. Für die laminare Grenzschicht liegen insbesondere für die längsangeströmte Platte Lösungen für eine grosse Zahl von Parameterwerten vor. Hiernach fällt der Reibungsbeiwert mit wachsender Mach Zahl etwas ab. Für die Berechnung der turbulenten Grenzschicht stützt man sich, in Ermangelung besserer Ansätze, heute noch weitgehend auf die in der inkompressiblen Theorie bewährten halbempirischen Ansätze des Prandtlschen Mischungsweges und der v.Kármánschen Ähnlichkeitshypothese. Die Ergebnisse für die Plattengrenzschicht zeigen einen starken Abfall des Reibungsbeiwertes mit wachsender Mach Zahl, dagegen nahezu keine Abhängigkeit von der Prandtl Zahl und dem Wärmeübergang an der Wand.

Bezüglich des Umschlages laminar-turbulent hat nach der Stabilitätstheorie der Wärmeübergang zwischen Wand und Grenzschicht einen starken Einfluss: Kühlung der Strömung wirkt stabilisierend und Aufheizung der Strömung instabilisierend. Bei starker Wärmeabfuhr und grosser Mach-Zahl tritt nach der Theorie eine vollständige Stabilisierung ein. Diese theoretischen Voraussagen werden durch Messungen gut bestätigt.

Im Überschallbereich ist die Beeinflussung von Verdichtungsstoss und Grenzschicht wichtig für die Ablösung der Grenzschicht. Einige neuere Messungen hierüber werden diskutiert.

7. Literatur.

[1] Th.v.Kármán: The problem of resistance in compressible fluids. Volta Kongress, Rome 1935.

[2] A.Busemann: Gasströmung bei laminarer Grenzschicht entlang einer Platte. ZAMM 15, 23, (1935).

[3] H.W.Emmons, J.G.Brainerd: Temperature effect in a laminar compressible fluid boundary layer along a flat plate. Journ.Appl.Mech. 8, A.105 (1941) and Journ.Appl.Mech. 9, 1, (1942).

[4] H.Schlichting: Boundary Layer Theory, insbesondere Kap. 15, Karlsruhe, London, 1955.

[5] A.D.Young: Section on "Boundary Layers", in "Modern Developments in Fluid Mechanics, High Speed Flow", edited by L.Howarth, Vol. I, pp.375-475, Oxford, Clarendon Press, (1953).

[6] G.Kuerti: The laminar boundary layer in compressible flow. Advances in Appl. Mechanics, Vol.II, 21-92, (1951).

[7] J.Kay: Survey of friction coefficients, recovery factors, and heat transfer coefficients for supersonic flow. Journ. Aer. Sci. 21, 117-129 (1954).

[8] E.Gruschwitz: Calcul approché de la couche limite laminaire en écoulement compressible sur une paroi non-conductrice de la chaleur. ONERA (Office national d'études et de recherche aéronautique) publication No.47, Paris 1950.

[9] J.Flügge-Lotz und A.F.Johnson: Laminar compressible boundary layer along a curved insulated surface. Journ.Aer. Sci. 22, 445-454, 490, (1955).

[9a] E.A.Eichelbrenner: Méthodes de calcul de la couche limite laminaire bidimensionelle en régime compressible. Office national d'études et de recherche aéronautique. ONERA Publication No. 83, (1956).

[10] G.R.Eber: Recent investigation of temperature recovery and heat transmission on cones and cylinders in axial flow in the NOL Aerobalistics Wind Tunnel. Journ.Aer.Sci. 19, 1-6, (1952).

[11] E.R.van Driest: Turbulent boundary layer in compressible fluids. Journ. Aer. Sci. 18, 145-160 (1951).

[12] M.W.Rubesin: A.modified Reynolds analogy for the compressible turbulent boundary layer on a flat plate. NACA TN 2917 (1953).

[13] F.K.Hill: Boundary layer measurements in hypersonic flow. Journ. Aer. Sci. 23, 34-42, (1956).

[14] D.R.Chapman, R.H.Kester: Measurements of turbulent skin friction on cylinders in axial flow at subsonic and supersonic speeds. Journ. Aer. Sci. 20, 441-448, (1953).

[15] R.E.Wilson: Turbulent boundary layer characteristics at supersonic speeds. - Theory and experiment. Journ. Aer. Sci. 17, 585-594, (1950).

[16] R.M.O'Donnel: Experimental investigation at Mach Number of 2.41 of average skin-friction coefficients and velocity profiles for laminar and turbulent boundary layers and assessment of probe effects. NACA TN 3122, (1954).

[17] A.D.Young: The calculation of the profile drag of aerofoils and bodies of revolution at supersonic speeds. Jahrbuch 1953 der Wiss.Ges.f.Luftfahrt, S.67-76, (1953).

[18] A.D.Young, S.Kirkby: The profile drag of biconvex wing sections at supersonic speeds. Festschrift "Fünfzig Jahre Grenzschichtforschung". S.419-431, Braunschweig (1955).

[19] D.Coles: Measurements of turbulent friction on a smooth flat plate in supersonic flow. Journ. Aer. Sci. 21, 433-448, (1954).

[20] E.R.van Driest: The turbulent boundary layer with variable Prandtl Number. Jahrb. 1954 der Wiss.Ges.f.Luftfahrt, S.66-75, vgl. auch Festschrift: "Fünfzig Jahre Grenzschichtforschung", S.257-271, Braunschweig, (1955).

[20a] J.A.Zaat: Een benaderingsmethode ter berekening van turbulente grenslagen in compressibele tweedimensionale en rotatiesymmetrische stromingen. Nationaal Luchtvaartlaboratorium Amsterdam, Rapport No. F132, (1953).

[21] C.Gazley: Boundary layer stability and transition in subsonic and supersonic flow. A review of available information with new data in the supersonic range. Journ. Aer. Sci. 20, 19-28, (1953).

[22] R.F.Probstein, C.C.Lin: A study of the transition to turbulence of the laminar boundary layer at supersonic speeds. Lecture presented at the JAS Meeting, Jan. 1956 New York. JAS Prepring No.596, (1956).

[23] L.Lees and C.C.Lin: Investigation of the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid. NACA TN 1115, (1946).

[24] L.Lees: The stability of the laminar boundary layer in a compressible flow. NACA TN 1360 (1947) and NACA Report No. 876 (1947).

[25] K.R.Czarnecki, A.R.Sinclair: Preliminary investigation of the effects of heat transfer on boundary-layer transition on a parabolic body of revolution (NACA RM-10) at a Mach number of 1.61. NACA TN 3165 (1954).

[26] K.R.Czarnecki, A.R.Sinclair: An extension of the investigation of the effects of heat transfer on boundary layer transition on a parabolic body of revolution (NACA RM-10) at a Mach Number of 1.61. NACA TN 3166, 1954.

[27] R.W.Higgins, C.C.Pappas: An experimental investigation of the effect of surface heating on boundary layer transition on a flat plate in supersonic flow. NACA TN 2351 (1951).

[28] E.R.van Driest, C.J.Boisson: Boundary layer stabilization by surface cooling in supersonic flow. Journ. Aer. Sci.22, 70, (1955).

8 out of 10
of the world's
international
airlines use

AVIATION PRODUCTS

[29] R.Scharrer: Comparison of theoretical and experimental heat transfer characteristics of bodies of revolution at supersonic speeds. NACA Rep. 1055 (1951).

[30] G.R.Eber: Recent investigation of temperature recovery and heat transmission on cones and cylinders in axial flow in the NOL Aerobalistics Wind Tunnel. Journ. Aer. Sci. 19, No. 1, (1952).

[31] E.R.van Driest: Calculation of the stability of laminar boundary layer in a compressible fluid on a flat plate with heat transfer. Journ. Aer. Sci. 19, 801-813, (1952).

[32] D.W.Dunn, C.C.Lin: On the stability of the laminar boundary layer in a compressible fluid. Journ. Aer. Sci. 22, 455-477, (1955).

[33] J.C.Evvard, M.Tucker, W.C.Burgess: Transition point fluctuations in supersonic flow. Journ. Aer. Sci. 21, 731-738, (1954).

[34] J.Laufer: Factors affecting transition Reynold's Numbers on models in supersonic wind tunnel. Journ. Aer. Sci. 21, 497-498, (1954).

[35] H.A.Stine, R.Scharrer: Experimental investigation of the turbulent boundary layer temperature recovery factor on bodies of revolution at Mach Numbers from 2,0 to 3,8. NACA TN 2664, (1952).

[36] A.H.Lange, R.E.Lee: Further comments on "Note on boundary layer transition in supersonic flow". Journ. Aer. Sci. 22, 282, (1955).

[37] P.F.Brinich: Boundary layer transition at Mach Number 3,12 with and without single roughness elements. NACA TN 3267, (1954).

[38] R.H.Korkegi: Transition studies and skin friction measurements on an insulated flat plate at a hypersonic Mach number. GALCIT. Hypersonic Wind Tunnel Memorandum, No. 17, (1954).

[39] W.W.Fischer, R.H.Norries: Supersonic convective heat transfer correlation from skin temperature measurements on a V2 rocket in flight. Trans.ASME, Vol.71, p.457-467, (1949).

[40] J.C.Evvard, M.Tucker, W.C.Burgess: Transition point fluctuations in supersonic flow. Journ. Aer. Sci. 21, 731-738, (1954).

[41] J.Ackeret, F.Feldmann, N.Rott: Untersuchungen an Verdichtungsstossen und Grenzschichten in schnellbewegten Gasen, Mitt. Inst. Aer. ETH Zürich No. 10, (1946).

[42] H.W.Liepmann: The interaction between boundary layer and shock waves in transonic flow. Journ. Aer. Sci. 13, 623, (1946).

[43] H.W.Liepmann, A.Roshko, S.Dhawan: On reflection of shock waves from boundary layers. NACA-Rep. No. 1100 (1952).

[44] G.E.Gadd, D.W.Holder, J.D.Regan: An experimental investigation of the interaction between shock waves and boundary layers. Proc. Roy. Soc. (A), Vol.226, p.227, (1954).

[45] L.W.Holder, G.E.Gadd: The interaction between shock waves and boundary layers and its relation to base pressure in supersonic flow. "Boundary Layer Effects in Aerodynamics". Symposium NPL (1955).

[46] S.M.Bogdonoff, C.E.Kepler: Separation of a supersonic turbulent boundary layer. Journ. Aer. Sci. 22, 414-424, (1955).

[47] L.Crocco: Considerations on the shock boundary layer interaction. Proc. Conference on High-Speed Aeronautics. Polyt.Inst.of Brooklyn. Jan. 1955, p. 75-112.

[48] R.H.Lange: Present status of information relative to the prediction of shock-induced boundary-layer separation. NACA TN 3065, (1954).

[49] C.du P.Donaldson, R.H.Lange: Study of the pressure rise across shock waves required to separate laminar and turbulent boundary layers. NACA TN 2770, (1952).

[50] O.E.Pabst: Criterio para el desprendimiento de la capa limite en presencia de choques de compresion. Escuela Superior de Aeronautica. Córdoba. Communicaciones e Informes. C-4, (1952).

[51] J.M. Kendall: Experimental investigations of leading edge shock wave-boundary layer interaction in hypersonic speeds. Paper presented at the JAS-Meeting, New York, 1956. Preprint Nr.611.

Im Text nicht erwähnte Literatur (kompressible turbulente Plattengrenzschicht); vgl. Bild 14.

[52] D.M.Clemmow: The turbulent boundary layer flow of a compressible fluid along a flat plate. British, Director of Guided Weapons Research and Development, Rep.50/6, August, (1950).

[53] Proceedings of the Bureau of Ordnance Symposium on Aeroballistics. Nov. 16-17, 1950. Comments by E.R. van Driest on paper by R.E.Wilson. NAVORD-Rep.1651, p.264-267.

[54] Ting-Yi Li and H.R.Nagamatsu: Effects of density fluctuations on the turbulent skin friction of an insulated flat plate at high supersonic speeds. GALCIT Memo Nr. 5, May 24, 1951.

[55] C.Ferrari: Study of boundary layer at supersonic speeds in turbulent flow: case of flow along a flat plate. Quart. Appl. Math., Vol.8, No. 1, 1950.

[56] F.Smith and R.Harrop: The turbulent boundary layer with heat transfer and compressible flow. TN No. Aero 1759, British R.A.E., Febr. 1946.

[57] R.J.Monaghan: Comparison between experimental measurements and a suggested formula for the variation of turbulent skin friction in compressible flow. British ARC C. P. No. 45 (13260), (1951).

[58] W.F.Cope: The turbulent boundary layer in compressible flow, NPL Engr.Dept.British ARC 7634, (1943).

[59] M.Tucker: Approximate turbulent boundary layer development in plane compressible flow along thermally insulated surfaces with application to supersonic-tunnel contour correction. NACA TN No. 2045, (1950).

[60] M.W.Rubesin, R.C.Maydren, S.Varga: An analytical and experimental investigation of skin friction of the turbulent boundary layer on a flat plat at supersonic speeds. NACA TN 2305, (1951).

[61] H.U.Eckert: Characteristics of the turbulent boundary layer on a flat plate in compressible flow from measurement of friction in pipes. Journ. Aer. Sci. 17, 573-584, (1950).

[62] F.Frankl, V.Voishel: Turbulent friction in the boundary layer of a flat plate in a two-dimensional compressible flow at high speeds. NACA TM 1053, (1943).

[63] M.Tucker: Approximate calculation of turbulent boundary layer development in compressible flow. NACA TN 2337, (1951).

[64] G.B.W.Young, E.Janssen: The compressible boundary layer. Journ. Aer. Sci., 19, 229-236, (1952).

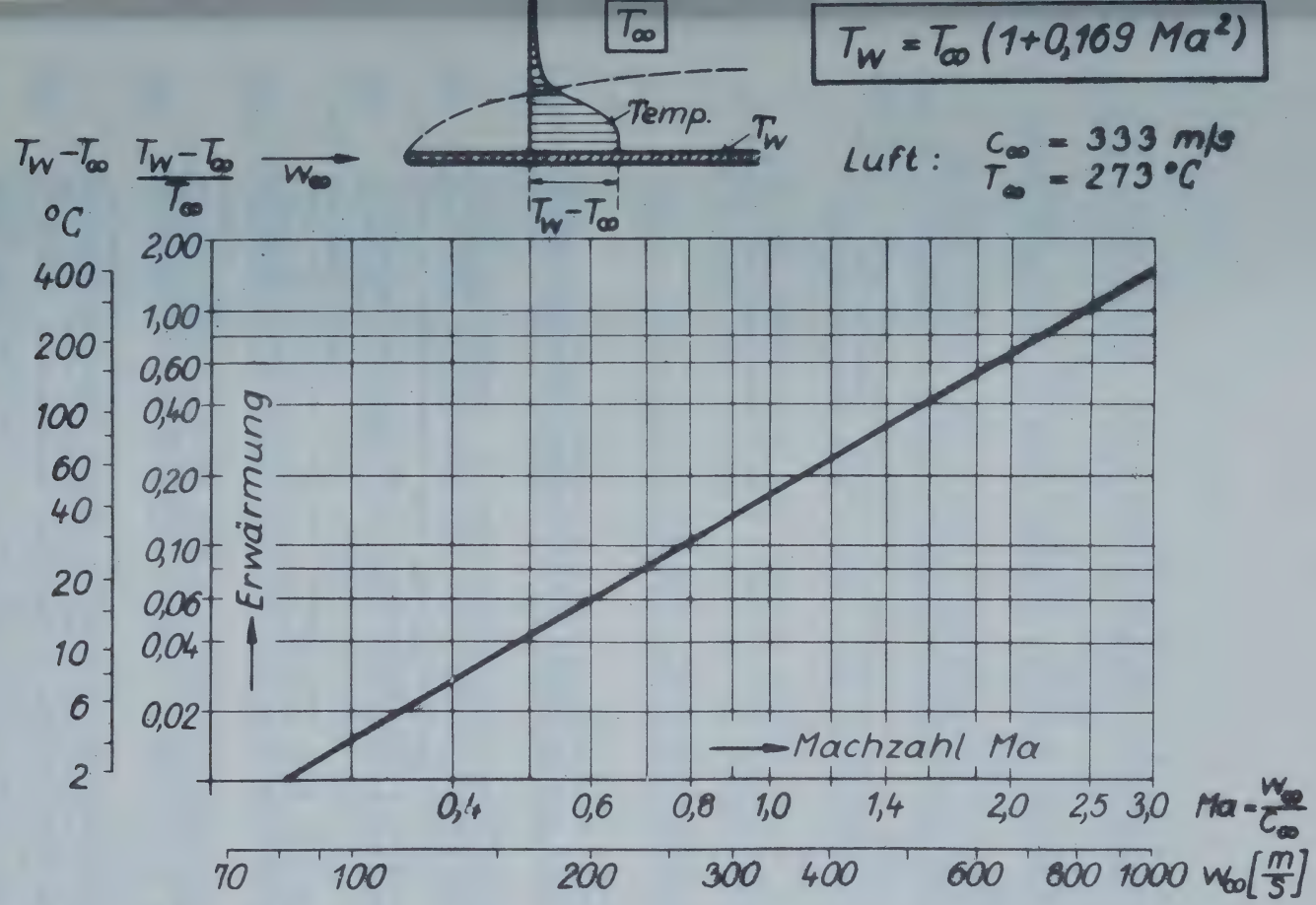
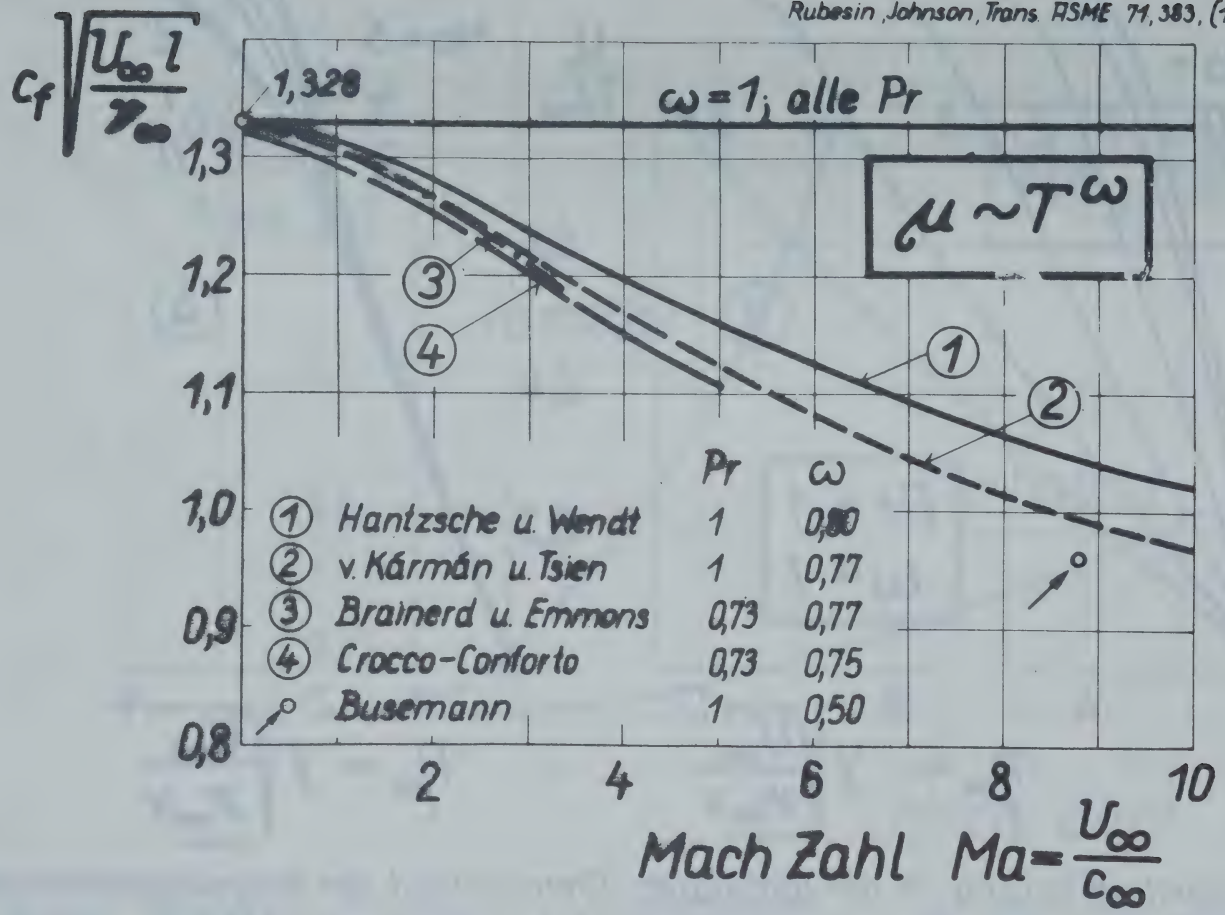
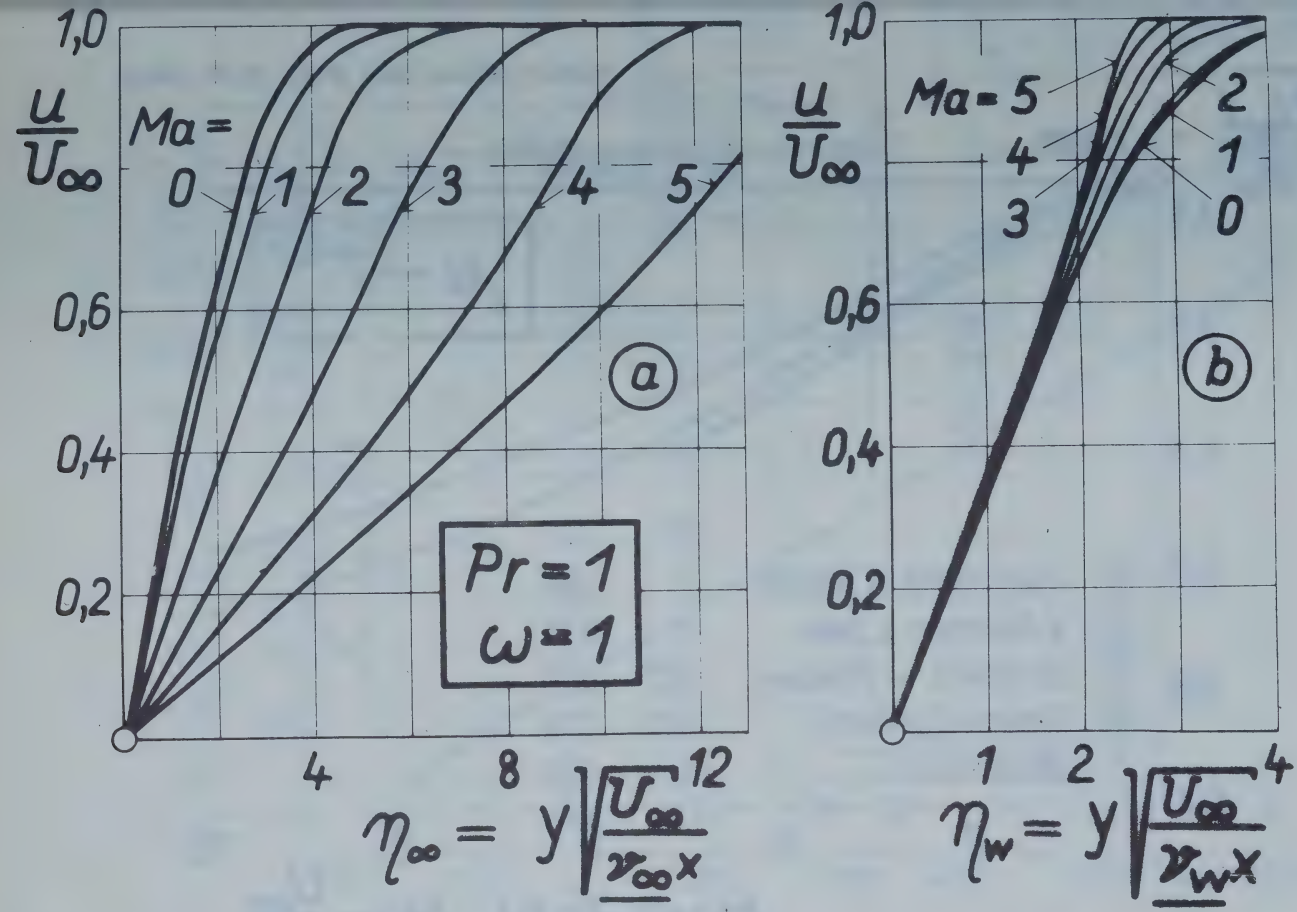


Bild 1: Aufheizung der längsangeströmten ebenen Platte bei wärmeundurchlässiger Wand in Abhängigkeit von der Machschen Zahl, für Luft (Pr = 0,7)

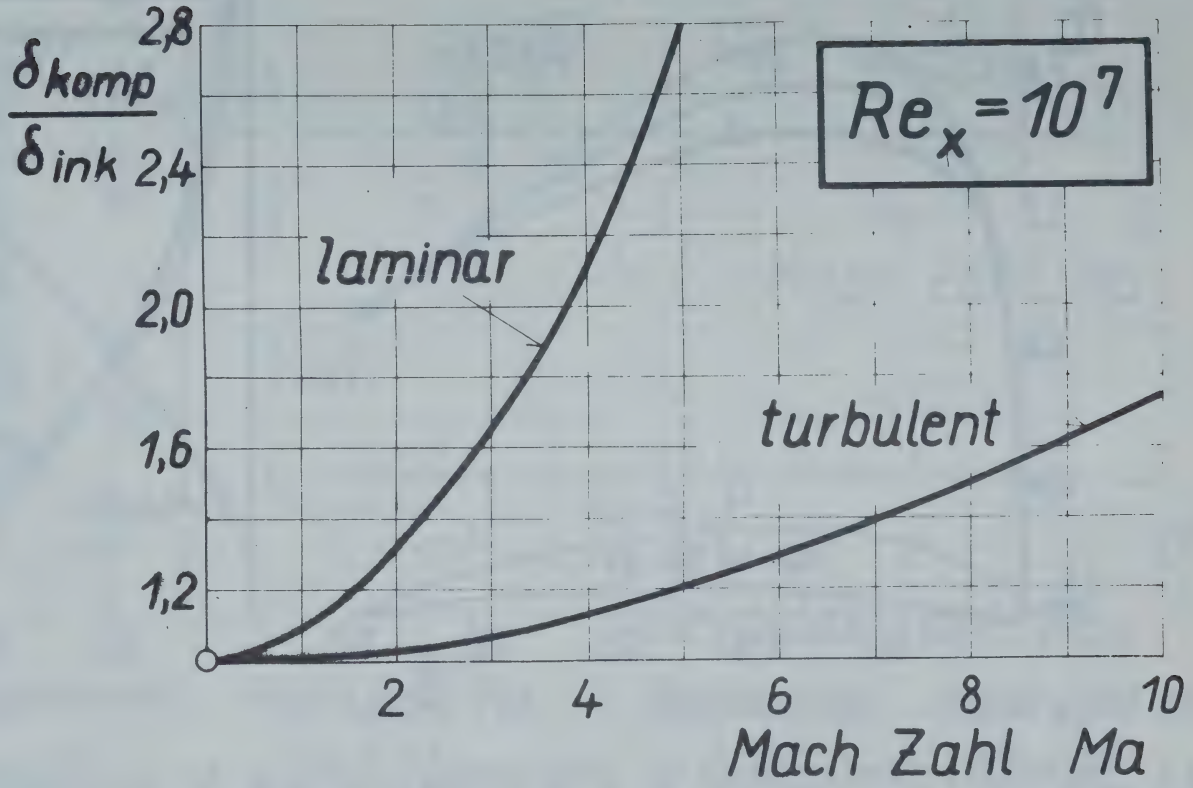


68.29

Reibungsbeiwert der längsangeströmten ebenen Platte in Abhängigkeit von der Machschen Zahl, für laminare Strömung und wärmeundurchlässige Wand.



Geschwindigkeitsverteilung in der laminaren Grenzschicht der längsangeströmten ebenen Platte bei verschiedenen Mach Zahlen für wärmeundurchlässige Wand.



68.31

Bild 4: *Grenzschichtdicke δ in Abhängigkeit von der Machschen Zahl bei laminarer und turbulenter Strömung, nach E.R. van Driest [11].*

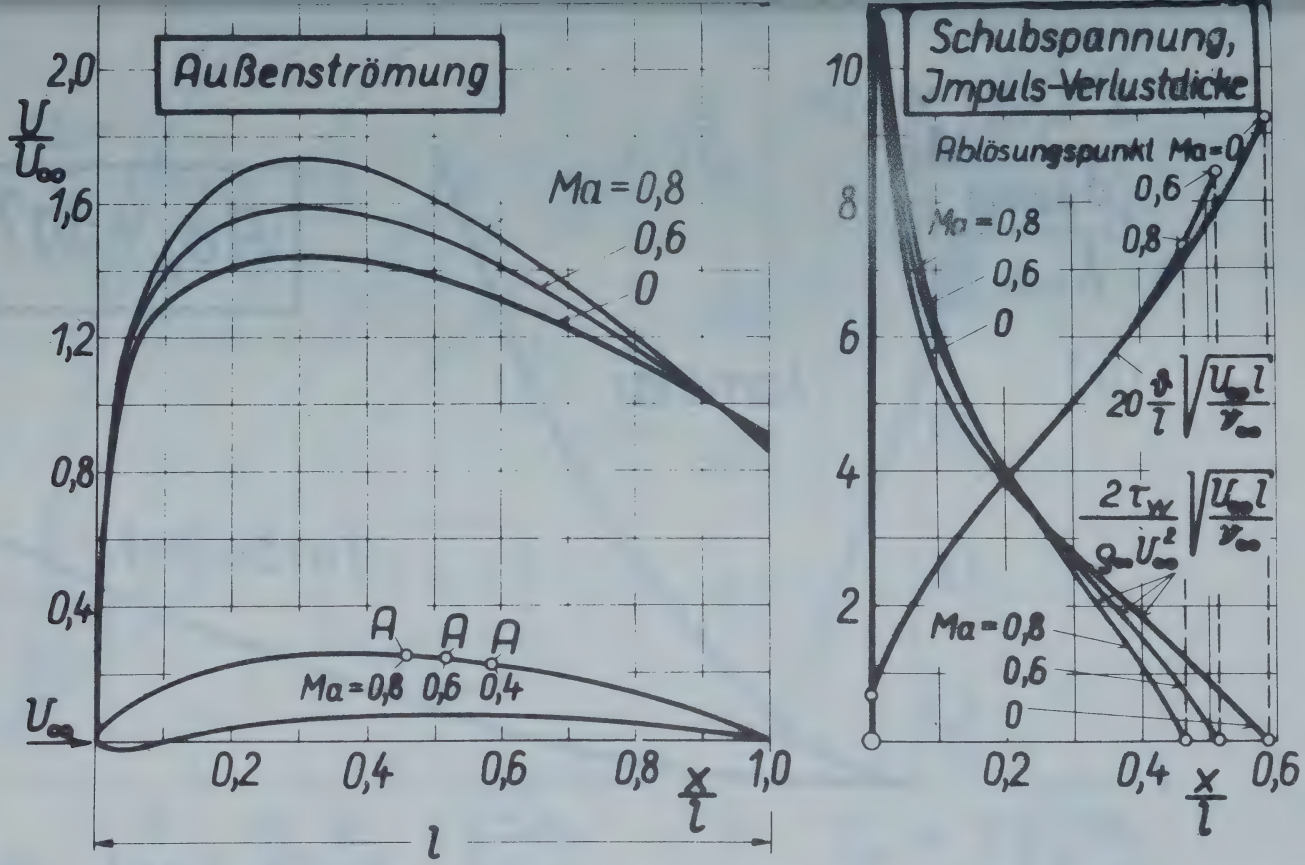
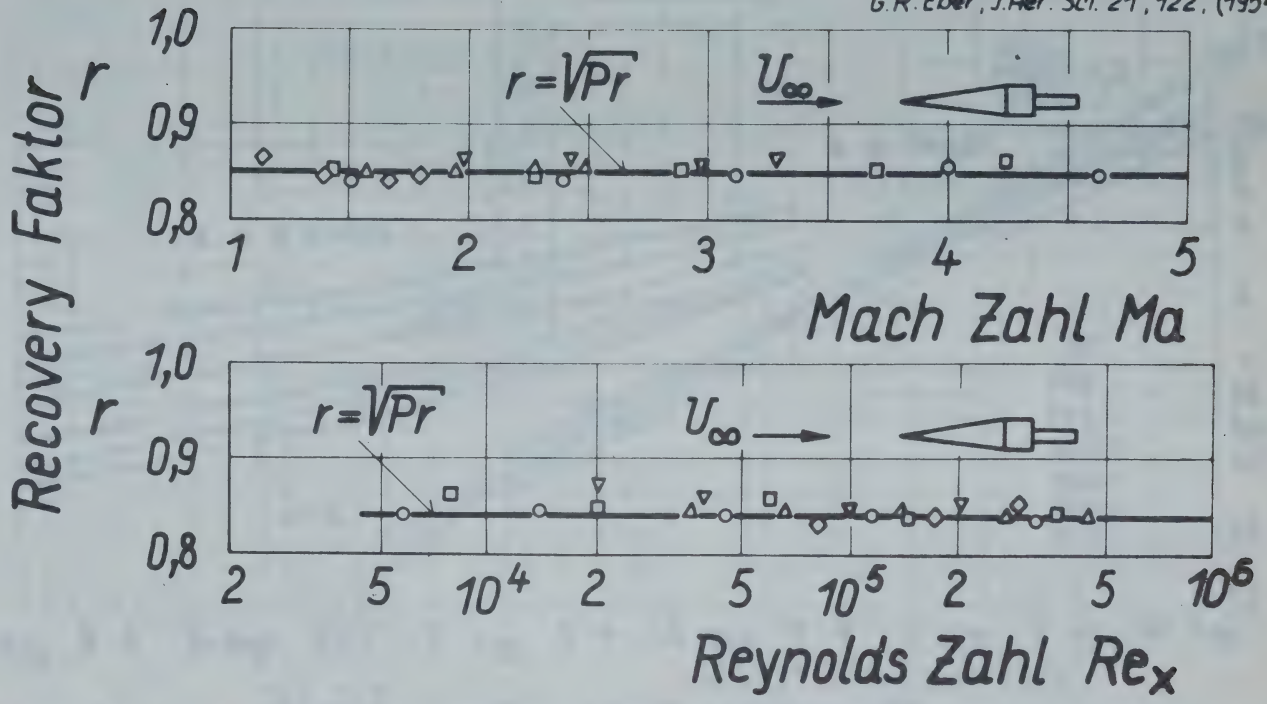


Bild 5: *Laminare Grenzschicht bei Unterschallströmung für das Tragflügelprofil NACA 8410 bei einem Anstellwinkel $\alpha = 0°$, Saugseite;*
A = Ablösungsstelle.

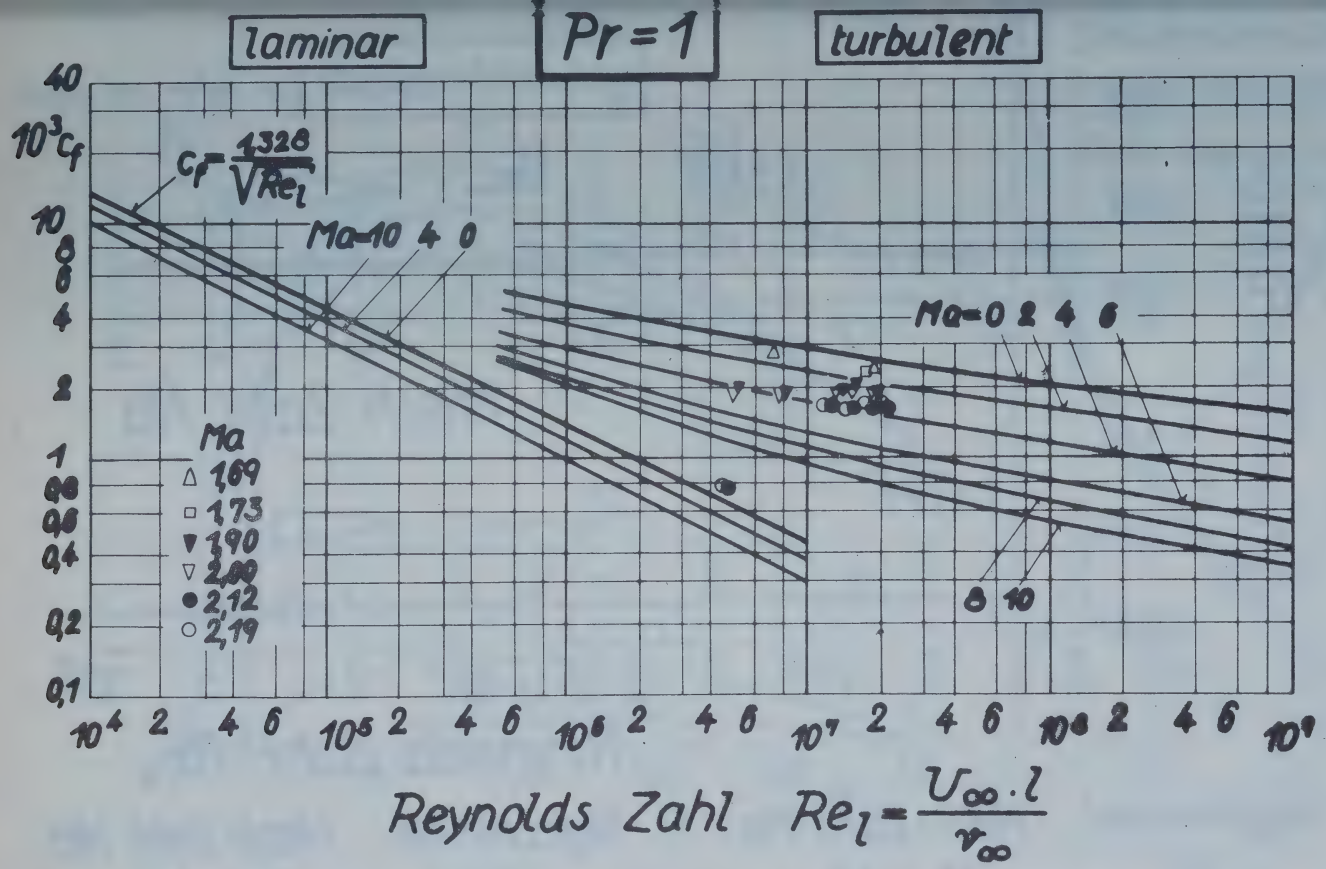
68.32

G.R. Eber, J. Aer. Sci. 21, 122, (1954)



Kegelwinkel	Mach Zahl Ma	Kegelwinkel	Mach Zahl Ma
○ 10°	1,5 × 4,6	△ 60°	0,9 × 2,5
□ 20°	1,4 × 4,2	◇ 80°	1,1 × 1,8
▽ 40°	1,2 × 3,3		

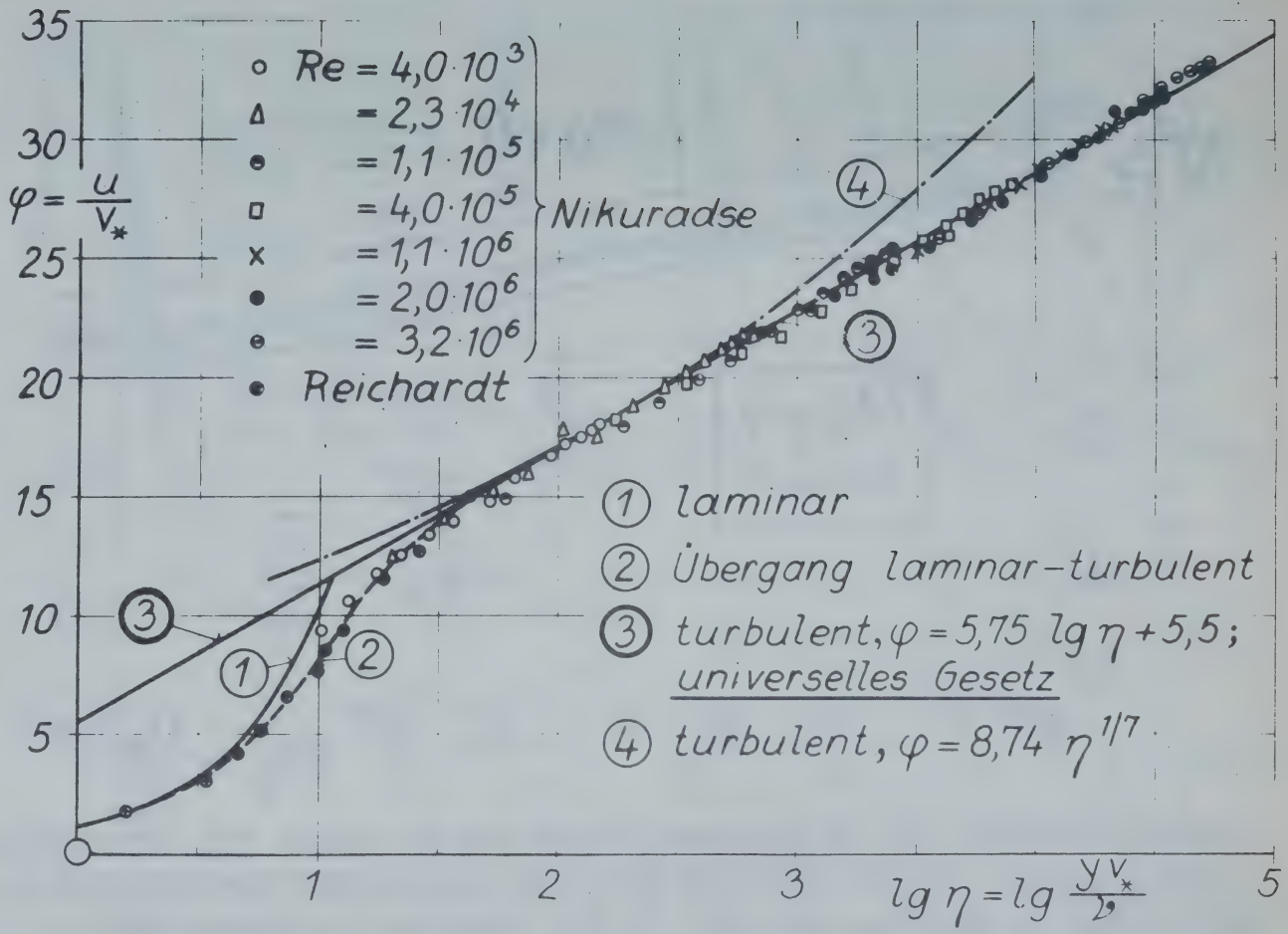
Recovery Factor für die laminare Grenzschicht an Kegeln nach G.R. Eber [10].



Reynolds Zahl $Re_l = \frac{U_\infty \cdot l}{\nu_\infty}$

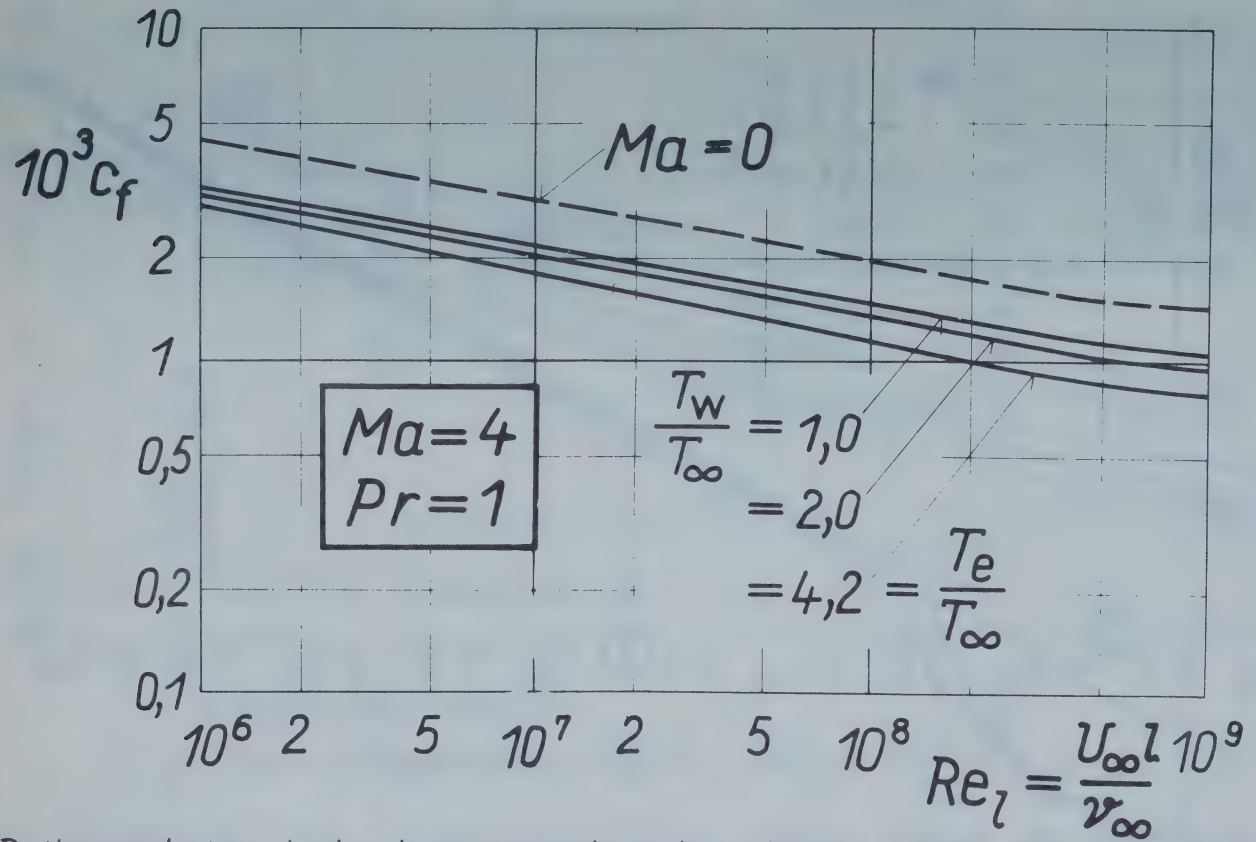
Reibungsbeiwert der längsangeströmten ebenen Platte bei laminarer und turbulenter Strömung in Abhängigkeit von der Reynolds Zahl und der Mach Zahl, für wärmeundurchlässige Wand, nach E.R. van Driest ***[11]***.

68.34



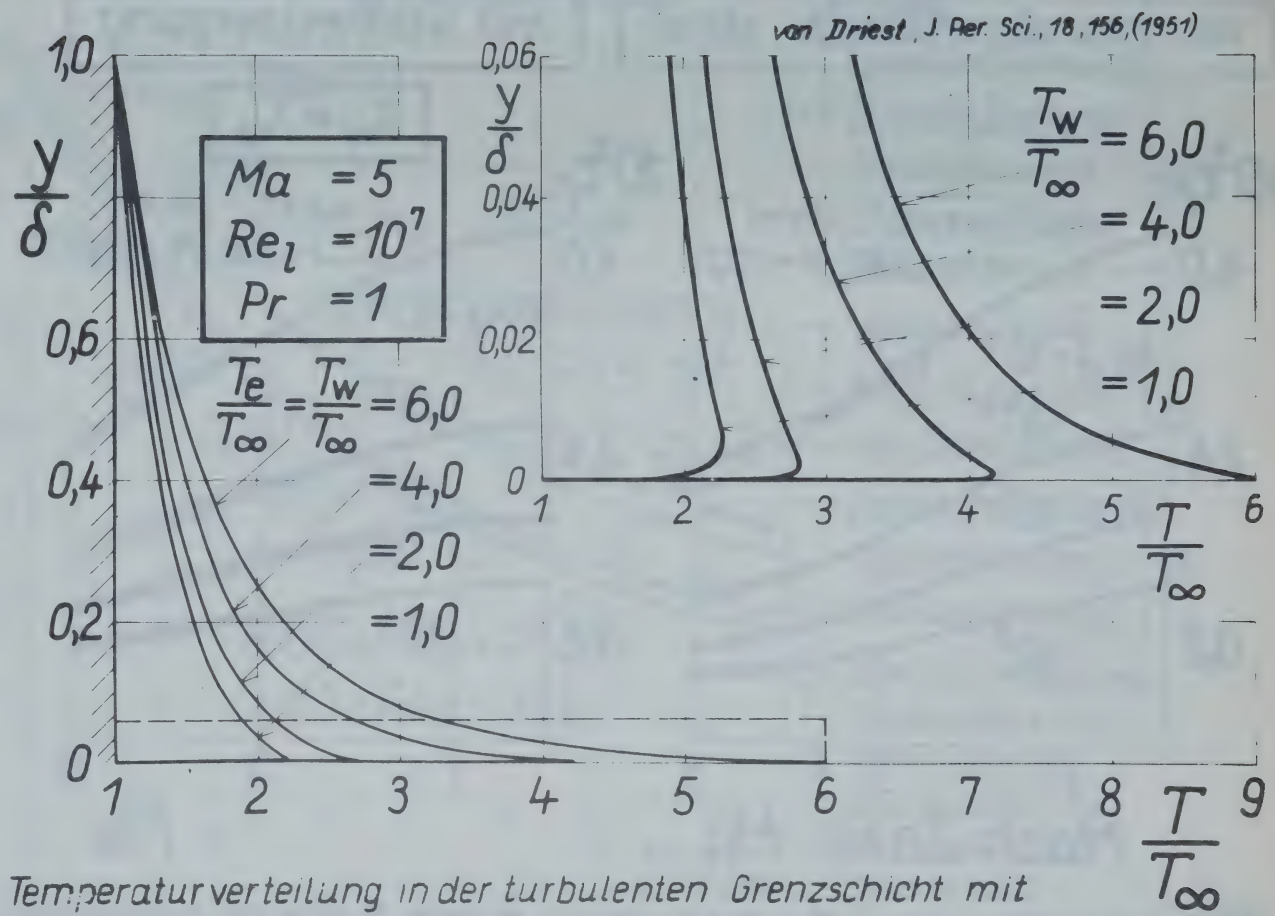
Universelles logarithmisches Geschwindigkeitsverteilungsgesetz für die turbulente Grenzschicht bei inkompressibler Strömung.

van Driest, J Aer Sci, 18, 154, (1951)

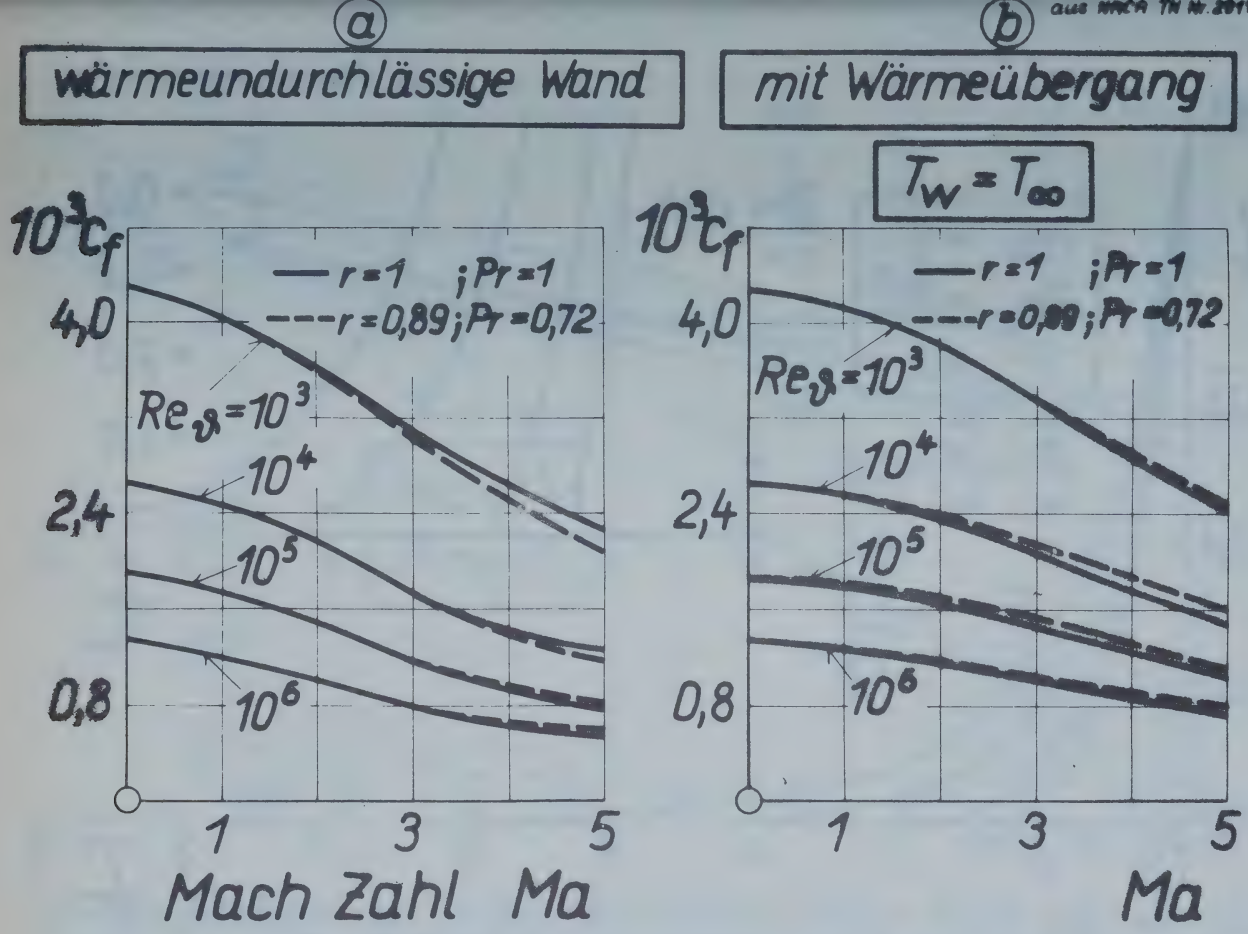


Reibungsbeiwert der längsangeströmten ebenen Platte mit Wärmeübergang in Abhängigkeit von der Reynolds Zahl, für verschiedene Verhältnisse von Wand-temperatur zu Außentemperatur T_w/T_∞, nach E.R. van Driest [11].

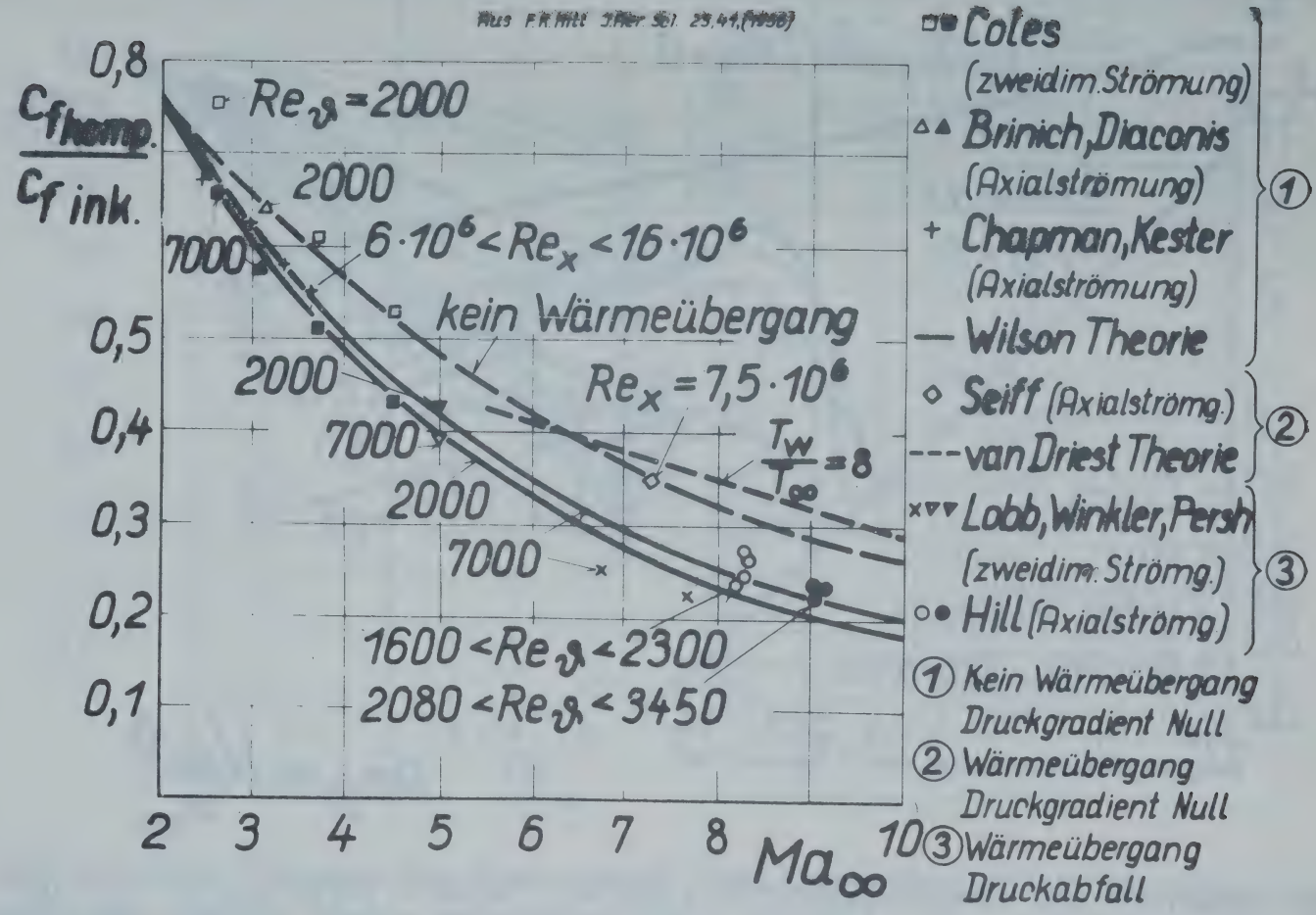
68.36



Temperaturverteilung in der turbulenten Grenzschicht mit Wärmeübergang für verschiedene Verhältnisse von Wandtemperatur zu Außentemperatur T_w/T_∞, nach E R. van Driest [11].

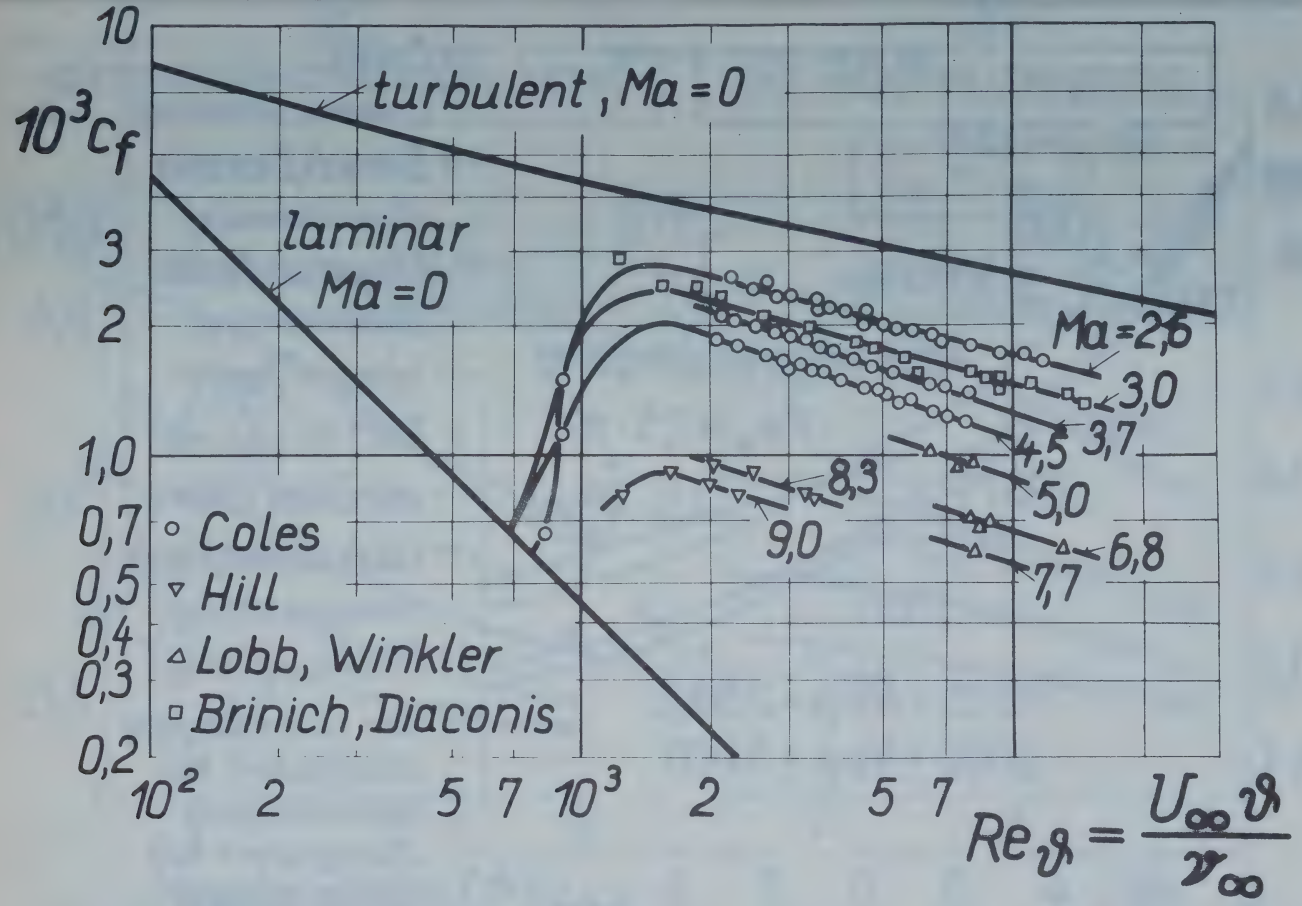


Reibungsbeiwert der längsangeströmten ebenen Platte bei turbulenter Strömung in Abhängigkeit von der Machschen Zahl nach M.W. Rubesin [12]



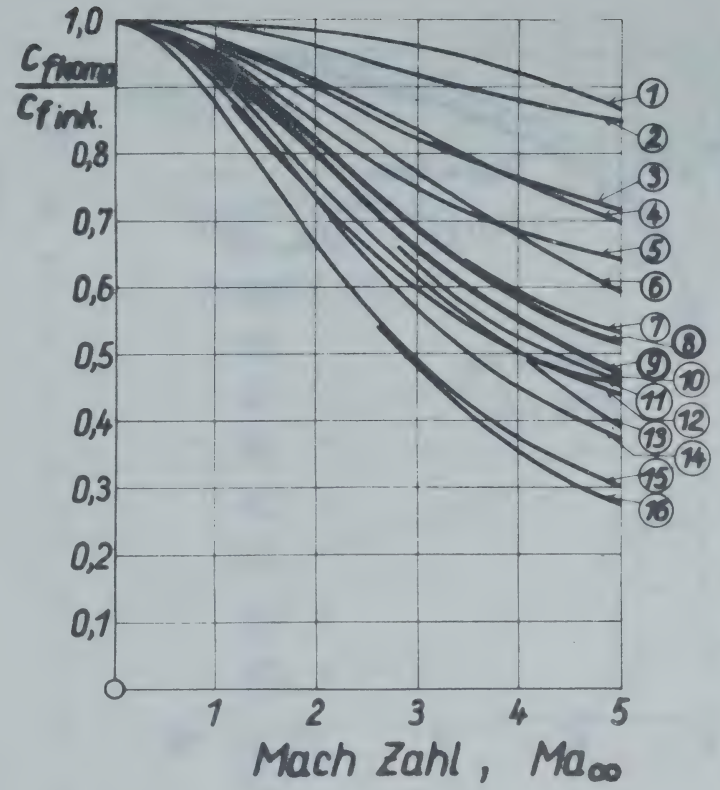
68.39

Reibungsbeiwert der längsangeströmten ebenen Platte in Abhängigkeit von der Mach Zahl, Vergleich von Theorie und Messung, aus F.K. Hill [13]; turbulent



Reibungsbeiwert der längsangeströmten ebenen Platte in Abhängigkeit von der Reynolds Zahl und der Mach Zahl für wärmeundurchlässige Wand, aus F.K. Hill [13].

68.40

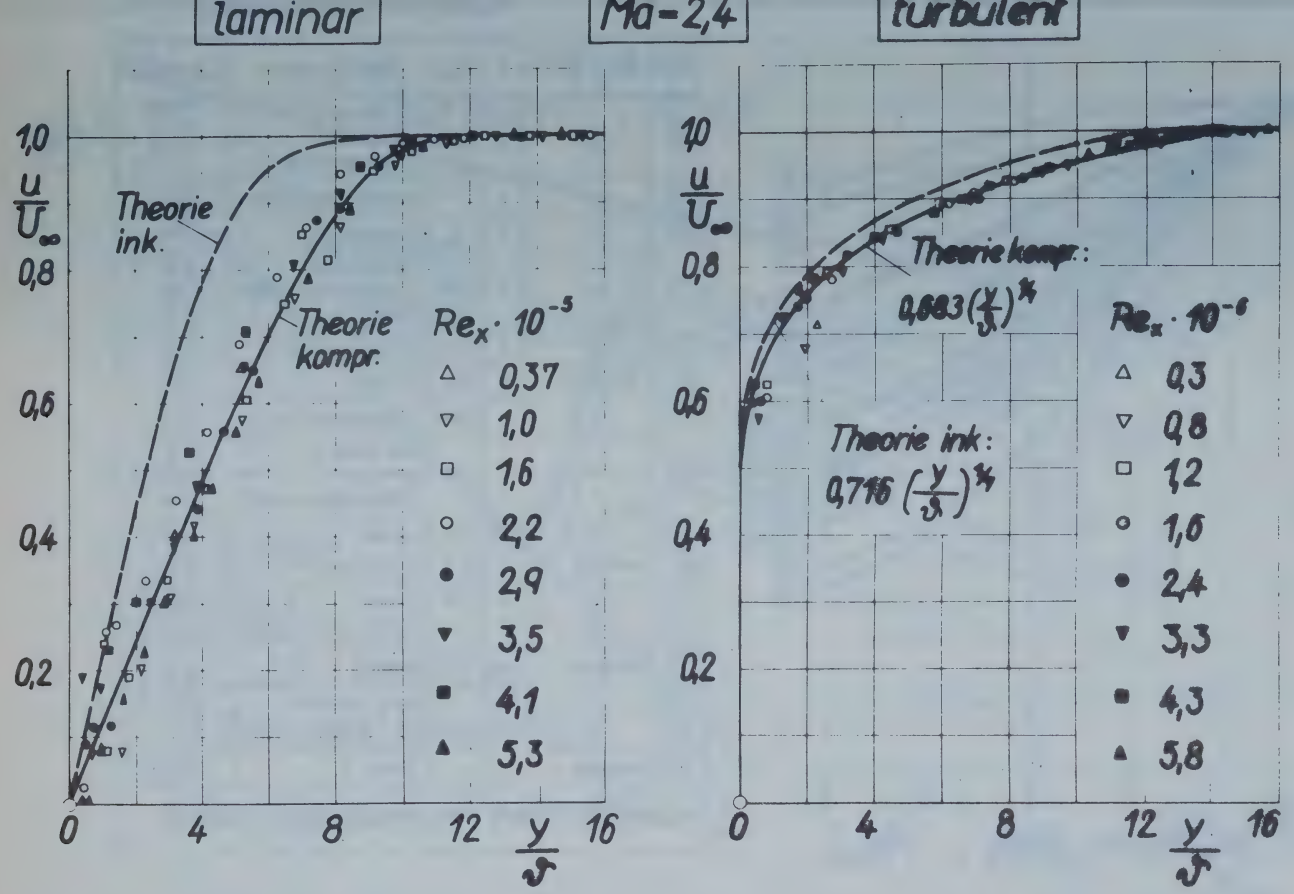


Chapman, J. Aer. Sci. 20, 442, (1953)

No.	$Re_x \cdot 10^{-6}$	r	ω	Verfasser	Literatur
①	10	1	0,76	Clemmow II van Driest II Li-Nagamatsu (α=1) *	[52] [52] [54]
②	7	1	1	Modified Frankl-Voishel	[60]
③	7	1	1	Rubesin	[60]
④	11	1	0,768	Clemmow III Li-Nagamatsu (α=0,5) * Ferrari	[52] [54] [55]
⑤	10	1	0,75	Smith-Harrop	[56]
⑥	beliebig	1	0,8	Eckert	[61]
⑦	11	1	0,768	Li-Nagamatsu (α=Λ)	[54]
⑧	10	1	0,76	van Driest I Clemmow I Li-Nagamatsu (α=0) *	[11] [52] [54]
⑨	10	0,89	0,76	Wilson	[15]
⑩	beliebig	1	0,76	Monaghan	[57]
⑪	10	1	0,76	Cope	[58]
⑫	7	1	1	Extended Frankl-Voishel	[60] [62]
⑬	beliebig	1	1	Tucker II	[63]
⑭	7	—	—	Young-Janssen	[64]
⑮	10	1	0,76	von Kármán	[1]
⑯	beliebig	1	1	Tucker I	[59]

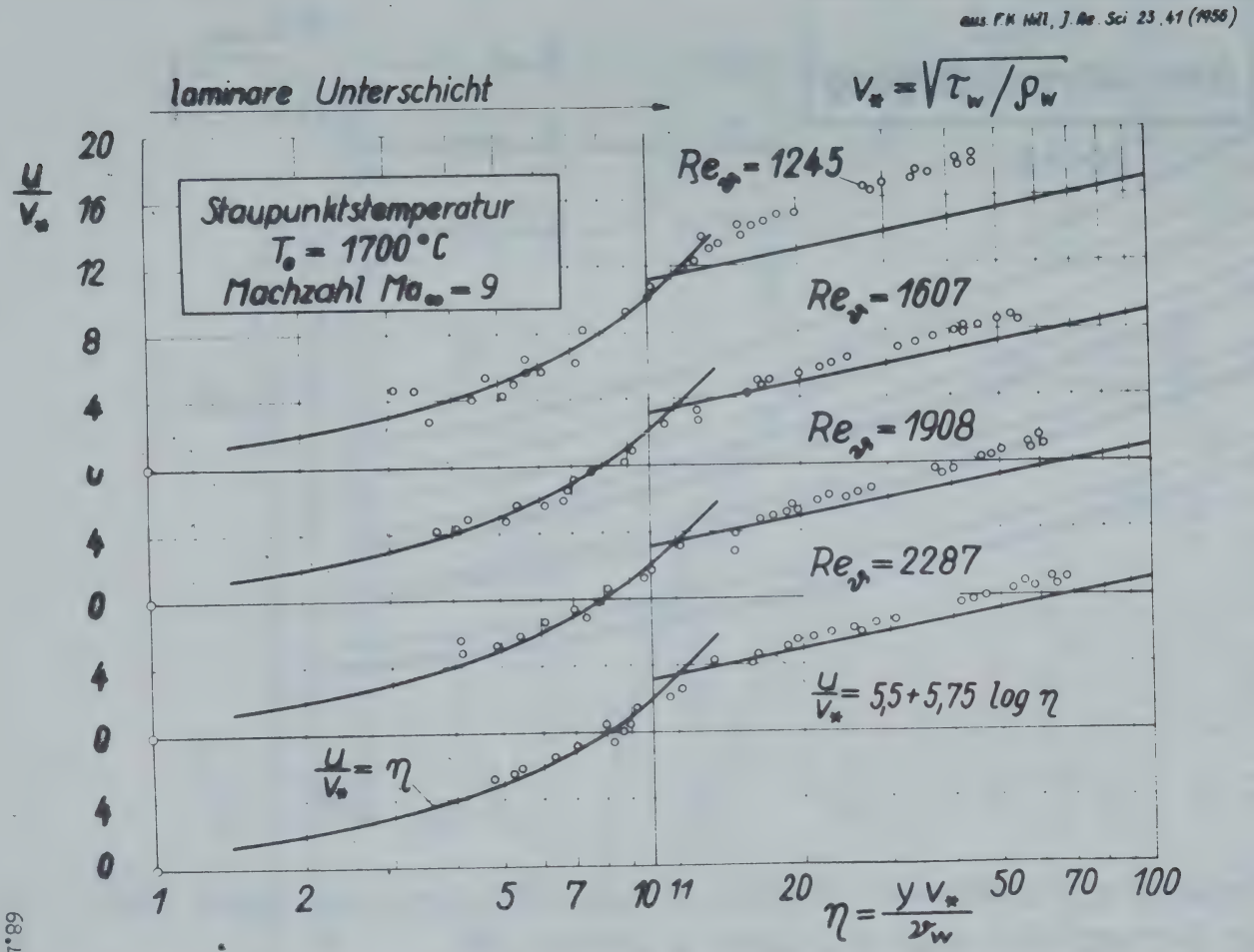
* dieselbe Theorie von verschiedenen Autoren.

Verschiedene Theorien des turbulenten Reibungswiderstandes der längsangeströmten ebenen Platte in kompressibler Strömung für wärmeundurchlässige Wand, aus D.R. Chapman und R.H. Kester [14].



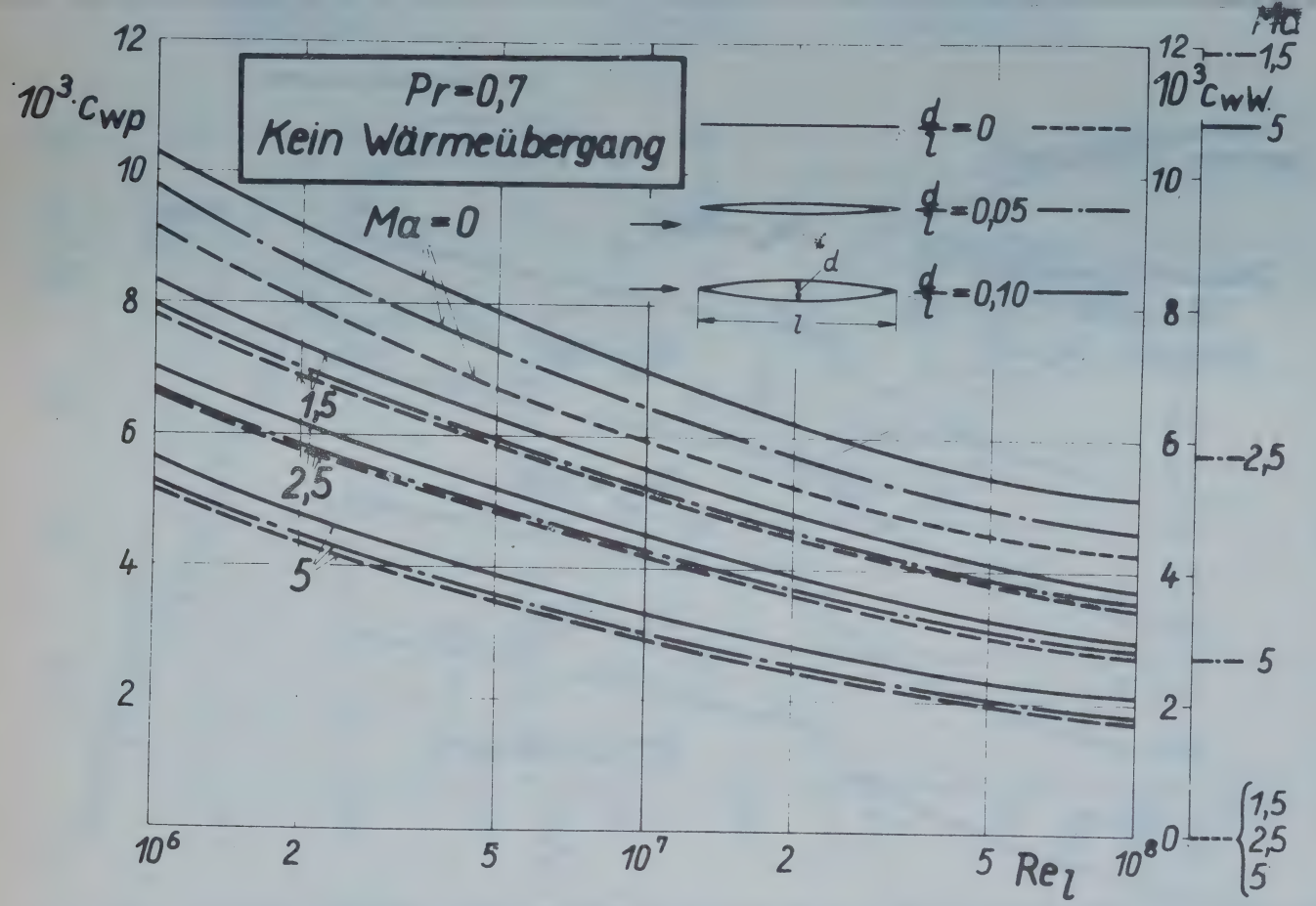
Geschwindigkeitsverteilung in der laminaren und turbulenten Grenzschicht der längsangeströmten ebenen Platte bei Überschallgeschwindigkeit, aus R.M. O'Donnel [16].

68.42



68.43

Universelles logarithmisches Geschwindigkeitsverteilungsgesetz für die turbulente Grenzschicht bei hypersonischer Strömung (Ma = 9), nach F.K. Hill [13].



Widerstandsbeiwert von bikonvexen Profilen bei Überschallgeschwindigkeit mit vollturbulenter Grenzschicht, nach A.D. Young u. S. Kirkby [18]

68.44

$\Lambda_p < 0$: Druckanstieg

$\Lambda_p > 0$: Druckabfall

$\Lambda_p = \frac{\delta^2}{\nu}\frac{dU}{dx}$ (Formparameter)

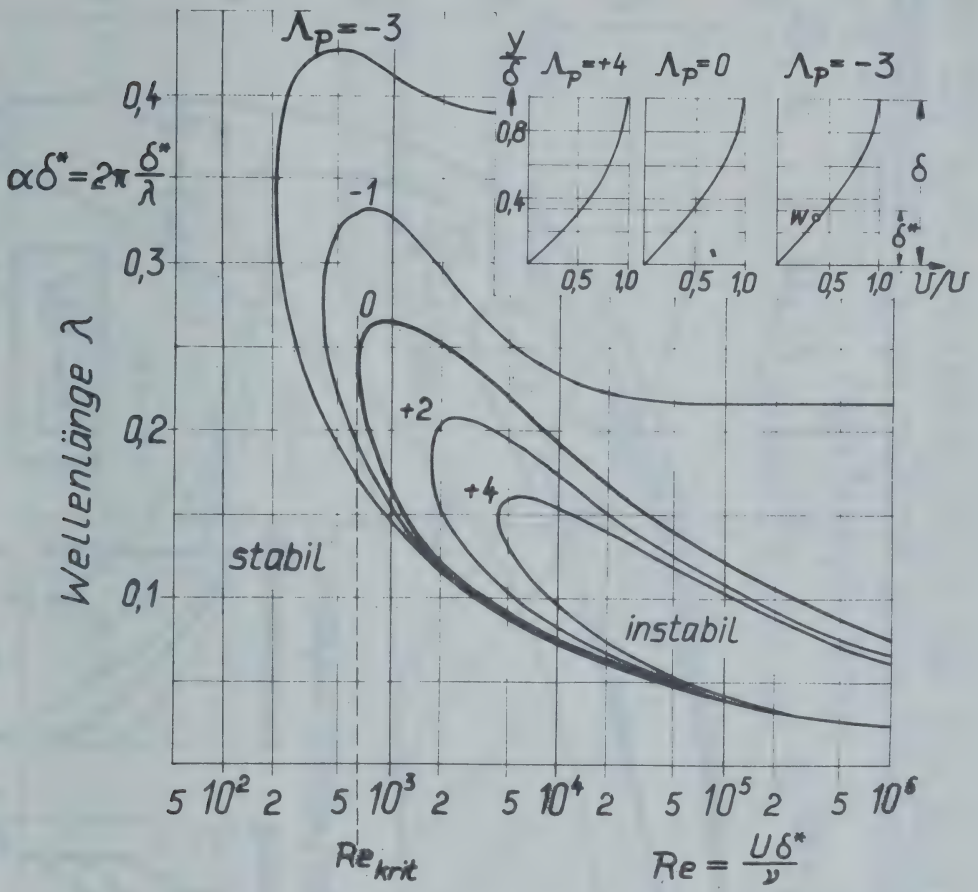
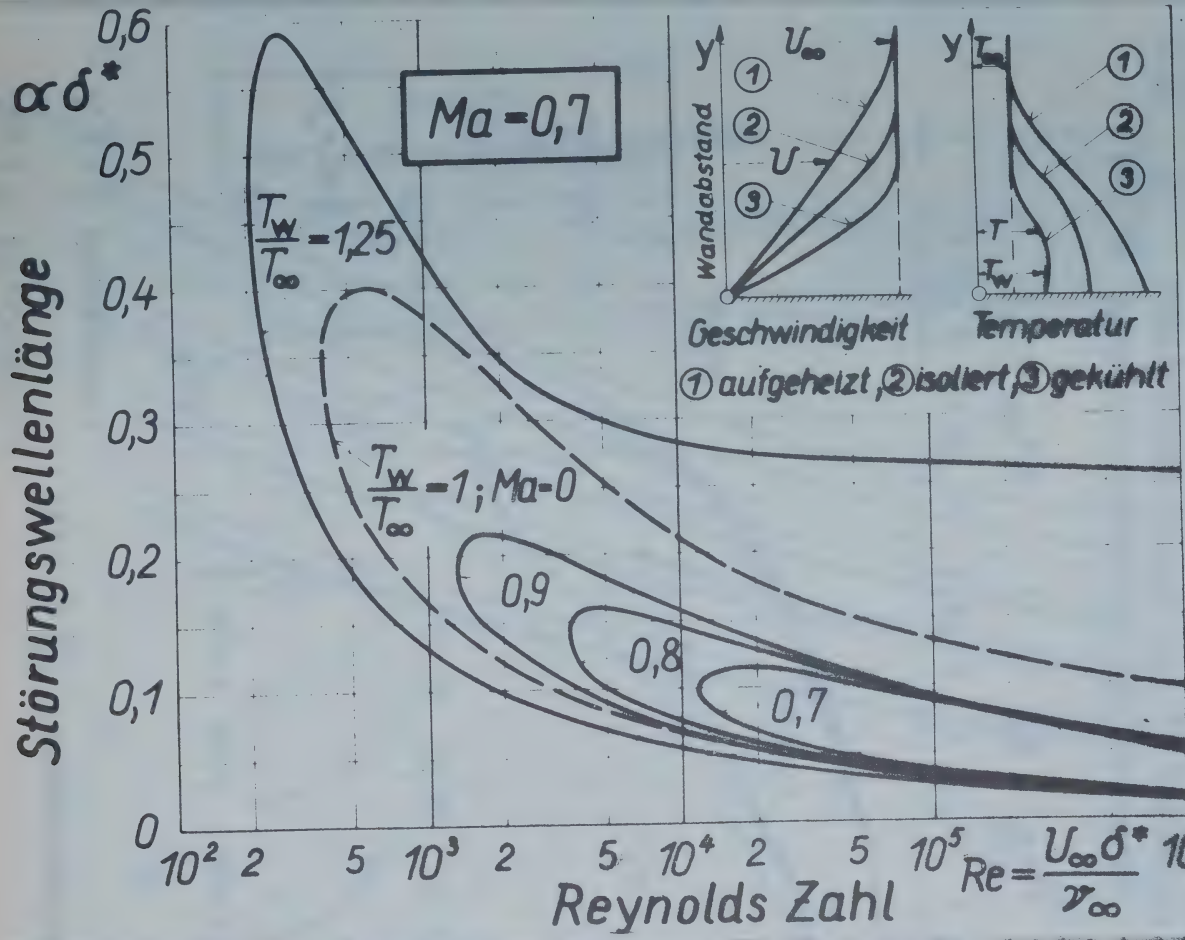
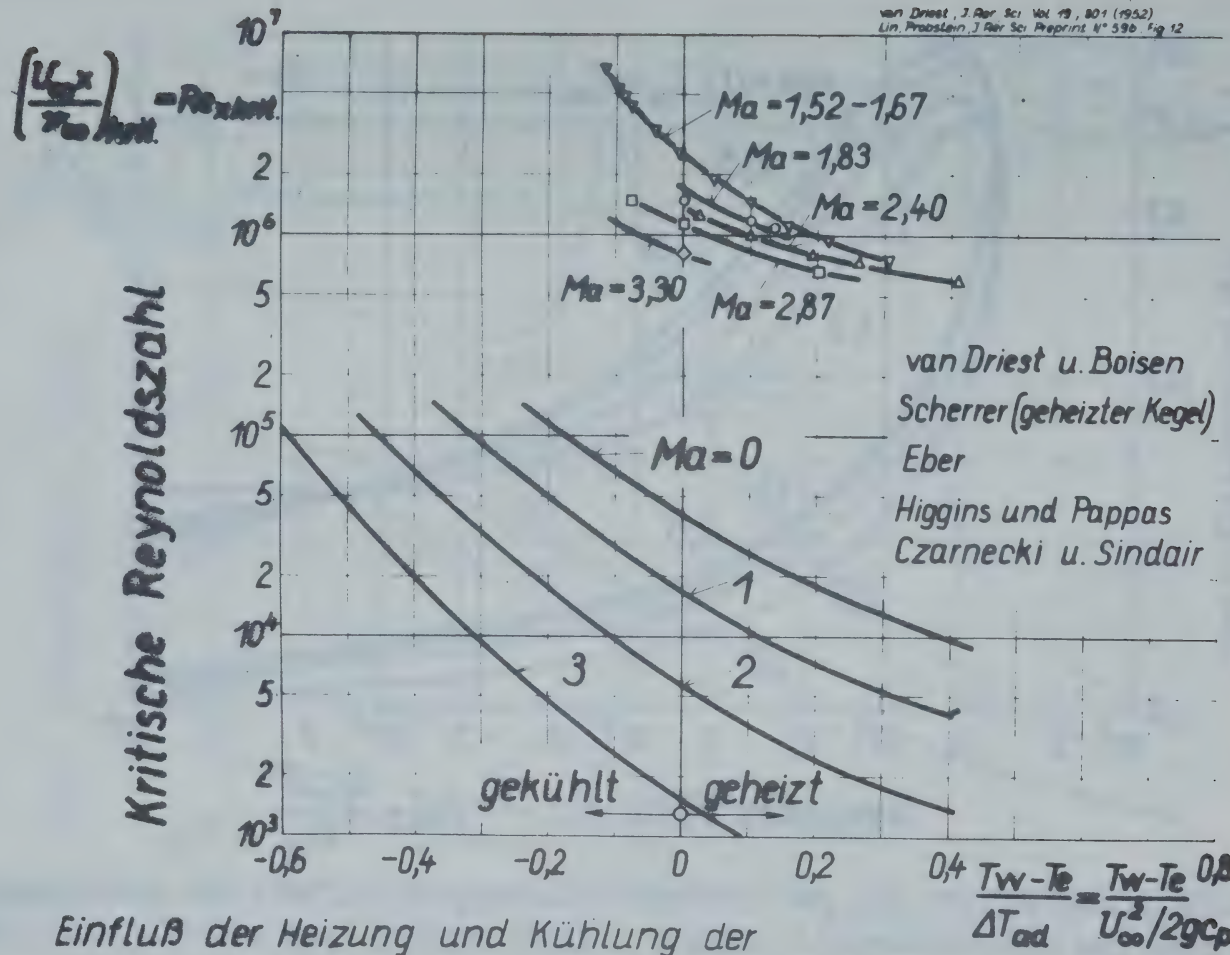


Bild 18: Stabilitätsdiagramm für laminare Grenzschichtprofile mit Druckabfall und Druckanstieg bei inkompressibler Strömung.

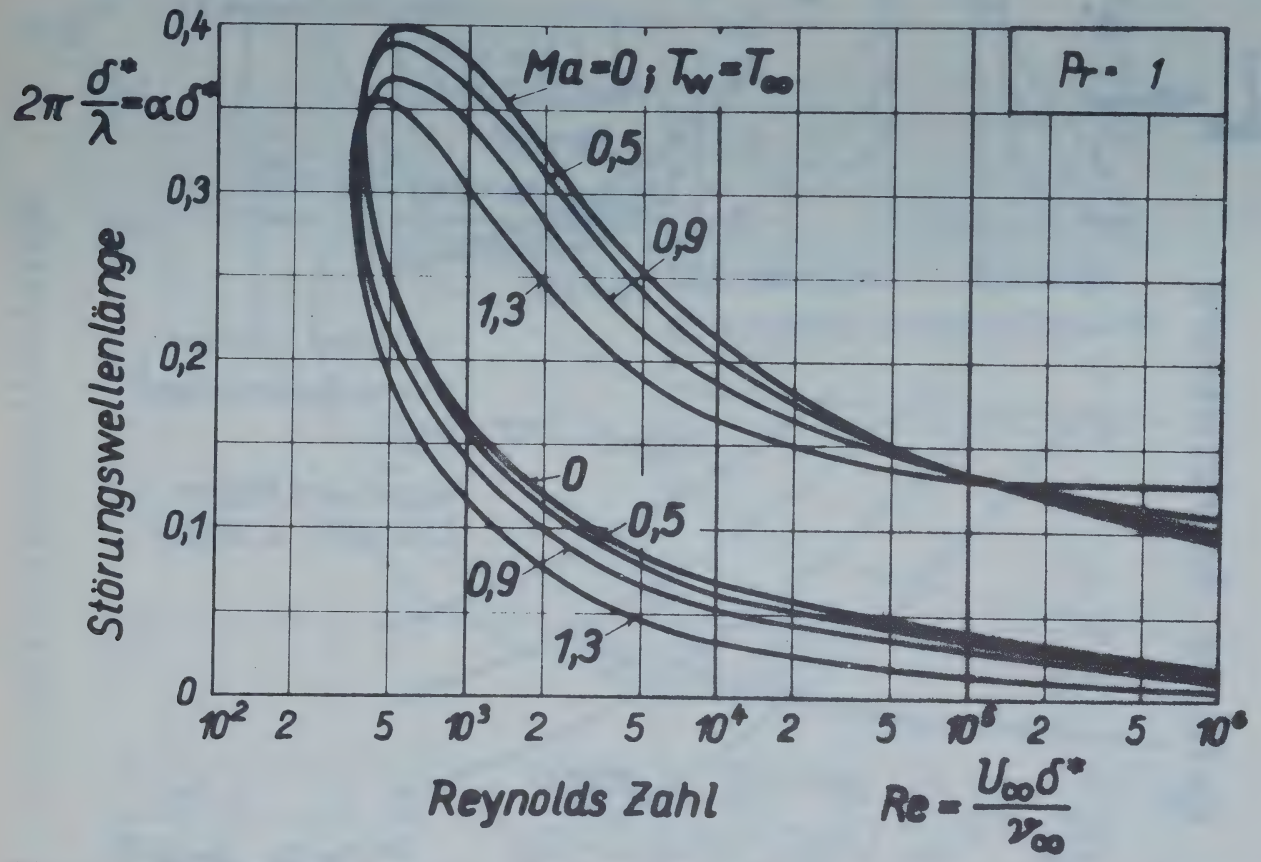


Stabilitätsdiagramm für die laminare Plattengrenzschicht bei kompressibler Strömung mit Wärmeübergang, nach L.Lees und C.C. Lin [23].

68.46

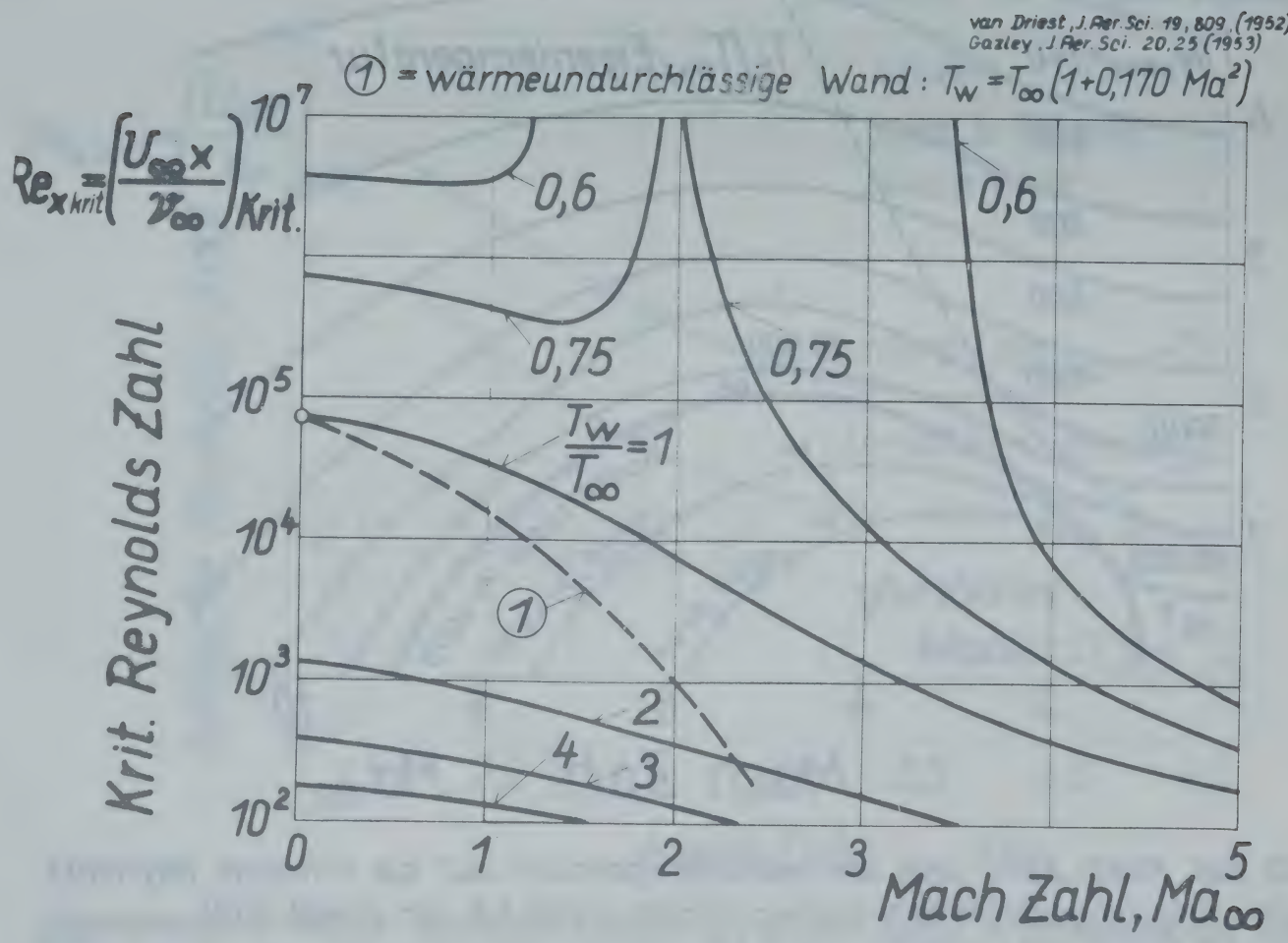


Einfluß der Heizung und Kühlung der Grenzschicht auf die kritische Reynolds Zahl für die längsangeströmte ebene Platte, nach E.R. van Driest [31] und R.F. Probstein und C.C. Lin [22].

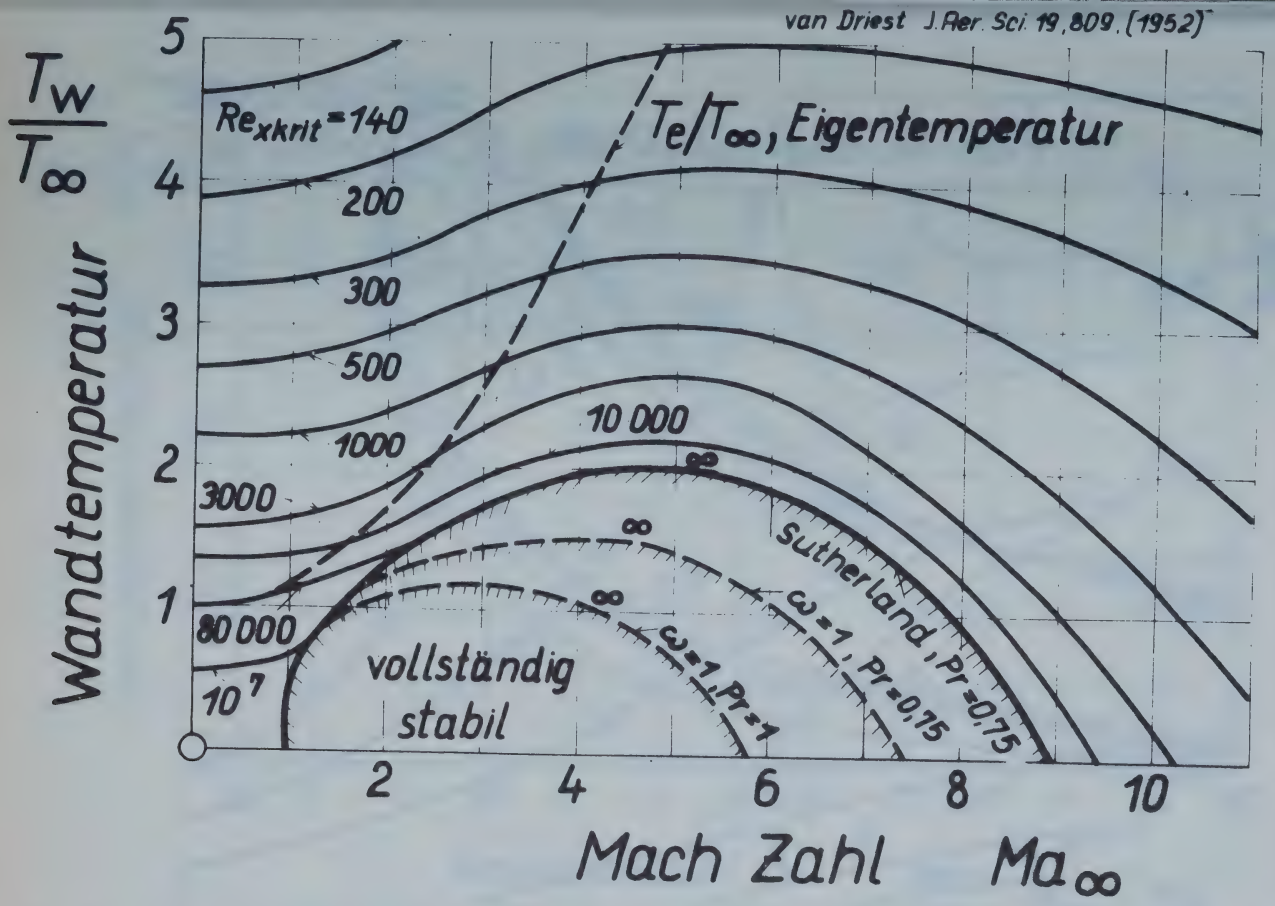


Stabilitätsdiagramm für die laminare Plattengrenzschicht bei kompressibler Strömung bei wärmeundurchlässiger Wand, nach L.Lees und C.C.Lin [23].

68.43

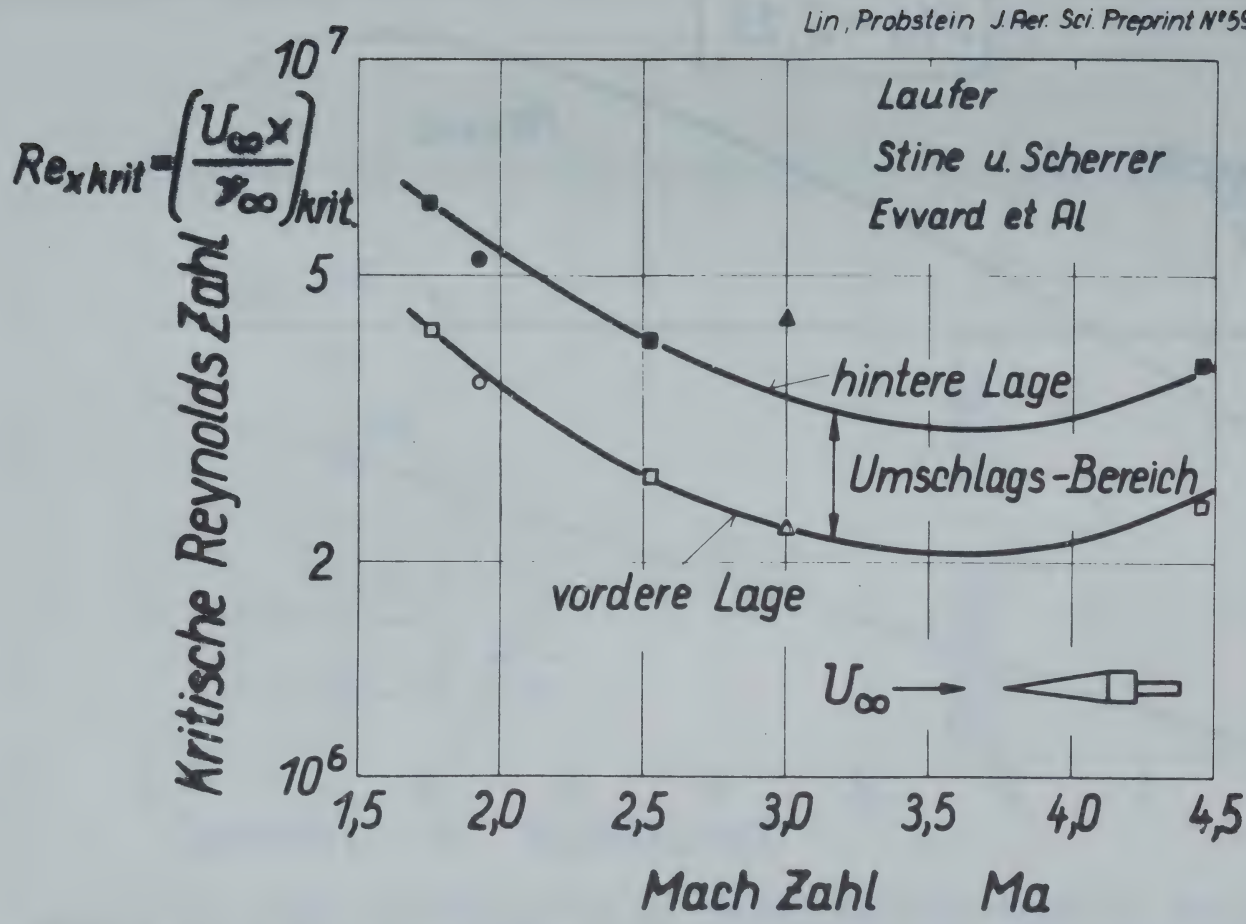


Einfluß der Mach Zahl und der Wandtemperatur auf die kritische Reynolds Zahl der längsangeströmten ebenen Platte, nach E.R. van Driest [31

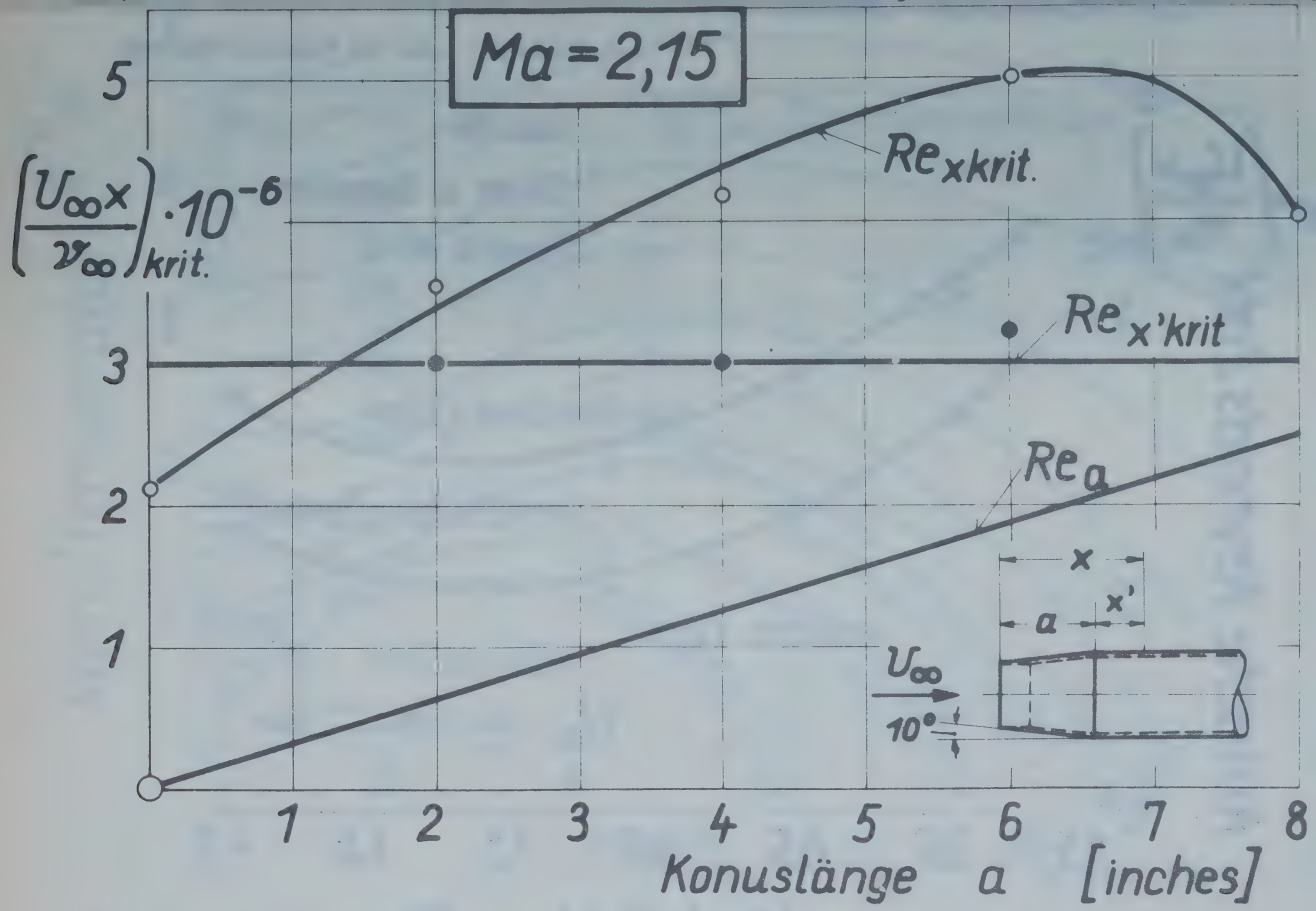


Einfluß der Mach Zahl und der Wandtemperatur auf die kritische Reynolds Zahl der längsangeströmten ebenen Platte, nach E.R. van Driest [31].

68.50



Gemessene kritische Reynolds Zahlen an einem Kegel in Abhängigkeit von der Machschen Zahl, nach R.F. Probstein und C.C. Lin [32].



Gemessene kritische Reynolds Zahlen an einem Hohlzylinder mit konischer Nase, nach A.H. Lange und R.E. Lee [36].

68.52

AVIONS

Louis Breguet

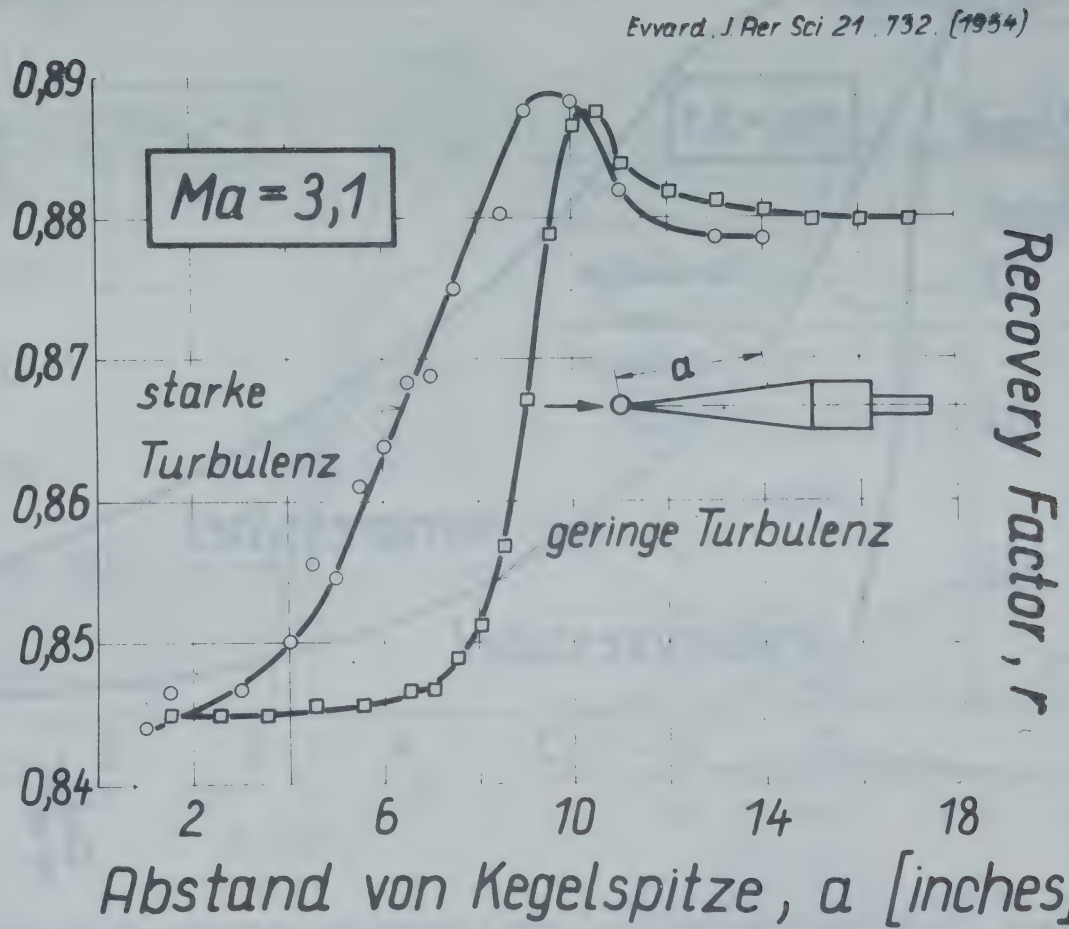
TRANSPORTS CIVILS ET MILITAIRES

//

LUTTE

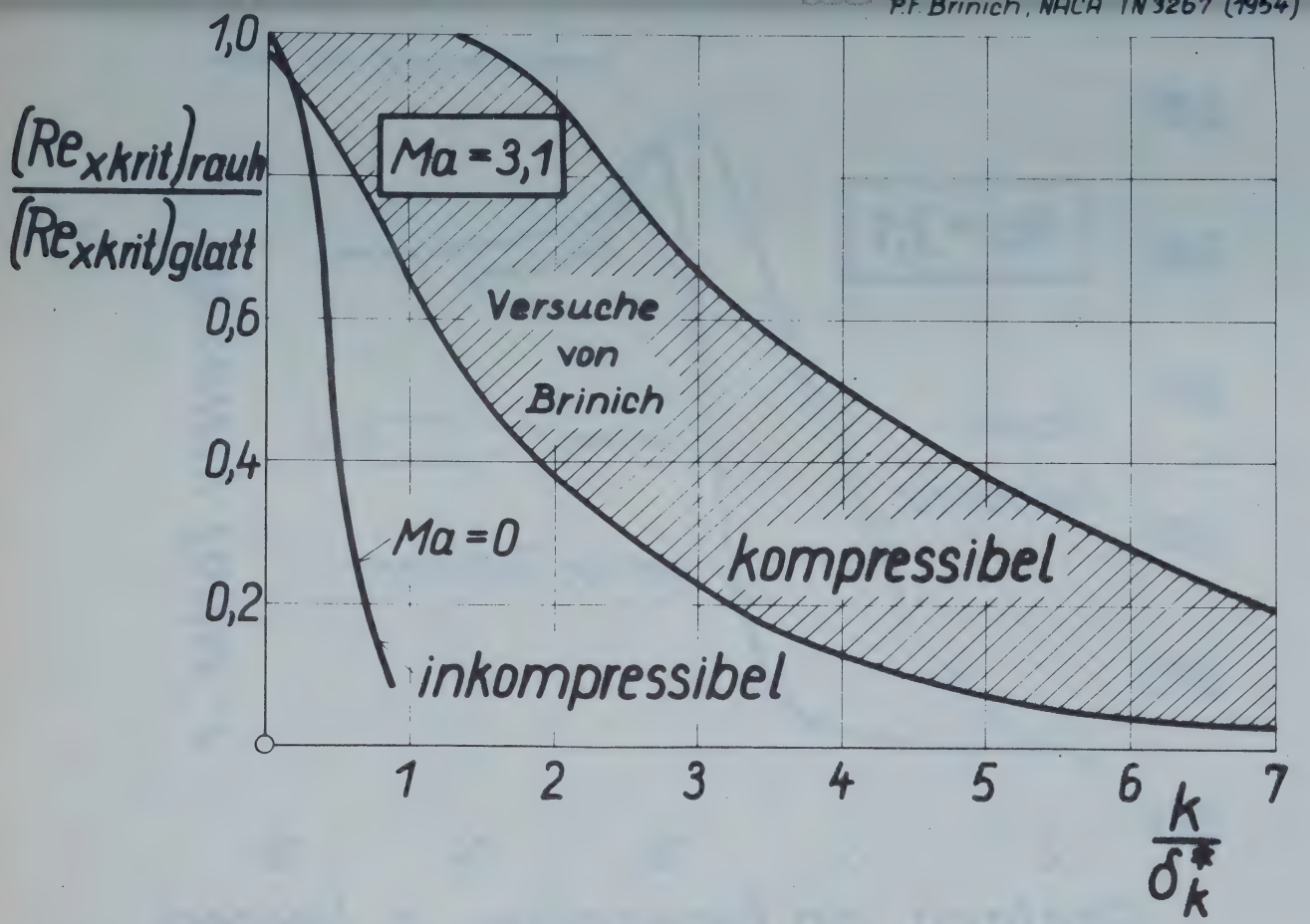
ANTI-SOUS-MARINE

APPUI TACTIQUE



68.53

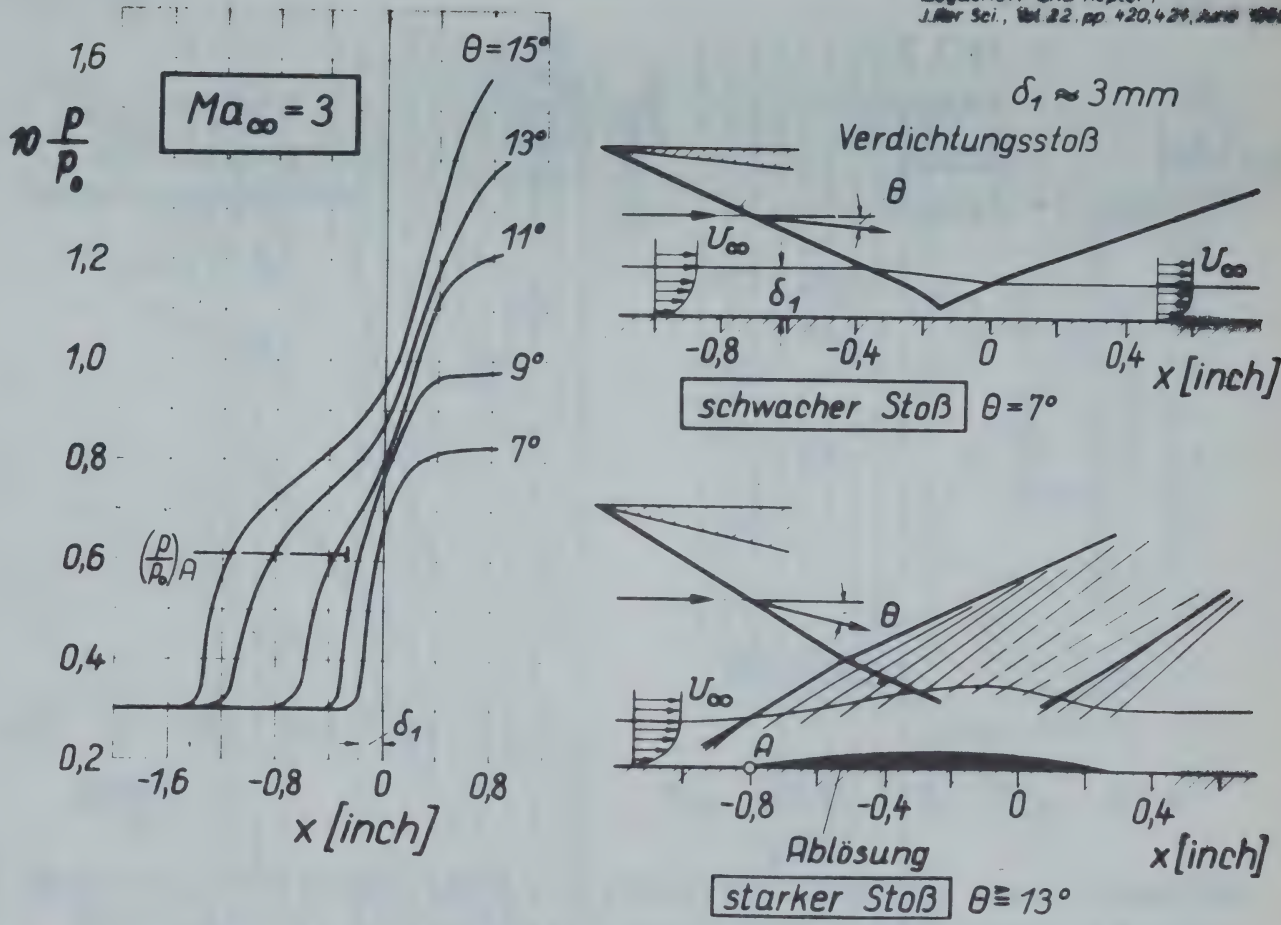
Messungen des Recovery Factors an einem Kegel zur Bestimmung des Umschlagpunktes, nach J.C. Evvard und M. Tucker [33].



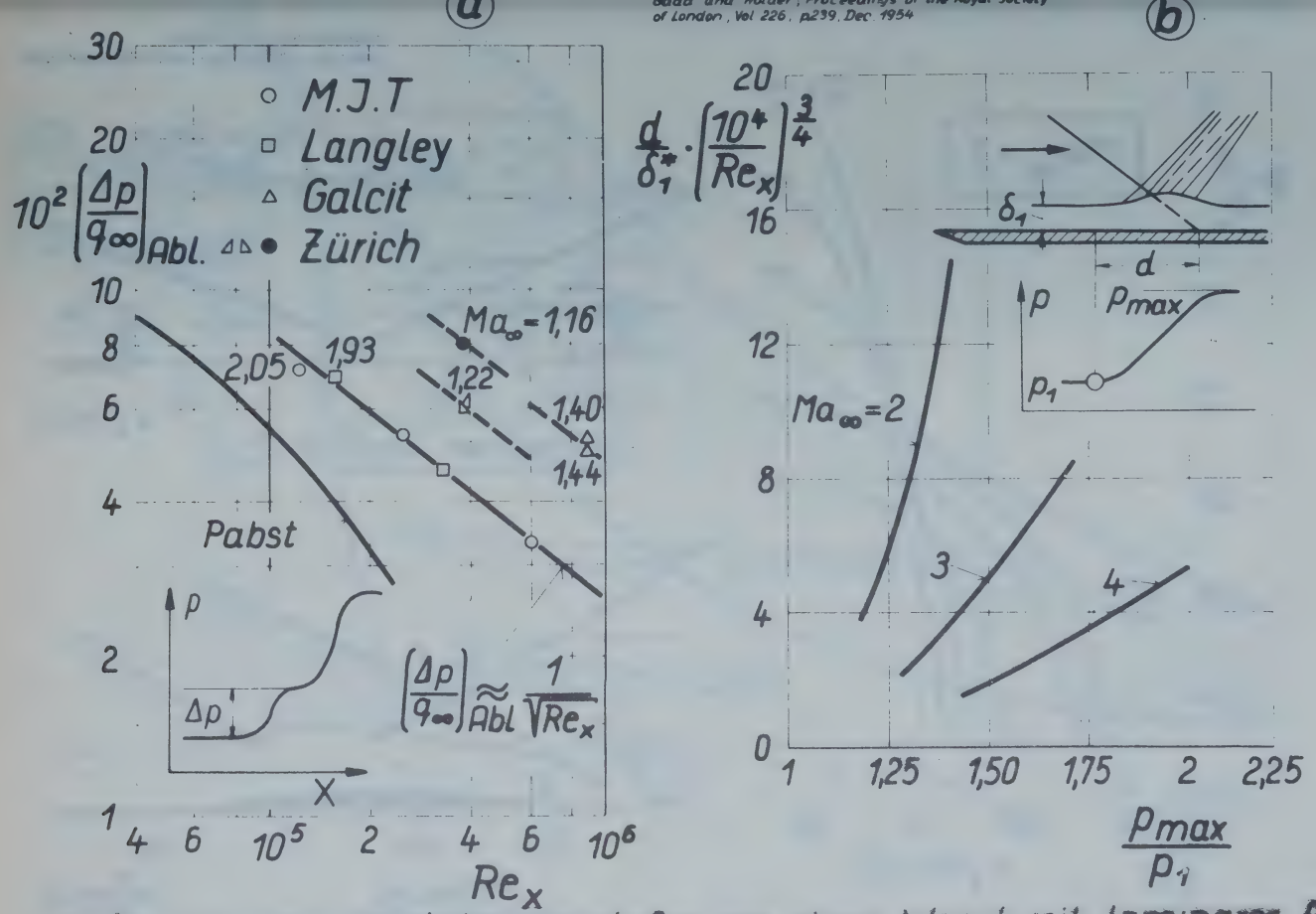
Einfluß von Einzelrauhigkeiten auf den Umschlag laminar-turbulent bei kompressibler Strömung, nach P.F. Brinich [37].

68.54

Bogdonerf und Kepler,
J. Aer. Sci., Vol. 22, pp. 420, 424, June 1955



Reflexion eines Verdichtungsstoßes an einer Wand mit turbulenter Grenzschicht, nach S.M. Bogdonoff und C.E. Kepler [46].



Reflexion eines Verdichtungsstoßes an einer Wand mit laminarer Grenzschicht nach R.H. Lange [48] und G.E. Gadd, D.W. Holder, und J.D. Regan [44].

a) Grenzschichtablösung; b) Stromaufwärtswirkung des Stoßes.

68.56

TRACE DES TUYERES SYMETRIQUES A PARTIR DE LA DISTRIBUTION DES VITESSES SUR L'AXE

Stanislas SCHNEIDER *

L'auteur expose une méthode de calcul du potentiel des vitesses, d'un écoulement compressible sans discontinuité, présentant une symétrie plane ou de révolution. Si l'on développe ce potentiel en série entière de la coordonnée normale à l'axe, les coefficients de la série s'expriment en fonction du nombre de Mach et des différentes dérivées de la vitesse sur l'axe. Il en est de même pour la fonction de courant qui définit les trajectoires de l'écoulement, donc les parois de la tuyère. La convergence des séries obtenues doit être vérifiée, dans chaque cas particulier, par un calcul numérique. Quelques conseils pour le choix de la distribution des vitesses sur l'axe, terminent l'exposé.

INTRODUCTION.

Le tracé des tuyères supersoniques s'est fait pendant longtemps par la méthode des caractéristiques. Toutefois, ce procédé n'est pas applicable à la partie subsonique de la tuyère, où les caractéristiques sont imaginaires. Pour combler cette lacune, FRIEDRICHS [1,2] et NILSON [3,4] ont proposé une méthode analytique, utilisant comme coordonnées curvilignes, le potentiel des vitesses Φ et la fonction de courant Ψ Le point de départ est la distribution des vitesses sur l'axe; les résultats, à savoir, les coordonnées de la paroi, la grandeur et direction de la vitesse, se présentent sous la forme de séries de la variable Ψ Malheureusement, on ne connaît jusqu'à présent que les trois premiers termes de ces séries, et l'établissement des formules pour les termes suivants s'avère laborieux.

L'objet du présent mémoire est d'exposer une autre méthode analytique, en coordonnées rectilignes, conduisant à des formules générales qui fournissent autant de termes que l'on désire. Elle constitue, en fait, une généralisation de la méthode de MEYER [5] qui fut souvent employée dans l'étude de l'écoulement au col [p.ex. 6]

*) - O.N.E.R.A. - CHATILLON-sous-BAGNEUX (France)

1/ - ECOULEMENT ISENTROPIQUE D'UN FLUIDE PARFAIT.

Le champ des vitesses (u, v) d'un écoulement permanent, irrotationnel, admettant une symétrie de révolution autour de l'axe Ox, vérifie l'équation aux dérivées partielles du premier ordre :

$$u^2\frac{\partial u}{\partial x}+2uv\left[\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial v}{\partial x}\right]+v^2\frac{\partial v}{\partial y}=a^2\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{v}{y}\right) \qquad \ldots.(1)$$

dans laquelle a désigne la célérité du son au point (x, y) considéré. Cette dernière est liée à la vitesse du fluide par la relation

$$a^2+\frac{\gamma-1}{2}(u^2+v^2)=a_o^2=\gamma R T_o \qquad \ldots.(2)$$

a_o étant la célérité du son dans le fluide au repos.

Etant donné que l'équation de l'écoulement plan ne diffère de (1) que par l'absence du terme v/y au second membre, on peut traiter les deux cas simultanément, c'est-à-dire, à l'aide d'une seule équation :

$$u^2\frac{\partial u}{\partial x}+2uv\left[\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\partial v}{\partial x}\right]+v^2\frac{\partial v}{\partial y}=\left[a_o^2-\frac{\gamma-1}{2}(u^2+v^2)\right]\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\underline{\frac{v}{y}}\right) \qquad \ldots.(3)$$

dans laquelle on convient de supprimer les termes soulignés chaque fois qu'il s'agit d'un écoulement plan.

2/ - POTENTIEL DES VITESSES.

Admettons pour le potentiel $\Phi(x, y)$ un développement formel en série entière de l'ordonnée y, normale à l'axe. Par suite de la symétrie, cette série ne contiendra que des puissances paires de y :

$$\Phi(x,y)=\varphi_o(x)+y^2\varphi_1(x)+y^4\varphi_2(x)+\ldots.=\sum_{i=0}^{\infty}y^{2i}\varphi_i \qquad \ldots.(4)$$

afin que les deux composantes de la vitesse, u et v, soient respectivement, paire et impaire en y:

$$u(x,y)=\frac{\partial\Phi}{\partial x}=\varphi_o'+\sum_{i=1}^{\infty}y^{2i}\varphi_i' \qquad v(x,y)=\frac{\partial\Phi}{\partial y}=\sum_{i=1}^{\infty}2i\,y^{2i-1}\varphi_i \qquad \ldots.(5)$$

Le problème consiste à déterminer les fonctions $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ ...etc..., connaissant la répartition des vitesses sur l'axe.

$$\bar{u}(x)=u(x,0)=\varphi_o'$$

et la température du fluide au repos, T_o, donc a_o.

Il peut être résolu, en introduisant les expressions (5) dans l'équation (3) et en identifiant les termes de même puissance en y, ou bien, ce qui revient au même, en dérivant l'équation (3) $2n$ fois par rapport à y, et en faisant tendre ensuite y vers 0. On trouve ainsi une équation générale, exprimant φ_{n+1} en fonction de $\varphi_1, \varphi_2 \ldots \varphi_n$ et des deux premières dérivées de $\varphi_o \ldots . \varphi_n$.

$$\sum_{i=1}^{n}\Big\{\Big[\varphi''_{n-i}\sum_{j=0}^{i}\varphi'_j\varphi'_{i-j}+4(2n-2i+2)\varphi'_{n-i+1}\sum_{j=0}^{i-1}(i-j)\varphi'_j\varphi_{i-j}+$$

$$+4(2n-2i+1)(2n-2i+2)\varphi_{n-i+1}\sum_{j=0}^{i-1}(j+1)(i-j)\varphi_{j+1}\varphi_{i-j}\Big]+$$

$$+\frac{\gamma-1}{2}\Big[\varphi''_{n-i}+(2n-2i+1\pm1)(2n-2i+2)\varphi_{n-i+1}\Big]\times \qquad \ldots.(6)$$

$$\times\Big[\sum_{j=0}^{i}\varphi'_j\varphi'_{i-j}+4\sum_{j=0}^{i-1}(j+1)(i-j)\varphi_{j+1}\varphi_{i-j}\Big]\Big\}-$$

$$-\Big[a_0^2-\frac{\gamma-1}{2}(\varphi'_0)^2\Big]\varphi''_n-(2n+1\pm1)(2n+2)\Big[a_0^2-\frac{\gamma-1}{2}(\varphi'_0)^2\Big]\varphi_{n+1}=0$$

En posant successivement $n=0,1,2$ ...etc.., on trouve les expressions de φ_1, φ_2, φ_3 .... en fonction de φ'_0, φ''_0 ... c'est-à-dire de $\bar{u}$, $\bar{u}'$, $\bar{u}''$ ... etc... ce qui résoud le problème.

Si l'on désigne par $\bar{M}$, la valeur du nombre de Mach sur l'axe de symétrie

$$\bar{M}=\frac{\bar{u}}{\bar{a}}=\frac{\bar{u}}{\sqrt{a_0^2-\frac{\gamma-1}{2}\bar{u}^2}}$$

la solution générale φ_i peut être mise sous la forme :

$$\varphi_i=\bar{u}\,S\Big[\lambda_{\ell_1\ell_2\ldots\ell_{2i-1}}\prod_{k=1}^{2i-1}\Big(\frac{\bar{u}}{\bar{u}}^{(k)}\Big)^{\ell_k}\Big] \qquad \ldots.(7)$$

Dans cette expression :

- la somme S comprend tous les ensembles de nombres entiers ℓ_k tels que

$$\sum_{k=1}^{2i-1}k.\ell_k=2i-1 \qquad 0\le\ell_k\le 2i-1$$

- les coefficients λ sont des polynomes en $\bar{M}^2$

$$\lambda=\sum_{m=0}^{p-1}\alpha_m(\bar{M}^2)^m$$

de degré $p-1=i-1+\sum\ell_k$

et dont les coefficients α ne dépendent que du rapport des chaleurs spécifiques γ

Ainsi p. ex., pour l'écoulement plan :

$$\varphi_1 = \bar{u}\left[\lambda_1 \frac{\bar{u}'}{\bar{u}}\right] \qquad \lambda_1 = \frac{1}{2!}(\bar{M}^2-1)$$

$$\varphi_2 = \bar{u}\left[\lambda_{001}\frac{\bar{u}'''}{\bar{u}} + \lambda_{110}\frac{\bar{u}'}{\bar{u}}\frac{\bar{u}''}{\bar{u}} + \lambda_{300}\left(\frac{\bar{u}'}{\bar{u}}\right)^3\right]$$

$$\lambda_{001} = \frac{1}{4!}(\bar{M}^2-1)^2$$

$$\lambda_{110} = \frac{1}{3!}\bar{M}^2(\bar{M}^2-1)(\gamma\bar{M}^2+1)$$

$$\lambda_{300} = \frac{1}{4!}\bar{M}^2\left[\gamma(3\gamma-1)\bar{M}^6 + (2\gamma-1)(3-\gamma)\bar{M}^4 + 4(2-\gamma)\bar{M}^2 - 4\right]$$

$$\varphi_3 = \bar{u}\left[\lambda_{00001}\frac{\bar{u}''''}{\bar{u}} + \lambda_{10010}\frac{\bar{u}'}{\bar{u}}\frac{\bar{u}'''}{\bar{u}} + \lambda_{01100}\frac{\bar{u}''}{\bar{u}}\frac{\bar{u}'''}{\bar{u}} + \right.$$

$$\left. + \lambda_{20100}\left(\frac{\bar{u}'}{\bar{u}}\right)^2\frac{\bar{u}'''}{\bar{u}} + \lambda_{12000}\frac{\bar{u}'}{\bar{u}}\left(\frac{\bar{u}''}{\bar{u}}\right)^2 + \lambda_{31000}\left(\frac{\bar{u}'}{\bar{u}}\right)^3\frac{\bar{u}''}{\bar{u}} + \lambda_{50000}\left(\frac{\bar{u}'}{\bar{u}}\right)^5\right]$$

etc....

La dérivée de φ_i, qui intervient dans le développement de la composante axiale u, (formule 5), peut être mise sous la même forme que (7) :

$$\varphi_i' = \bar{u}\, S\left[\mu_{\ell_1\ell_2\ldots\ell_{2i}} \prod_{k=1}^{2i}\left(\frac{\bar{u}^{(k)}}{\bar{u}}\right)^{\ell_k}\right] \qquad \ldots\ldots(8)$$

$$\sum_{k=1}^{2i} k.\ell_k = 2i \qquad \mu = \sum_{m=0}^{p-1}\beta_m(\bar{M}^2)^m \qquad 0 \le \ell_k \le 2i \qquad p = i + \Sigma\ell_k$$

L'intérêt des formules (7) et (8) réside surtout dans la possibilité d'établissement des tables numériques donnant λ et μ pour différentes valeurs de $\bar{M}$ et une valeur moyenne de γ (1,4 p.ex.), tables pouvant servir au calcul de n'importe quelle tuyère établie suivant cette méthode.

3/ - FONCTION DE COURANT.

Le champ des vitesses étant connu par les résultats du § précédent, définissons une fonction de courant $\Psi(x,y)$ par l'équation aux dérivées partielles :

$$u\frac{\partial\Psi}{\partial x} + v\frac{\partial\Psi}{\partial y} = 0 \qquad \ldots\ldots(9)$$

Celle-ci peut être intégrée en introduisant un développement formel :

$$\Psi(x,y) = y.\psi_0(x) + y^3\psi_1(x) + y^5\psi_2(x) + \ldots = \sum_{i=0}^{\infty} y^{2i+1}\psi_i \qquad \ldots\ldots(10)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x} = \sum_{i=0}^{\infty} y^{2i+1}\psi_i' \qquad \frac{\partial\Psi}{\partial y} = \sum_{i=0}^{\infty}(2i+1)y^{2i}\psi_i \qquad \ldots\ldots(11)$$

.../...

En prenant la dérivée d'ordre $(2n+1)$ de l'équation (9) par rapport à y et en faisant ensuite tendre y vers 0 , on trouve l'équation générale :

$$\sum_{i=0}^{n} \left[\varphi_i' \psi_{n-i}' + 2(i+1)(2n-2i+1) \varphi_{i+1} \psi_{n-i} \right] = 0 \qquad \ldots.(12)$$

Cette équation, différentielle du premier ordre en ψ_n , linéaire mais à coefficients variables, s'intègre quand on connait $\psi_0, \psi_1 \cdots \psi_{n-1}$ et $\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_{n+1}$, de même que les dérivées premières de $\varphi_0, \varphi_1 \ldots \varphi_n$.

Sa solution générale est de la même forme que (7) et (8) :

$$\psi_i = \psi_0 S\left[\nu_{l_1 l_2 \ldots l_{2i}} \prod_{k=1}^{2i} \left(\frac{\bar{u}^{(k)}}{\bar{u}} \right)^{l_k} \right]$$

$$\sum_{k=1}^{2i} k.l_k = 2i \qquad 0 \le l_k \le 2i \qquad \ldots.(13)$$

$$\nu = \sum_{m=0}^{p} \gamma_m (\bar{M}^2)^m \qquad p = i + \Sigma l_k$$

La fonction $\psi_0(x)$ ne peut être déterminée qu'à un facteur constant près. On obtient, en accord avec le raisonnement unidimensionnel :

- pour une tuyère plane :

$$\psi_0 = \bar{u} \left(a_0^2 - \frac{\gamma-1}{2} \bar{u}^2 \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = A \bar{u} \bar{\rho}$$

- pour une tuyère de révolution :

$$\psi_0 = \bar{u}^{\frac{1}{2}} \left(a_0^2 - \frac{\gamma-1}{2} \right)^{\frac{1}{2(\gamma-1)}} = B \sqrt{\bar{u}} \bar{\rho}$$

La connaissance de $\psi_0 \ldots \psi_n$, permet de déterminer les trajectoires $\Psi = C^{te}$, en résolvant pour chaque valeur de x , l'équation (10), algébrique en y et de degré $(2n+1)$. L'ordonnée y une fois connue, la pente θ en ce point est déterminée par la formule :

$$tg\,\theta = \frac{v(x,y)}{u(x,y)}$$

et le rayon de courbure R , par :

$$\frac{1}{R} = \frac{uv\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x}\right) + (u^2 - v^2)\left[\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y}\right]}{(u^2+v^2)^{3/2}}$$

.../...

- CONVERGENCE.

Dans les paragraphes précédents, nous avons opéré sur les différentes séries de y , sans nous préoccuper de leur convergence. Or, étant donnée la complexité des expressions de φ_i , φ_i' et ψ_i , le problème mathématique de la recherche du rayon de convergence des séries exprimant v, u et Ψ , nous parait pour le moment, insoluble. Le sens physique du phénomène laisse bien prévoir la convergence de ces séries pour de faibles distances à l'axe, puisque l'écoulement doit y être très voisin de l'unidimensionnel quand $\bar{u}(x)$ est une fonction analytique. Par contre, ce que l'on sait des écoulements compressibles et incompressibles, fait craindre la présence de singularités du potentiel $\Phi(x,y)$ à une certaine distance de l'axe.

Dans l'état actuel de la question, le meilleur moyen de vérification de la convergence nous parait être de nature expérimentale. En effectuant le calcul numérique avec un nombre croissant de termes, le tracé des courbes $u(y), v(y), \Psi(y)$ correspondantes, indique en général sans ambiguité, le nombre de termes à retenir pour chaque point du plan (x,y) .

Nous l'avons fait dans plusieurs cas, dont un particulièrement simple, celui de l'écoulement plan incompressible, avec une loi de variation des vitesses sur l'axe :

$$\bar{u} = a + b \, th \, 2\pi z$$

L'écoulement est alors défini par un potentiel complexe :

$$F(z) = \Phi + i\Psi = az + \frac{b}{2\pi} Log \, ch \, 2\pi z \qquad z = x + iy$$

qui admet une série de singularités (sources de débit b) situées sur l'axe Oy aux points $y = \mp 1/4$, $y = \mp 3/4$ ... etc....

Sur cet axe :

$$u = a \; ; \; v = -b \, tg \, 2\pi y \; ; \; \Psi = ay$$

La figure 1 montre l'erreur que l'on commet en limitant le développement en série :

$$tg \, 2\pi y = 2\pi y + \frac{1}{3}(2\pi y)^3 + \frac{2}{15}(2\pi y)^5 + \frac{17}{315}(2\pi y)^7 + \ldots .$$

successivement, à un, deux, trois, ou quatre termes. La courbe en escalier représente le nombre de termes qu'il faut garder pour que l'erreur sur v ne dépasse pas 1%. Elle prouve qu'il est possible de représenter très correctement l'écoulement avec un nombre de termes relativement réduit, à condition de ne pas s'approcher de trop près de la singularité du potentiel des vitesses.

5/ - CHOIX DE LA DISTRIBUTION DES VITESSES SUR L'AXE.

En principe, n'importe quelle fonction analytique convient pour $\bar{u}(x)$. Son choix est cependant guidé par les considérations suivantes :

1/ - $\bar{u}(x)$ doit être monotone, tout au moins dans l'intervalle des x utilisés, c'est-à-dire depuis l'entrée subsonique jusqu'au losange de mesure.

2/ - A l'intérieur du losange de mesure, $\bar{u}$ doit varier suffisamment peu pour que $\bar{M}$ puisse y être considéré comme pratiquement constant. On y parvient en choisissant une fonction dont les m premières dérivées s'annulent au milieu du losange. Rappelons à ce sujet la formule :

$$\frac{\delta M}{M} = \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right) \frac{\delta u}{u}$$

qui montre, qu'à égalité d'écart relatif toléré sur M , la tolérance sur u est d'autant plus serrée que M est plus élevé (fig. 2)

3/ - La présence dans les développements à n termes, des dérivées de $\bar{u}$ jusqu'à l'ordre $2n$, conduit à préférer, p rmi toutes les fonctions satisfaisant aux deux conditions précédentes, celles dont les dérivées sont les plus simples.

Ainsi, la fonction

$$\bar{u}(x) = a - b(1 - \cos x)^k$$

représentée par la figure 3, peut être développée en série trigonométrique

$$\bar{u}(x) = a_0 + a_1 \cos x + \ldots\ldots + a_k \cos kx$$

dont toutes les dérivées s'expriment en fonctions trigonométriques de mêmes arguments.

Au milieu du losange de mesure $(x=0)$ toutes ses dérivées s'annulent jusqu'à

$\bar{u}^{(2k-1)}$ et $\bar{u}^{(2k)}(0) = -b\,\frac{(2k)!}{2^k}$

On en déduit les premiers termes du profil des vitesses dans cette section

$$\left(\frac{u}{\bar{u}}\right)_{x=0} = 1 + \frac{y^{2k}}{(2k)!}\left(\bar{M}^2-1\right)^k \frac{\bar{u}^{(2k)}}{\bar{u}} + \ldots\ldots = 1 - \frac{b}{a}\left[\frac{y^2}{2}\left(\bar{M}^2-1\right)\right]^k + \ldots\ldots$$

ce qui permet d'apprécier le dégré d'uniformité atteint dans le losange de mesure.

Une autre fonction, utilisable pour $\bar{u}(x)$ est représentée par la figure 4. C'est

$$\bar{u}(x) = a + b\,e^{-x^{2k}}$$

dont la première dérivée non nulle à l'origine, a pour valeur :

$$\bar{u}^{(2k)}(0) = -b\,(2k)!$$

Elle présente l'avantage de définir la partie subsonique de la tuyère jusqu'à l'infini amont. Par contre, les expressions de ses dérivées successives sont un peu plus complexes que dans l'exemple précédent.

CONCLUSIONS.

La méthode exposée permet le tracé de la totalité de la tuyère, y compris son entrée subsonique, le losange de mesure et, éventuellement, la région de recompression jusqu'au second col.

En adoptant pour la distribution des vitesses sur l'axe, une fonction analytique, on assure la continuité du contour jusqu'aux dérivées d'ordre très élevé. La précision du tracé ne dépend que du nombre de termes retenus dans les séries utilisées.

Le nombre de termes est évidemment limité par le volume de travail numérique. Toutefois, une partie de ce travail peut être effectuée à l'avance, sous la forme de tables des coefficients λ, μ, ν en fonction de $\bar{M}$. Le calcul particulier à chaque tuyère est alors réduit au minimum et peut être confié facilement aux machines à calcul électroniques.

Enfin, la même méthode fournit les éléments nécessaires au calcul de la couche limite à la paroi. La correction du contour correspondante peut donc être faite par les méthodes habituelles.

- BIBLIOGRAPHIE -

1/ - FRIEDRICHS K.O - Theoretical Studies on the Flow - Trough Nozzles and Related Problems - Applied Mathematic Group - New York University N° 43 April 1944.

2/ - FRIEDRICHS K.O - On supersonic Compressors and Nozzles - Applied Mathematic Group - New York University N° 77 - October 1944.

3/ - NILSON E. - Design of an Inlet for a Two - Dimensional Supersonic Nozzle - United Aircraft Corporation, Research Department Rep. N° 13 - December 1947

4/ - NILSON E. - Analytical Correctionof a Two - Dimensional Nozzle for Uniform Exhaust Flow - United Aircraft Corporation, Research Department Rep. N° 15 - January 1948.

5/ - MEYER Th. Dissertation Göttingen 1908 - Forschungsheft VDI 62

6/ - LIGHTHILL M.J. - The hodograph transformation in trans-sonic flow - Proceedings of the Royal Society A 191 pp. 323 - 369 - November 1947.

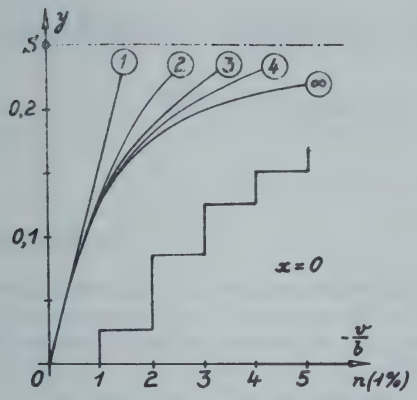


Fig. 1

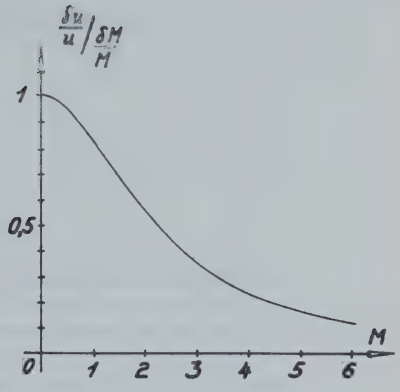


Fig. 2

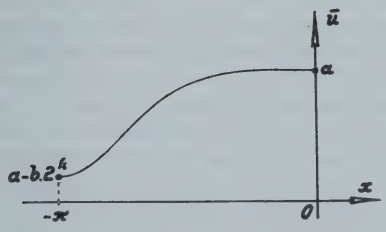


Fig. 3

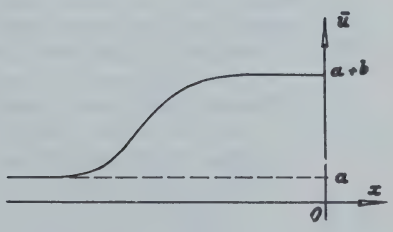


Fig. 4

Der Projektvergleich von Tragflügeln hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften und ihres aerodynamischen Verhaltens.

Gerhard Schulz *)

Zusammenfassung:

Beim Projektvergleich verschiedener Tragflügelformen muss man das Zusammenwirken aerodynamischer, statischer und konstruktiver Belange beachten. Zu diesem Zweck wird nach einem einheitlichen Konstruktionsprinzip eine vereinfachte Festigkeits- und Gewichtsberechnung für Tragflügel abgeleitet. Mit ihrer Hilfe werden einige allgemeine Erkenntnisse für Projektzwecke gewonnen. Die Begriffe "Beste Blechdickenverteilung" und "Beste Pfeilung" werden erläutert. Die durch statische Massnahmen möglichen Reichweitengewinne sowie das aerodynamische Verhalten von Tragflügeln gleichen Gewichts werden diskutiert.

1. Einleitung:

Bis vor zehn oder fünfzehn Jahren war die Auswahl des Tragflügelumrisses bei Flugzeugprojekten eine ziemlich einfache und oft gefühlsmässig gehandhabte Sache. Man wählte einen Ellipsenumriss oder ein ellipsenähnliches Trapez oder Doppeltrapez, aus Gründen einfacher Feetigung aber auch manchmal einen Rechteckumriss. Ausser der Flügelgrösse wurden lediglich die Streckung und die relative Profildicke mehr oder weniger nach Gutdünken in Betracht gezogen. Mit der Annäherung der Höchstgeschwindigkeiten an die Schallgeschwindigkeit wurde es dringend erforderlich, den Widerstand zu verringern und die Wahl der Flügelform sorgfältiger zu überlegen. Seit dieser Zeit ist als weiterer Formparameter zunächst die Pfeilung hinzugekommen. Etwas später wurden die Vorzüge des Deltaflügels bekannt und seitdem ist auch die Zuspitzung als eine wesentliche Formgrösse anzusehen.
Die Forderungen der Statik und der Aerodynamik bezüglich

---

*) Dipl.-Ing., Dr.rer.nat., DVL, Aachen.

dieser Parameter sind z.T. ausgesprochen entgegengesetzt. Dies gilt besonders für die Profildicke, aber auch für die Pfeilung und die Streckung. Die Flügelauswahl muss zwischen diesen Widersprüchen einen sinnvollen Kompromiss herstellen.

Nun ist es praktisch unmöglich, bei der Projektierung alle in Frage kommenden Formen exakt auf Festigkeit zu berechnen, schon deshalb, weil die konstruktiven Einzelheiten dann noch gar nicht feststehen. Andererseits ist es im Projektstadium nicht notwendig, die Einzelheiten der statischen Rechnung alle zu kennen. Es ist daher nützlich, für Projektzwecke eine vereinfachte Festigkeitsbetrachtung anzustellen, die es ermöglicht, die Flügel mittels eines einheitlichen Konstruktionsprinzips zu vergleichen. Dabei muss vor allem die Tendenz der Eigenschaften bei Aenderung der Formen richtig wiedergegeben werden, da sonst das Auffinden von Optimalformen nicht möglich ist.

2. Das Konstruktionsprinzip (Fig.1):

Als Konstruktionsprinzip sei die "Kasten"-Bauweise gewählt. Sie sei in folgender Weise idealisiert: Es werden nur reine Trapezflügel, jedoch mit beliebiger Zuspitzung, Pfeilung, Streckung und Dicke betrachtet. Der tragende Kasten erstrekke sich an jedem Flügelschnitt von 10% bis 70% der örtlichen Tiefe. (Diese Zahlen könnten natürlich auch etwas anders gewählt werden). Während für die Aerodynamik (Ueberschall) die Pfeilung γ_v der Flügelvorderkante wichtig ist, muss man für die Statik die Pfeilung der Kastenachse, nach Fig.1 in 40% der Tiefe, die wir γ_m nennen, als massgebend ansehen. Als effektive Kastenbreite können wir in guter Näherung die senkrecht zur Kastenachse gemessene Quererstreckung $0{,}6\, l_y \cdot \sin\gamma_m$ ansehen. Der Querschnitt des Kastens wird als hohles Rechteck geringer Wandstärke angesehen, obgleich die Ober- und die Unterseite ein wenig gewölbt sind. Dies hat auf das Trägheitsmoment einen sehr kleinen Einfluss und spielt innerhalb eines Projektvergleichs überhaupt keine Rolle. Die Wanddicke des Kastens sei an jedem Flügelschnitt längs des Umfangs konstant, aber längs der Spannweite in beliebiger Weise veränderlich (t_y). - Die Pfeilung der Kastenachse hängt mit der Vorderkantenpfeilung so zusammen:

$$ctg\,\gamma_m = ctg\,\gamma_v - \frac{1-\lambda}{1+\lambda} \cdot \frac{1{,}6}{\Lambda} \qquad (1)$$

Das Trägheitsmoment des Trägers wird bei der oben vorausgesetzten Geometrie (mit $\eta = 2y/b$):

$$J_\eta = 0{,}3\, \delta^2 \sin\gamma_m \cdot l_i^3 [1-\eta(1-\lambda)]^3 \cdot t_\eta \qquad (2)$$

Daraus folgt das Widerstandsmoment:

$$W_\eta = 0{,}6\, \delta \sin\gamma_m \cdot l_i^2 [1-\eta(1-\lambda)]^2 \cdot t_\eta \qquad (3)$$

Für Torsionsbeanspruchung wird:

$$\mathcal{J}_{t\eta} = \frac{1{,}2\,\delta^2 \sin\gamma_m}{1+\frac{\delta}{0{,}6\sin\gamma_m}} \cdot l_i^3 [1-\eta(1-\lambda)]^3 \cdot t_\eta \qquad (4)$$

$$W_{t\eta} = 2 \cdot W_\eta \quad (s.o.) \qquad (5)$$

Die Wanddicke der Kastenseitenwände ist hierbei wegen der Torsion gleich derjenigen der Ober- und der Unterseite gewählt worden.

3. Biegung und Torsion des Tragflügels:

3.1. Biegung:

Das Biegemoment des Tragflügels hängt von der Auftriebsverteilung (A.V.) ab. Bei kleineren Streckungen nähert sich die A.V. der elliptischen. Die A.V. des Deltaflügels und ähnlicher Formen ist auch im Ueberschall exakt bzw. fast elliptisch. Wie sich leicht nachprüfen lässt, ist der Einfluss der A.V. auf die Festigkeit viel geringer als der direkte Einfluss der Flügelgeometrie (Trägheitsmoment). Es wird deshalb im Folgenden nur elliptische und konstante (rechteckige) A.V. verwendet, letztere im Hinblick auf die bei Pfeilflügeln vorkommende Auftriebsverminderung in der Flügelmitte. Bei elliptischer A.V. ist das Biegemoment:

$$M = M_i \left[\sqrt{1-\eta^2}\left(1+\frac{\eta^2}{2}\right) - \frac{3}{2}\eta \cdot \arccos\eta\right] \qquad (6)$$

$$\text{mit } M_i = \frac{(G-G_{Tr})\cdot b}{3\pi \sin\gamma_m} \quad ; \qquad (7)$$

(G = Fluggewicht, G_{Tr} = Tragwerksgewicht)

Das letztere bedeutet das "Einspannmoment" bei $\eta = 0$.

Bei konstanter A.V. ist:

$$M = M_i (1-\eta)^2 \qquad (8)$$

$$\text{mit } M_i = \frac{(G-G_{Tr})\,b}{8 \sin\gamma_m} \qquad (9)$$

Es ist dabei vereinfachend angenommen worden, dass das Tragwerksgewicht G_{Tr} am Biegemoment keinen merklichen Anteil habe. Aus den obigen Gleichungen leitet man leicht eine Beziehung für die Spannungs- bzw. die Blechdickenverteilung in Spannweitenrichtung ab:

$$\frac{\sigma_\eta t_\eta}{\sigma_i t_i} = \frac{\sqrt{1-\eta^2}\left(1+\frac{\eta^2}{2}\right) - \frac{3}{2}\eta \arccos\eta}{[1-\eta(1-\lambda)]^2} \qquad (10) \text{ für ell. A.V.}$$

und $$\frac{\sigma_\eta t_\eta}{\sigma_i t_i} = \frac{(1-\eta)^2}{[1-\eta(1-\lambda)]^2} \qquad (11) \text{ f. konst. A.V.}$$

Um eine möglichst gute Ausnutzung des Materials zu bekommen, muss man die Blechdicke so einrichten, dass die Spannung in allen Querschnitten gleich ist. Dies führt zur Optimalbedingung für die Blechdicke:

$$\left(\frac{t_\eta}{t_i}\right)_{opt} = \frac{\sqrt{1-\eta^2}\left(1+\frac{\eta^2}{2}\right)-\frac{3}{2}\eta \arccos\eta}{[1-\eta(1-\lambda)]^2} \qquad (12)$$ für ell.A.V.

$$\left(\frac{t_\eta}{t_i}\right)_{opt} = \frac{(1-\eta)^2}{[1-\eta(1-\lambda)]^2} \qquad (13)$$ f.konst.A.V.

Diese Beziehungen sind in Fig.2 aufgetragen. Die Blechdicke fällt, ausser bei $\lambda=0$, immer ziemlich schnell zur Flügelspitze hin ab. Bei $\lambda=1$ ist die A.V. offenbar von sehr geringem Einfluss auf die optimale Blechdickenverteilung. Es fällt auf, dass die relative Verteilung ausser von η nur von der Zuspitzung λ abhängt. Pfeilung, Streckung und Profildicke kommen nicht vor.

3.2. Torsion:

Ebenso wie für die Biegung werden die Beziehungen für die Torsion behandelt. Ist $a \cdot l_y$ der Abstand des Auftriebselements dA von der Kastenachse und denkt man sich zur Vereinfachung a konstant über die Spannweite, (was allerdings eine sehr grobe Näherung ist), so erhält man unter Verwendung von Formel 5 die Formeln für das Torsionsmoment und die Torsionsspannung. Letztere lautet:

$$\frac{\tau_\eta t_\eta}{\tau_i t_i} = \frac{\frac{\pi}{2}\arccos\eta - \sqrt{1-\eta^2}\left\{\frac{\eta}{2}+\frac{1-\lambda}{3}(1-\eta^2)\right\}}{\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1-\lambda}{3}\right)[1-\eta(1-\lambda)]^2}$$ für ell. A.V. (14)

$$\frac{\tau_\eta t_\eta}{\tau_i t_i} = \frac{1-\frac{2}{1+\lambda}\cdot\eta+\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\cdot\eta^2}{[1-\eta(1-\lambda)]^2}$$ f.konst. A.V. (15)

Diese Formeln sind leider nur von geringem Wert, weil die Grösse a sich längs der Spannweite stark ändert und sowohl von der Pfeilung wie von der Streckung in komplizierter Weise abhängt.

4. Das Tragwerksgewicht:

Nach den Angaben über das Konstruktionsprinzip und die Blechdicke kann man das Tragwerksgewicht berechnen *). Es wird nach Tabelle 1:

$$G_{Tr} = n \cdot \gamma_o \cdot V \qquad (16)$$

Nach längerer Rechnung ergibt sich das Tragwerksgewicht in der Form:

$$\frac{G_{Tr}}{G-G_{Tr}} = \frac{n\gamma_o b}{\sigma_z} \cdot \frac{1+\frac{\sigma}{a\delta\sin\gamma_m}}{\delta\cdot\sin^2\gamma_m} \cdot \frac{(1+\lambda)\cdot f(\lambda)}{k} \cdot \Lambda \qquad (17)$$

worin σ_z die zulässige Materialspannung, k eine Konstante und

$$f(\lambda) = \int_0^1 \frac{t_\eta}{t_i}\left[1-\eta(1-\lambda)\right]d\eta$$ ist. (S. Tab. 2) (18)

(k=3π für ell. A.V.; k=8 für konst. A.V.)

*) Das Tragwerksgewicht ist nicht mit dem ganzen Flügelgewicht identisch, sondern bedeutet nur das Gewicht der tragenden Konstruktion.

Mit dieser Formel sind die Tragwerksgewichte in Fig.2 in möglichst allgemeiner Uebersicht dargestellt. Am auffälligsten ist das starke Anwachsen des Gewichts mit der Streckung. Bei kleiner Streckung und kleiner Pfeilung ($\chi = 90^0$) ist der Einfluss der Pfeilung und der Zuspitzung uneinheitlich, bei $\Lambda \geq 2$ und grösserer Pfeilung steigt das Gewicht mit der Pfeilung und Zuspitzung ebenfalls stark an. Ueberhaupt variiert das Gewicht innerhalb der praktischen Grenzen der Formparameter ziemlich stark. Wie sich dies im Rahmen des ganzen Flugzeugs auf die Leistungen auswirkt, wird noch gezeigt werden. Fig.3 zeigt den Einfluss der Blechdicke auf G_{Tr} . Ueber der Zuspitzung ist das Verhältnis des Tragwerksgewichts bei konstanter Blechdicke zu dem bei optimaler Verteilung aufgetragen. Die Funktion hat die Form:

$$\frac{G_{Tr\ const}}{G_{Tr\ opt}} = \frac{1+\lambda}{2f(\lambda)} \qquad (19)$$

Man sieht, dass es bei kleinen λ-Werten auf eine gute Einhaltung der Optimalverteilung nicht ankommt. Mit konstanter Blechdicke erreicht man fast dieselben Gewichte. Bei grossen λ-Wwerten dagegen beträgt das Gewicht bei optimaler Verteilung nur etwa ein Drittel desjenigen bei konstanter Wandstärke. Diese Angaben beziehen sich auf die Biegung. Wie der Vergleich der Kurven für ell. und konst. A.V. zeigt, hat die A.V. auf die vorstehenden Aussagen kaum einen Einfluss. Sie gelten ganz allgemein. Bei der Torsionsbeanspruchung ist die Einhaltung der Optimalverteilung nicht von der gleichen Wichtigkeit, allerdings wegen der in Wirklichkeit sehr komplizierten Momentenverläufe auch schwerlich zu verwirklichen. Die für einen konstanten a-Wert sich ergebenden optimalen Blechdicken aus der Torsion sind in Fig.4 aufgetragen. In den meisten Fällen unterscheiden sie sich von den betr. Kurven für Biegung. (Fig.2).

Es fragt sich natürlich, welche Beanspruchung, Biegung oder Torsion, nun eigentlich die Wanddicken und damit das Tragwerksgewicht bestimmt. Zu diesem Zweck bilden wir das Verhältnis des "Torsionsgewichts" zu dem "Biegungsgewicht". Bei gleicher Blechdickenverteilung für beide Fälle ergibt sich:

$$\frac{G_{Tr\ (Torsion)}}{G_{Tr\ (Biegg.)}} = a \cdot \frac{\sigma_z}{\tau_z} \cdot \sin^2\gamma_m \cdot \frac{2}{\Lambda} \qquad (20) \quad \text{(für konst. A.V.)}$$

Aehnlich lautet die Beziehung auch für ell. A.V. Da nun σ_z/τ_z nur wenig grösser als 1 ist, $\sin^2\gamma_m$, a und $2/\Lambda$ aber immer kleiner als 1, ist das Torsionsgewicht, auch wenn a nicht konstant über η ist, in praktischen Fällen immer merklich kleiner als das Biegungsgewicht. Letzteres bestimmt also die Dimensionierung. Dies ist bei den folgenden Ausführungen berücksichtigt worden.

Bei Anwendung der Formel 17 ist noch zu beachten, dass sie nur das Gewicht der voll tragenden Teile enthält. Ein

Vergleich mit tatsächlich ausgeführten bzw. exakt berechneten Flügeln hat gezeigt, dass man wegen des Vorhandenseins mancher nur halb tragender Teile das tatsächliche Tragwerksgewicht etwa doppelt so hoch ansetzen muss wie die Optimalwerte nach Formel 17 und Fig.2. (Nicht optimaler, gestufter Blechdickenverlauf, Versteifungsrippen, Einleitungsstellen von Einzelkräften, Löcher und Durchführungen). Dies ist im Folgenden beachtet worden.

5. Beispiele für das Zusammenwirken von aerodynamischen und statischen Eigenschaften bei den Flugleistungen.

5.1. Optimalpfeilung (Fig.5 und 6):

Aus Fig.2 ging hervor, dass bei üblichen Streckungen die Pfeilung mit grossem Gewichtsaufwand verbunden ist. Daher ist die Frage berechtigt, mit welcher Pfeilung man bei gegebener Projektmachzahl die beste Wirkung erreicht. Fig.5 zeigt den Wellenwiderstandsbeiwert einer Serie von Pfeilflügeln konstanter Tiefe. [1] . $\gamma_v = 90^0$ bedeutet unserer Definition gemäss den ungepfeilten Rechteckflügel. Bei anderen Streckungen und anderem Dickenverhältnis sieht das Bild zwar quantitativ anders aber im Aufbau doch sehr ähnlich aus: Von einer gewissen Pfeilung ab gelingt es, den Wellenwiderstand entscheidend zu senken, ja praktisch verschwinden zu lassen. Der dazu notwendige Pfeilwinkel $(90^0 - \gamma_v)$ wird umso grösser, je grösser die Machzahl ist. Ein Optimum des Widerstandes über der Pfeilung zeigt sich aber in rein aerodynamischer Hinsicht nirgends. Vielmehr entsteht es erst durch die Mitwirkung des Tragwerksgewichts. In Fig.6 ist deswegen der Gesamtwiderstand einer Serie von Pfeilflügelflugzeugen über der Pfeilung aufgetragen. [1][3]. Es sind dieselben Flügel wie in Fig.5 verwendet worden. Konstant gehalten wurde das Gewicht $(G - G_{Tr}) = 6$ t für alle Machzahlen und Pfeilwinkel sowie für beide Streckungen. Die Flügelgrösse wurde, mit Rücksicht auf die Reichweite, der Machzahl angepasst nach dem Gesetz: $F \cdot Ma^2 = const \cdot (G - G_{Tr})$. Dann ergibt sich, dass es für jede Projektmachzahl eine optimale Pfeilung gibt, bei der der Schnellflugwiderstand ein Minimum ist. Dieses Minimum verschiebt sich erwartungsgemäss mit steigender Machzahl zu immer kleineren Winkeln γ_v und nähert sich dabei immer mehr dem Widerstand des Geradflüglers. Oberhalb der Machzahl 2 erreicht man durch Pfeilung kaum noch etwas. Bedenkt man ausserdem, dass sich bei stark gepfeilten Flügeln die Steuerungsorgane nicht so gut und wirksam anbringen lassen und dass mit steigender Pfeilung der erreichbare Höchstauftrieb für die Landung merklich zurückgeht, so wird man die für die hohen Machzahlen erforderlichen grossen Pfeilungen nur sehr ungern ausführen. In dieser Auffassung wird man durch die nun folgende Reichweitenbetrachtung noch bestärkt.

5.2. Die Reichweite:
Wählt man nach Fig.6 einen etwas grösseren Winkel γ_v als dem Widerstandsminimum entspricht, so steigt der Gesamtwiderstand zunächst nur sehr schwach an, das Tragwerksgewicht aber wird schnell kleiner. Ersetzt man nun das eingesparte Gewicht durch eine gleich schwere Kraftstoffmenge, so wächst die Reichweite erheblich an. In Fig.7a sind die so erhaltenen relativen Reichweitengewinne über der Verkleinerung des Pfeilwinkels, $\gamma_v - \gamma_{v\,opt}$, aufgetragen. Es kommen Gewinne bis zu 20% vor. Wegen des dann schliesslich stärker werdenden Widerstandsanstiegs sinken die Kurven später wieder ab. Man könnte als beste Pfeilung auch diejenige der besten Reichweite bezeichnen. Diese ist also immer kleiner als diejenige für den besten Schnellflug. Je nach Aufgabenstellung wird man die eine oder die andere bevorzugen. Ob man immer genügend Raum findet, um den zusätzlichen Kraftstoff unterzubringen, ist natürlich von Fall zu Fall zu untersuchen. Auf jeden Fall ergibt sich, dass etwa oberhalb der Machzahl 2 der Geradflügler dem Pfeilflügler wieder überlegen ist.

In Fig.7b ist der Reichweitengewinn infolge Anwendung optimaler Blechdicke über der Zuspitzung aufgetragen. Als Ausgangsbasis sind die in Fig.6 gezeigten Flugzeuge verwendet worden. Wie in Fig.7a liegt der Gedanke zugrunde, das eingesparte Tragwerksgewicht durch das gleiche Kraftstoffgewicht zu ersetzen. Bei spitzen Flügeln, also auch bei Deltaflügeln, ist der so erzielbare Gewinn recht klein.

5.3. Die Zuspitzung:
Es war in Fig.2 gezeigt worden, dass stark zugespitzte Flügel bei gleicher Dicke sehr viel leichter gebaut werden können als solche mit grösserem λ. Man kann den Sachverhalt auch so ausdrücken: Bei gleichem Tragwerksgewicht kann der stärker zugespitzte Flügel mit wesentlich kleinerer Dicke gebaut werden. Dies zeigt Fig.8a für eine Flügelvariation gleicher Streckung, die bei $\lambda = 0$ mit einem Deltaflügel ($\Lambda = 3$; $\delta = 0{,}05$) beginnt. Mit wachsendem λ steigt die für konstantes Gewicht erforderliche Dicke bis auf etwa den dreifachen Wert an.
Was dies in aerodynamischer Hinsicht für Folgen hat, zeigt Fig.8b [1] [2]. Ueber der Zuspitzung ist der Wellenwiderstand bei drei verschiedenen Machzahlen aufgetragen und zwar 1.) bei konstanter Dicke von 5% und 2.) bei konstantem Tragwerksgewicht, also mit nach Fig.8a ansteigender Dicke. Bei konstanter Dicke fällt der Widerstand über λ ab. Auf den ersten Blick scheinen also grössere λ-Werte von Vorteil zu sein. Bei konstantem Gewicht dagegen ist der Gang der Kurven gerade umgekehrt, d.h. die spitzeren Flügel sind die besseren. Die statischen Eigenschaften haben die aerodynamischen in diesem Fall vollkommen überdeckt.

6. Schluss:

An einigen Beispielen wurde der Einfluss des Tragwerksgewichts auf die Flugleistungen dargestellt. Die Reihe dieser Beispiele ist natürlich nicht vollständig. Es fehlen z.B. Betrachtungen über die Wahl der Streckung. Es muss auch erwähnt werden, dass die Statik nicht nur auf dem Wege über das Konstruktionsgewicht auf die Eigenschaften des Flugzeugs einwirkt, sondern auch über die Steifigkeit der Bauteile. (Neutralpunktsverschiebung infolge Flügelverdrehung, Rollmomentenänderung durch Flügelbiegung u.ä.). Weiter müsste man noch den Einfluss der Formparameter auf das nutzbare Flügelvolumen behandeln. Dies muss jedoch einer späteren Untersuchung vorbehalten bleiben.

Literatur:

1 T.Lawrence: Charts of the wave drag of wings at zero lift. (ARC-Report, C.P.No. 116),1953.

2 B.Beane : The characteristics of supersonic wings having biconvex sections.(J.Aer.Sci.1951/1).

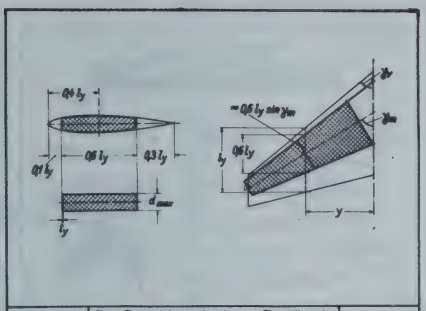
3 D.Cohen : Formulas for the supersonic loading lift and drag of flat swept back wings with leading edges behind the Mach lines. (NACA-Report No. 1050),1951.

Tabelle 1: Bezeichnungen.

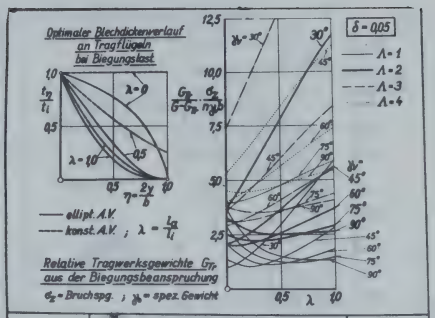
F = Flügelfläche, b = Spannweite, Λ = Streckung,
l_i = Flügeltiefe inn., l_a = Fl.-Tiefe aussen, λ = Zuspitzung
δ = Dickenverhältnis, t = Blechdicke, Ma = Machzahl,
χ_v = Pfeilwinkel der Vorderkante } Von der Flugzeug-
χ_m = Pfeilwinkel " Tragwerksachse } Symm.-Achse aus gezählt
n = Lastvielfaches γ_o = spez.Gewicht d. Materials,
V = Materialvolumen

Tabelle 2: Werte der Funktion $f(\lambda)$.
(für optimale Blechdickenverteilung)

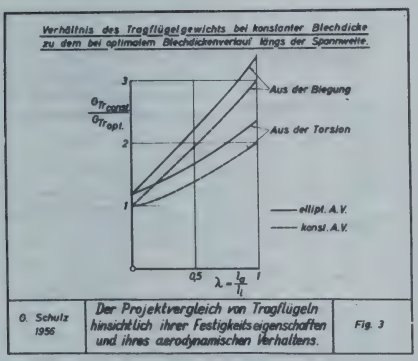
λ	Biegung		Torsion	
	ell.A.V.	konst.A.V.	ell.A.V.	konst.A.V.
0	0,421	0,500	0,424	0,500
0,2	377	438	441	541
0,5	339	386	447	538
0,7	321	362	442	527
1,0	0,296	0,333	0,424	0,500



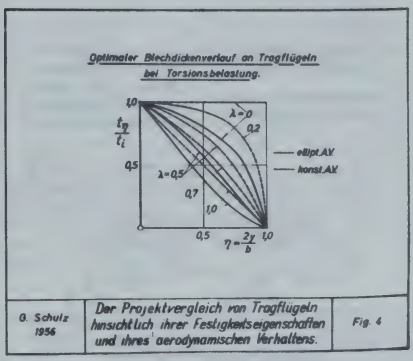
G. Schulz 1956	Der Projektvergleich von Tragflügeln hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften und ihres aerodynamischen Verhaltens.	Fig. 1



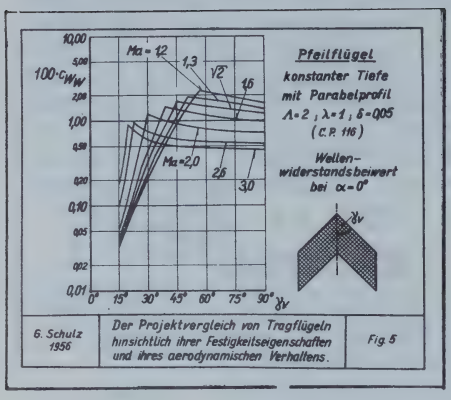
G. Schulz 1956	Der Projektvergleich von Tragflügeln hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften und ihres aerodynamischen Verhaltens.	Fig. 2

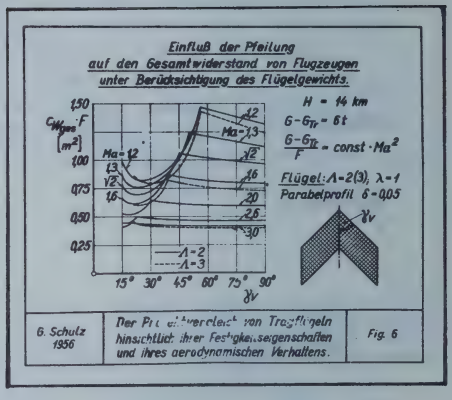


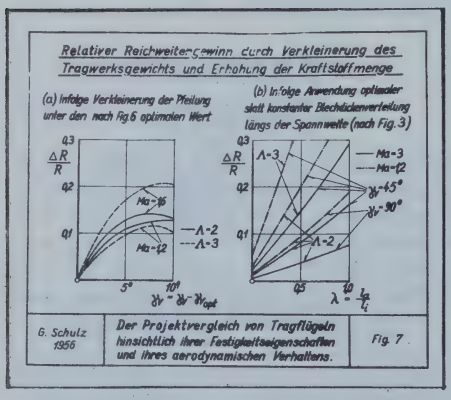
G. Schulz 1956	Der Projektvergleich von Tragflügeln hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften und ihres aerodynamischen Verhaltens.	Fig. 3

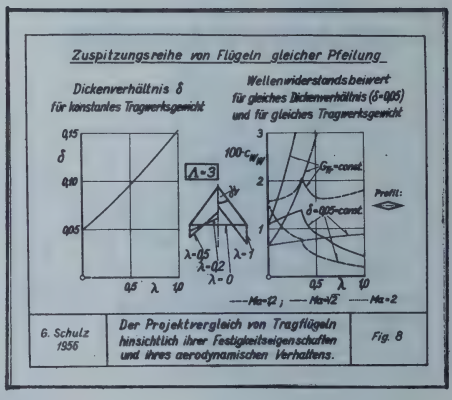


G. Schulz 1956	Der Projektvergleich von Tragflügeln hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften und ihres aerodynamischen Verhaltens.	Fig. 4


Pfeilflügel
konstanter Tiefe
mit Parabelprofil
Λ=2 ; λ=1 ; δ=0,05
(C.P. 116)
Wellen-
widerstandsbeiwert
bei α=0°
100·cWw
Ma=1,2
1,3
√2
1,6
Ma=2,0
2,5
3,0
γv
6. Schulz
1956
Der Projektvergleich von Tragflügeln
hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften
und ihres aerodynamischen Verhaltens.
Fig. 5


Einfluß der Pfeilung
auf den Gesamtwiderstand von Flugzeugen
unter Berücksichtigung des Flügelgewichts.
H = 14 km
G-GTr = 6 t
(G-GTr)/F = const·Ma²
Flügel: Λ=2(3), λ=1
Parabelprofil δ=0,05
cWges·F/m²
Ma=1,2
1,3
√2
1,6
2,0
2,5
3,0
Λ=2
Λ=3
γv
6. Schulz
1956
Der Projektvergleich von Tragflügeln
hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften
und ihres aerodynamischen Verhaltens.
Fig. 6


Relativer Reichweitengewinn durch Verkleinerung des
Tragwerksgewichts und Erhöhung der Kraftstoffmenge
(a) infolge Verkleinerung der Pfeilung
unter den nach Fig. 6 optimalen Wert
(b) infolge Anwendung optimaler
statt konstanter Blechdickenverteilung
längs der Spannweite (nach Fig. 3)
ΔR/R
Ma=1,6
Ma=1,2
Λ=2
Λ=3
γv - γv opt
Λ=3
Ma=3
Ma=1,2
γv=45°
γv=90°
Λ=2
λ = la/li
6. Schulz
1956
Der Projektvergleich von Tragflügeln
hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften
und ihres aerodynamischen Verhaltens.
Fig. 7


Zuspitzungsreihe von Flügeln gleicher Pfeilung
Dickenverhältnis δ
für konstantes Tragwerksgewicht
Wellenwiderstandsbeiwert
für gleiches Dickenverhältnis (δ=0,05)
und für gleiches Tragwerksgewicht
δ
Λ=3
γv
λ=0,5
λ=0,2
λ=0
λ=1
100·cWw
GTr=const.
δ=0,05=const.
Profil:
Ma=1,2 ; Ma=√2 ; Ma=2
6. Schulz
1956
Der Projektvergleich von Tragflügeln
hinsichtlich ihrer Festigkeitseigenschaften
und ihres aerodynamischen Verhaltens.
Fig. 8

THE AERODYNAMIC FORCES ON OSCILLATING ROTOR BLADES. [1)]

by

E. van Spiegel.

Summary.

In this lecture a survey will be given of the theoretical work done at the National Aeronautical Research Institute (N.L.L.) from 1950 till to-day on the aerodynamics of oscillating rotor blades of a helicopter.

In particular, three methods will be treated, viz. a method which takes into account certain three-dimensional aspects of the problem and two methods, which give a two-dimensional approach to the problem. The second two-dimensional method starts with a more rigorous schematization than the first two-dimensional method.

In experiments at the N.L.L. in the years 1950 and 1951 it was found that the rotor of a helicopter can perform unstable blade-oscillations, when the rotor revolves at certain angular velocities. The oscillations observed on the model had nothing to do with ground resonance, since the rotor axis was completely fixed, while, moreover, stroboscopic illumination revealed that the blades oscillated perpendicular to the rotorplane. Clearly the oscillations were of the fluttertype. However, calculations based on the aerodynamic forces of the two-dimensional single wing theory completely failed to explain the instability. It was immediately recognized that this negative result would in all probability be due to an incorrect representation of the aerodynamic forces.

In the case of ordinary wing flutter the aerodynamic forces are largely affected by the sheet of free vortices, representing the wake of the wing. A similar sheet is also be generated in the rotor case, but the configuration is entirely different, since the blades re-enter their own wake after each revolution, at least, if there is no axial flow through the rotor disk, as will be assumed here.

1) This paper replaces a scheduled paper by Dr. R. Timman, who due to illness, was not able to attend the congress.

This phenomenon will have a very strong influence on the aerodynamic forces on the blades. Take, e.g. the case of a one-bladed rotor, where the blade-oscillation and the rotor rotation have exactly the same period. If, then the circulation about a blade would vary in time, free vortices would continuously be generated at its trailing edge and these vortices would add up to the vortices generated previously.

Each new revolution would add a disk of vortices to the already existing disk and these additions would all be in phase due to the agreement of the periods of oscillation and rotation. The intensity of the resulting free vortex pattern in the disk would, so, become infinite. This consideration shows that the circulation about a blade must necessarily be constant in this particular case.

It is known from two-dimensional airfoil theory that for a blade with rigid profile this would imply that the effective angle of attack in the three-quarter chord point must be constant. Consequently a standing free vortex pattern in the plane of the disk must have been established during the transient phase. In other words a standing pattern of normal velocities is generated which in the three-quarter chord point exactly agree with the velocity required by the blade-oscillation. It can be said that the bound vortices on the blade find the boundary condition already satisfied at the three-quarter chord point and hence adjust to vanishing total intensity. It is clear that this condition will involve quite specific aerodynamic forces, completely different from the two-dimensional derivatives.

For a two-bladed helicopter it appears that the flutter-frequency is always near to a multiple of the rotor angular velocity. If this ratio is even (2 or 4), the oscillations of the two blades must be in phase, while for an odd ratio the two blades are in anti-phase. This means that at any point of the rotor circumference each blade performed the same motion and generated the same vortex pattern.

In general, it can be concluded that accumulation of vortices in the wake is an essential condition for the occurrence of flutter. This conclusion was moreover confirmed by the fact that a small airspeed perpendicular or parallel to the rotorplane was sufficient to prevent the instability.

The problem of the determination of the aerodynamic forces and moments was attacked from two sides, namely by Dr. Greidanus from a three-dimensional standpoint and by Dr. Timman from a two-dimensional standpoint. Now we will begin with some remarks about the three-dimensional theory of Dr. Greidanus. (ref.1)

Consider a two-bladed helicopter rotor, sweeping with constant angular velocity Ω in a ring-shaped region. The blades are allowed to perform harmonic oscillations of frequency ν with two degrees of freedom, a bending mode and a torsional mode.

Two different cases were considered, a symmetrical case, where both blades vibrate with the same frequency and amplitude and are in phase, and an anti-symmetrical case, where the blades are in anti-phase with the same frequency and amplitude.

The vibrating and rotating blades can be replaced by a rotating system of free vortices. In the case of a zero steady angle of attack, these free vortices remain in the plane of the disk. From experience with three-dimensional lifting-surface theory it is clear that an exact theory, taking account of the radial variations of the strength of the bound vortices, is extremely complicated. In order to avoid too excessive calculations, simplifications were introduced which, however, preserved essential features. Therefore, it has been assumed that the bound vortex strength is approximately independent of the radial-coordinate in an interval (R_o, R_1) and abruptly falls down to zero at the end-points. In this case the bound vortices are continued in two circular free tip vortices of equal but opposite strength with radii R_o and R_1.

In the vortex theory the strength of the vortices is determined by the condition, that the normal velocity on the oscillating wingsurface induced by the total vorticity is equal to the normal velocity determined by the prescribed motion of the wing.

In the used calculation method, a reference section of the blade has been chosen, namely $r = R^* = \sqrt{R_o R_1}$, where the mentioned condition is to be satisfied. It is clear that this assumption implies certain restrictions for the amplitudedistributions, in particular that these modes should be fundamental modes.

It is possible to remove these restrictions by splitting up the interval between R_o and R_1 in more than one interval and choosing a reference section in each interval. This more complicated process has not been followed.

In the cylinder through the reference section $r = R^*$ the flow about the blade section can be assumed to be locally two-dimensional due to the fact that the chord of the blade is small compared with the span. Thus the normal velocity of the blade due to the bound vortices can be formed from the ordinary two-dimensional representation.

When $\gamma\ (x, t)$ denotes the unknown total strength of the free and bound vortices on the airfoil and representing this vortex strength in the usual way by the Fourier series

$$\gamma = a_o \tan\frac{\vartheta}{2} + a_1 \sin\vartheta + a_2 \sin 2\vartheta + \ldots\ldots$$

where the term $a_o \tan\frac{\vartheta}{2}$ represents the singularity at the leading edge, the velocity induced by these vortices appears to be

$$w_1(\theta) = -\tfrac{1}{2}\left(a_o + a_1\cos\theta + a_2\cos 2\theta + \ldots\ldots\right)$$

The strength of the free vortices $\varepsilon(x,t)$ in the wake can be derived from the variation of the circulation at the trailing edge of the airfoil

$$v_{ref.}\cdot \varepsilon(\ell,t) = -\frac{\partial}{\partial t}\,\Gamma(t)$$

where

$$\Gamma(t) = \int_{-\ell}^{+\ell} \gamma(x)\,dx\; e^{i\vartheta t} = \pi\ell\,(a_o + \tfrac{1}{2}a_1)\,e^{i\vartheta t}$$

At a point in the wake with coordinate x, the strength of the free vortex is determined by its value at the moment that the trailing edge passed and generated the free vortex at that point. In the case considered, the downwash on the airfoil, induced by these free vortices, cannot be calculated in the plane approximation. Let us assume that this downwash w_2 is known in the form of a Fourier series

$$w_2(\theta) = (a_0 + \tfrac{1}{2} a_1) \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n \cos n\theta$$

Neglecting the interaction between the blades, the total induced velocity on the airfoil is given by

$$w_{tot.}(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ -\tfrac{1}{2} a_n + \sigma_n (a_0 + \tfrac{1}{2} a_1) \right\} \cos n\theta$$

The unknown Fourier coefficients a_n can now be calculated by equating the induced velocity to the normal velocity on the airfoil, imposed by the prescribed motion of the blade in the reference section. Expanding this prescribed normal velocity in the reference section in a Fourier series

$$w(\theta) = b_0 + b_1 \cos\theta + b_2 \cos 2\theta + \ldots\ldots$$

and equating $w_{tot}(\theta)$ and $w(\theta)$, we find the relations

$$b_n = -\tfrac{1}{2} a_n + \sigma_n (a_0 + \tfrac{1}{2} a_1) \quad \text{for } n = 0,1,2,\ldots\ldots$$

We see thus that it is possible to express the coefficients a_n in terms of the known coefficients b_n and the unknown coefficients σ_n .

The pressure distribution over the blade and thus the lift and moment can then be easily expressed in terms of the coefficients a_n . The problem is now to determine the unknown Fourier coefficients σ_n of the downwash $w_2(\theta)$. This downwash has been calculated by the addition of the contributions of the radial free vortices, left behind by the oscillating blade and the circular tip vortices, which form the continuation of these radial vortices.

The extensive calculations necessary for finding the coefficients σ_n were performed by Dr. Timman and in particular by Dr. Zaat.

Beside this theory of Dr. Greidanus an approximate theory for the case that the rotor-blades move in phase, was developed by Dr. Timman (ref.2). Similar as in the propeller theory a two-dimensional picture of the field of the flow was obtained by consideration of the flow pattern on a cylindrical surface with axis coinciding with the rotor axis. Unrolling this cylindrical surface on a plane, a cascade of airfoils is obtained, each of which oscillates in the prescribed way and each of which generates a vortex surface formed by the free vortices at the trailing edge.

Denoting the distance of two successive airfoils by h and replacing the airfoils by straight linesegments with length 2ℓ, the boundary-valueproblem for the velocity potential is determined by the value of its normal derivative on a system of linesegments on a straight line, with length 2ℓ at mutual distance h.

The cascade in the z-plane can be mapped into a single line element in a Z-plane, extending from X = -1 to X = +1 by the formula

$$Z = X + iY = \frac{\tan \pi z/h}{\tan \pi l/h}$$

One periodicity cell in the z-plane is mapped into the entire Z-plane. The lines bounding the periodicity cells appear in the Z-plane as lines extending from the points $\pm i \cot \frac{\pi l}{h}$ towards infinity.

As the velocity potential should be a periodic function in the z-plane with period h it is a one-valued function in the Z-plane (except for the influence of the vortex sheet). Hence in the Z-plane an ordinary boundary-value problem as used in the classical theory is to be solved. The velocity potential is determined by the values of the normal derivative on the linesegment.

The calculation has been performed by one more transformation, which maps the linesegment $-1 < X < +1$ in the Z-plane in the unit circle in a ζ -plane.
This transformation is given by

$$Z = \tfrac{1}{2}(\zeta + \tfrac{1}{\zeta})$$

Then the boundary-value problem simply reduces to a Neumann problem for the circle.

In this theory, which is extensively given in ref.2, the velocity potential φ is splitted up in two parts, a part φ_1, which is the regular solution of the boundary-value problem, determined by the values of the normal derivative on the surface and a part φ_2 resulting from the vortex sheet. The derivation of these two potentials has been performed in a way closely related to Theodorsen's work given in N.A.C.A. rep. 496 in 1935. (General theory of aerodynamic unstability and the mechanism of flutter). In cases occurring in practice, the exact formula for the pressure distribution can be appreciably simplified, regarding the fact, that in these cases the ratio l/h is small. Neglecting terms of order $(l/h)^2$ which means neglecting mutual interference of the blades, it appears that the formula for the pressure distribution agrees exactly with Küssner's original formula for the single wing as given in 1936, except for the circulation-function T, which is composed of Legendre functions instead of Hankel functions, and has values quite different from the values in the case of a single airfoil.

The substitutions of the new T-function in Küssner's formulae for the forces and moments yield immediately the aerodynamic derivatives.

Recently Dr. Timman developed a more simplified theory, which will be shortly explained here. The complete theory can be found in ref.3.

Starting with the simplification of neglecting the mutual interference it appears that a more general theory can be given, which can be applied to a rotor with an arbitrary number of blades, vibrating with any phase differences.

Again a two-dimensional representation of the flow about rotors is obtained by considering the flow pattern on a cylindrical surface, coaxial to the rotor, which cuts the rotor blades. Developing this surface on a plane a cascade of airfoils is obtained and if there is no crossflow through the plane of the rotor, the blades of a cascade lie on a straight line. The mainflow has the velocity of rotation which is equal to ΩR if Ω is the angular velocity and R the radius of the cylinder.

Now let us consider a particular blade, extending from -1 to +1 along the x-axis in the direction of the main flow. The distance between the mid-chord points of successive blades is 2 h. On the blade, numbered n, which extends from $-1+2nh$ to $+1+2nh$, we denote the bound vortex strength by $\gamma_n^x(X,t)$ and the free vortex strength in the following wake by $\varepsilon_n^x(X,t)$.

If the vibrations are harmonic with frequency ν, we may put

$$\gamma_n^x(x,t) = \gamma_n(x)e^{i\nu t}$$

The relation between γ^x and ε^x is given by the law of conservation of vorticity, which in the linearized theory reduces to

$$\frac{\partial \gamma^x}{\partial t} + \Omega r \frac{\partial \varepsilon^x}{\partial x} + \frac{\partial \varepsilon^x}{\partial t} = 0$$

Since in the wake $\gamma^x = 0$, we obtain there

$$\frac{\partial \varepsilon^x}{\partial t} + \Omega r \frac{\partial \varepsilon^x}{\partial x} = 0$$

or $$\varepsilon^x = f(t - \frac{x}{\Omega r})$$

For harmonic oscillations thus

$$\varepsilon^x(x,t) = Ae^{i\nu t}e^{-i\omega x}, \text{ with } \omega = \frac{\nu}{\Omega r} \text{ and}$$

A a cómplex constant.

For each blade the value of A is fixed by introducing the value ε_n at the trailing edge:

$$\varepsilon_n = Ae^{-i\omega(1+2nh)}$$

and thus $$\varepsilon_n^x(x,t) = \varepsilon_n e^{i\nu t - i\omega(x-1-2nh)}$$

Now an integral equation is obtained by calculating the downwash due to the vortices and equalling this expression on each blade to the downwash, which is prescribed by the motion of the blades, $w_n(x)e^{i\nu t}$

$$w_n(x) = \frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\int_{-1+2kh}^{1+2kh}\frac{(\gamma_k+\varepsilon_k)}{x-\xi}d\xi + \frac{1}{2\pi}\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\varepsilon_k e^{i\omega(1+2kh)}\int_{1+2kh}^{-1+2k+2kh}\frac{e^{-i\omega\xi}}{x-\xi}d\xi$$

$$-1+2nh<x<1+2nh$$

If the mutual interference of the blades is neglected, the contributions of all blades with $k \neq n$ and the wakes with $k \neq n$ and $k \neq n-1$ are omitted. This means that the influence of all vortices at a distance larger than 2h of the mid-chord point is neglected. Then the equation for n = 0 becomes (omitting

the suffix 0)

$$w(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{+1}\frac{\gamma+\varepsilon}{x-\xi}\,d\xi+\frac{1}{2\pi}\varepsilon_0 e^{i\omega}\int_{1}^{2k-1}\frac{e^{-i\omega\xi}}{x-\xi}\,d\xi+\frac{1}{2\pi}\varepsilon_{-1}e^{-i\omega(2k-1)}\int_{-2k+1}^{-1}\frac{e^{-i\omega\xi}}{x-\xi}\,d\xi$$

For the other blades similar equations hold.

Now to the same degree of approximation we can write

$$w(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-1}^{+1}\frac{\gamma+\varepsilon}{x-\xi}\,d\xi+\lambda_0\mu(x)-\lambda_{-1}\overline{\mu(-x)}$$

with $\lambda_0=\varepsilon_0 e^{i\omega}$, $\lambda_{-1}=\varepsilon_{-1}e^{-i\omega(2k-1)}$

$$\mu(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{1}^{\infty}\frac{e^{-i\omega\xi}}{x-\xi}\,d\xi$$

extending the integrals over the wakes to infinity.
The bar denotes the complex conjugate.
The solution of this integral equation follows the same lines as the solution of the integral equation for a single wing.
Putting

$$v(x)=w(x)-\lambda_0\mu(x)+\lambda_{-1}\overline{\mu(-x)}$$

we obtain the solution

$$\gamma+\varepsilon=\frac{2}{\pi}\tan\frac{\varphi}{2}\int_0^{\pi}v(\vartheta)d\vartheta+\frac{2}{\pi}\sin\varphi\int_0^{\pi}\frac{w(\vartheta)d\vartheta}{\cos\vartheta-\cos\varphi}-\frac{2}{\pi}\lambda_0\sin\varphi\int_0^{\pi}\frac{\mu(\vartheta)d\vartheta}{\cos\vartheta-\cos\varphi}+\frac{2}{\pi}\lambda_{-1}\sin\varphi\int_0^{\pi}\frac{\overline{\mu(\pi-\vartheta)}\,d\vartheta}{\cos\vartheta-\cos\varphi}$$

where $x=\cos\varphi$ and $\xi=\cos\vartheta$

For harmonic oscillations the law of conservation of vorticity reads

$$i\omega(\gamma+\varepsilon)+\frac{\partial\varepsilon}{\partial x}=0 \quad \text{or} \quad \frac{\partial\varepsilon}{\partial\varphi}=i\omega(\gamma+\varepsilon)\sin\varphi$$

Thus

$$\varepsilon(\varphi)=\varepsilon_0+\int_0^{\varphi}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\psi}\,d\psi=\varepsilon_0+2i\omega\frac{\varphi}{\pi}\int_0^{\pi}v(\vartheta)(1+\cos\vartheta)d\vartheta+\frac{2i\omega}{\pi}\int_0^{\pi}v(\vartheta)\sin\vartheta\ln\left|\frac{\sin\frac{1}{2}(\vartheta-\varphi)}{\sin\frac{1}{2}(\vartheta+\varphi)}\right|d\vartheta$$

For $\varphi=\pi$ we have $\varepsilon=\varepsilon_{-1}e^{-i\omega(-2+2k)}=\lambda_{-1}e^{i\omega}$ and thus holds the relation between the free vortex strengths at leading and trailing edge

$$\lambda_{-1}e^{i\omega}-\lambda_0 e^{-i\omega}=2i\omega\int_0^{\pi}v(\vartheta)(1+\cos\vartheta)d\vartheta$$

This relation can now be reduced to:

$$4\int_0^{\pi}w(\vartheta)(1+\cos\vartheta)d\vartheta=\pi\lambda_0\left[H_1^{(2)}(\omega)+iH_0^{(2)}(\omega)\right]+\pi\lambda_{-1}\left[H_1^{(1)}(\omega)+iH_0^{(1)}(\omega)\right]$$

Putting $\lambda_{-1}=0$ the formula reduces to the well-known formula for the single wing. This conclusion can also be made for the formulae which give expressions for the bound vorticity γ and the free vorticity ε . In general, it can be said that the results are the same as for a single wing, except for a modification of the circulation function.

Each airfoil gives a relation analogous to the mentioned formula and there are exactly N relations between the N constants λ_1, from which these constants can be determined.

In order to find an expression for the circulation function, we consider a N-bladed rotor, each blade has the same amplitude distribution. Let the phase difference between two successive blades be $2\pi\frac{k}{N}$, where $k=0,1,\ldots\ldots,N-1$, corresponding to N different modes of vibration. Then the ratio between the downwash at successive blades is equal to

$$\eta = e^{2\pi i k/N}$$

Putting for the first blade

$$e^{-i\omega}\frac{4}{\pi}\int_0^{\pi} w(\vartheta)(1+\cos\vartheta)\,d\vartheta = a$$

$$H_1^{(2)}+iH_0^{(2)} = \alpha \quad \text{and} \quad e^{-2i\omega k}\left\{H_1^{(1)}+iH_0^{(1)}\right\} = \beta$$

we get the system of equations

$$\begin{aligned} a &= \alpha\varepsilon_0+\beta\varepsilon_{N-1}\\ a\eta &= \alpha\varepsilon_1+\beta\varepsilon_0\\ &\cdots\cdots\\ a\eta^{N-1} &= \alpha\varepsilon_{N-1}+\beta\varepsilon_{N-2} \end{aligned}$$

The solution of this system appears to be

$$\varepsilon_0=\eta^{-1}\varepsilon_1=\eta^{-2}\varepsilon_2=\ldots\ldots=\eta^{-N+1}\varepsilon_{N-1}=\frac{a}{\alpha+\beta e^{-2\pi i\frac{k}{N}}}$$

For N blades $2Nk = 2\pi r$

and we find easily:

$$\varepsilon_0 = \frac{a}{\left\{H_1^{(2)}+iH_0^{(2)}\right\}+\left\{H_1^{(1)}+iH_0^{(1)}\right\}e^{\frac{-2\pi i}{N}(k+\frac{\nu}{\Omega})}}$$

It can now be easily derived that the P-function takes the form:

$$P(\omega,\lambda) = \frac{1}{1+i\,\dfrac{J_0(\omega)+Y_0(\omega)\tan\frac{\pi\lambda}{2}}{J_1(\omega)+Y_1(\omega)\tan\frac{\pi\lambda}{2}}}$$

where $\lambda = \frac{2}{N}\left(k+\frac{\nu}{\Omega}\right)$

$P(\omega)$ is the coefficient of a_0 in the expression for the bound vorticity if a_0 is the constant term in a Fourier expansion of the given downwash distribution.

In the complex P-plane $P(\omega)$ is a circle with center at $P = \frac{1}{2}$ and passing through the points $P = 0$ and $P = 1$.

All expressions of the aerodynamic derivatives are the same as in the case of a single wing, if we replace the ordinary P-function by the expression given here.

For a two-bladed rotor we consider symmetric and anti-symmetric oscillations.

In this case $N = 2$ and for symmetric oscillations $k = 0$. Then

$$\lambda_s = \frac{\nu}{\Omega}\,, \quad \omega = \frac{\nu}{\Omega r}$$

For antisymmetric oscillations k = 1 and

$$\lambda_a = 1 + \frac{\nu}{\Omega} \quad , \quad \omega = \frac{\nu}{\Omega r}$$

In the first case

$$P_s(\omega,\nu) = \frac{1}{1 + i\,\dfrac{\gamma_0 + \gamma_0 \tan\dfrac{\pi\nu}{2\Omega}}{\gamma_1 + \gamma_1 \tan\dfrac{\pi\nu}{2\Omega}}}$$

and in the second case

$$P_a(\omega,\nu) = \frac{1}{1 + i\,\dfrac{\gamma_0 + \gamma_0 \cot\dfrac{\pi\nu}{2\Omega}}{\gamma_1 - \gamma_1 \cot\dfrac{\pi\nu}{2\Omega}}}$$

If $\frac{\nu}{\Omega} = 0$ we obtain

$$P_s = 1 + 0\left(\tfrac{1}{k}\right) \text{ and } P_a = 1 + 0\left(\tfrac{1}{k}\right)$$

Neglecting quantities of order $1/k$, we see that for the steady case the usual value P = 1 is again obtained.
Furthermore

$$P_s = 0 \text{ if } \gamma_1(\omega) + \gamma_1(\omega)\tan\frac{\pi\nu}{2\Omega} = 0 \quad \text{or } \frac{\nu}{\Omega} \approx 2n \; (n = 1,2,\ldots.)$$

$$P_a = 0 \text{ if } \gamma_1(\omega) - \gamma_1(\omega)\cot\frac{\pi\nu}{2\Omega} = 0 \quad \text{or } \frac{\nu}{\Omega} \approx 2n-1 \; (n = 1,2,\ldots.)$$

The latter approximations are allowed since ω remains small unless $\frac{\nu}{\Omega}$ becomes large.

In the complex plane the vector $P(\omega)$ rotates with $\frac{\nu}{\Omega}$. The behaviour is completely different from the behaviour of the P-function of a single airfoil. The case $\frac{\nu}{\Omega}$ = integer corresponds to a certain "interference" of the vibrations and rotations, which, in unfavourable circumstances may be the cause of flutter phenomena.

The numerical results of this simple theory are sufficient for the applications; the large amount of work, required by the first theory is not justified by a greater accuracy in practice, the second theory is only suitable in this form for symmetric vibrations.

References.

1. J.H. Greidanus, R. Timman and J.H. Zaat: The aerodynamic forces on oscillating blades of a helicopter rotor, rotating in still air. N.L.L. report F.108 (National Aeronautical Research Institute, Amsterdam) 1952.

2. R. Timman. The aerodynamic forces on oscillating propeller blades.
N.L.L. Report F.69 (National Aeronautical Research Institute, Amsterdam), 1950.

3. R. Timman. The aerodynamics forces on oscillating helicopter rotor blades.
N.L.L. Report T.M. F.181. (National Aeronautical Research Institute, Amsterdam) 1956.

Zum Widerstandsproblem der Überschallflugzeuge

E. Truckenbrodt *)

Übersicht:

Ausgangspunkt sind die theoretischen Unterlagen über den Reibungs - und Druckwiderstand an Rumpfkörpern und Tragflügeln, die mit Überschallgeschwindigkeit angeströmt werden. An einigen Beispielen wird der Einfluss der Rumpfform und des Rumpfdickenverhältnisses sowie der Flügelparameter Seitenverhältnis, Zuspitzung und Pfeilung gezeigt. Für die Rümpfe wird das optimale Dickenverhältnis ermittelt, bei dem bei grösstem Rumpfvolumen die Summe aus Reibungs - und Druckwiderstand am kleinsten ist. Bei den Flügeln werden die beiden Fälle konstanten Dickenverhältnisses und konstanten Flügelgewichtes gegenübergestellt. Die Anwendung der gefundenen Ergebnisse auf den praktischen Flugzeugentwurf wird besprochen. Dabei wird insbesondere auch auf die z. Zt. schnellsten Überschallflugzeuge Fairey Delta 2 und Lockheed 104A eingegangen.

1. Einleitung

Im März 1956 stellte ein englischer Überschalljäger einen neuen Geschwindigkeitsweltrekord mit einer Geschwindigkeit von 1822 km/h auf. Dieser Flug wurde in einer Höhe von 11,5 km ausgeführt. Die erflogene Geschwindigkeit entspricht dem 1,7-fachen Wert der Schallgeschwindigkeit. Der bis dahin geltende Geschwindigkeitsrekord wurde schlagartig um etwa 500 km/h überboten. Bei dem Flugzeug handelt es sich um ein Nurflügelflugzeug vom Typ Fairey Delta 2, Bild 1. Dieses Flugzeug besitzt einen Dreieckflügel mit dem Seitenverhältnis $\Lambda = 2,1$. Das Flügelprofil ist sehr dünn. Seine Dicke beträgt etwa 4,5 % der jeweiligen Flügeltiefe. Der Rumpf ist verhältnismässig lang. Besonders auffällig ist das sehr spitze und schlanke Rumpfvorderteil. Das Rumpfschlankheitsverhältnis beträgt etwa $L_R/d_R \sim 12$. Die Lufteintritte befinden sich an den Flügelwurzeln.

Vor einiger Zeit wurden erstmalig auch Abbildungen und Beschreibungen des seit längerem bekannten amerikanischen Überschalljägers Lockheed F-104A veröffentlicht, Bild 2. Es heisst, dass dieses Flugzeug bereits mehrfach die doppelte Schallgeschwindigkeit erflogen hat. Zum offiziellen Weltrekord wurden diese Leistungen jedoch noch nicht angemeldet. Es verlautet, dass diese Maschine sogar bis zur Machzahl Ma = 3 vorgesehen ist. Bei dem Flugzeug handelt es sich um eine Lösung mit getrenntem Höhenleitwerk. Der Flügel ist nahezu ungepfeilt. Das Seitenver-

*) Dozent, Dr.-Ing.

hältnis beträgt $\Lambda = 2,7$. Das Profildickenverhältnis wird mit 3,4 % angegeben. Der Rumpf ist wie bei der englischen Maschine sehr spitz und lang. Das Schlankheitsverhältnis ergibt sich etwa zu $L_R/d_R \approx 14$. Die Lufteintritte befinden sich an der Rumpfseitenwand.

Beiden Flugzeugen ist gemeinsam ein dünner Flügel und ein sehr spitzer, schlanker Rumpf. Dieses sind beides Eigenschaften, die langsamere, für den Unterschallflug bestimmte Flugzeuge nicht besitzen. Es soll Gegenstand des Vortrages sein, von den theoretischen Grundlagen der Überschallaerodynamik aus die Begründung hierfür zu geben.

2. Aufgaben von Rumpf und Flügel

Ehe mit der Besprechung der einzelnen den Widerstand von Rumpf und Flügel bestimmenden Grössen begonnen wird, sei über die Aufgaben, die der Rumpf und der Flügel bei einem Flugzeug zu erfüllen haben, berichtet. Ein Flugzeug dient der Beförderung eines bestimmten Volumens bezw. Gewichtes. Beides kann grundsätzlich von Rumpf und Flügel gemeinsam übernommen werden. Eine verhältnismässig einfache Abschätzung zeigt jedoch, dass die beste Auslegung eines Flugzeuges diejenige ist, bei der das Volumen möglichst vom Rumpf übernommen wird, während der Flügel möglichst kein Volumen besitzen soll. Eine wichtige Forderung an den Rumpf besteht jedoch noch darin, das Triebwerk aufzunehmen. Dieses bedeutet, dass eine Mindestrumpfquerschnittsfläche als Nebenbedingung zu der Volumenbedingung zu erfüllen ist. Während also der Rumpf zur Aufnahme des Volumens dient, hat der Flügel den zum Tragen des Gewichtes erforderlichen Auftrieb zu liefern. Die maximale Flügelflächengrösse richtet sich im Allgemeinen nach der zugelassenen Landegeschwindigkeit.

Bei der Berechnung der maximalen Horizontalgeschwindigkeit eines Flugzeuges geht die Grösse des Fluggewichtes nur wenig ein. Dagegen spielt die Grösse des Flugzeugwiderstandes die entscheidende Rolle. Bei Überschallflugzeugen kommt also dem Widerstandsproblem besondere Bedeutung zu.

3. Aerodynamische Grundlagen

Wird ein Körper mit Geschwindigkeiten grösser als Schall geschwindigkeit angeblasen, so können sich Störungen, die vom Körper ausgehen, nur in einem durch die sogenannten Machschen Linien begrenzten stromabwärts sich öffnenden Kegel ausbreiten. Der Öffnungswinkel hängt von der Machzahl ab. Bei Schallanströmung beträgt er 180°, bei Ma = 2 etwa 60°. Je nachdem, ob eine Flügel - oder Rumpfkante hinter bezw. vor der Machschen Linie liegt, spricht man von Unter- bezw. Überschallkanten. Diese Festlegung kommt daher, dass im einen Fall die senkrecht zur Kante stehende Geschwindigkeitskomponente kleiner und im anderen Fall grösser als die Schallgeschwindigkeit ist. Im ersten Fall kann die Kante umströmt werden. Im zweiten Fall liegt keine Kantenumströmung vor. Bei Überschallanströmung ist das Entstehen der durch den Körper hervorgerufenen Wellen stets mit einem Wider-

stand, dem sogenannten Wellenwiderstand, verbunden. Dieser Widerstand ist natürlich auch durch Integration über die Druckverteilung des Körpers gegeben. Er sei daher Druckwiderstand genannt. Bei gleicher Stirnfläche eines Körpers wird der Druckwiderstand um so grösser, je grösser das Dickenverhältnis ist, d.h. je kürzer der Körper ist bezw. je kleiner die Körperoberfläche ist.

Ausser dem Druckwiderstand muss noch der Reibungswiderstand berücksichtigt werden. Seine Grösse nimmt sowohl mit der Reynoldsschen Zahl wie auch mit der Machschen Zahl ab. Je grösser die Oberfläche eines Körpers ist, um so grösser wird der Reibungswiderstand.

Druck- und Reibungswiderstand verhalten sich bezüglich des Körperdickenverhältnisses verschieden. Ist der Körper sehr dünn, so liegt fast nur Reibungswiderstand vor. Ist dagegen der Körper dicker, so überwiegt der Druckwiderstand.

4. Rumpf

In Bild 3 wird ein Vergleich von gemessenen und theoretisch berechneten Überschallwiderständen gegeben. Die Widerstandsbeiwerte sind auf die Rumpfstirnfläche bezogen. Die Übereinstimmung zwischen Messung und Theorie ist sehr gut.

In Bild 4 sind der Druck- und Reibungsanteil der Überschallwiderstände von Rümpfen dargestellt. Es werden die Falle konstanten Volumens und konstanter Stirnfläche unterschieden. In beiden Fällen erhält man ein ausgeprägtes Minimum für den Widerstand. Dabei stellt man fest, dass der Reibungsanteil den weitaus grössten Betrag liefert. Die zugehörigen Rümpfe sind sehr schlank. Wird man mit dem Rumpf dicker, so steigt der Widerstand sehr schnell auf einen mehrfachen Wert des Minimalwiderstandes an. Dasselbe gilt auch, wenn man den Rumpf sehr schlank macht.

In Bild 5 wird der Einfluss des Rumpfvolumens auf den Widerstand gezeigt. Die grösste Stirnfläche wird dabei konstant gehalten. Die Kurven gelten für Ma = 2 und Re = 10^8. Die untersuchten Rümpfe setzen sich zusammen aus einer parabolischen Spitze und einem zylindrischen Anschlusstück. Soll nur das Volumen des zylindrischen Stückes (Teilvolumen) ausnutzbar sein, so dient die Rumpfspitze nur dem Erreichen des vorgegebenen Rumpfquerschnittes. Das günstigste Schlankheitsverhältnis der Spitze beträgt $l_R/d_R = 8,6$. Wird die Spitze kürzer gemacht, so gewinnt der Druckwiderstand sehr schnell an Bedeutung und vergrössert den Rumpfwiderstand ganz beträchtlich. Kann das gesamte Volumen (Spitze + zylindrisches Teil) ausgenutzt werden, so findet man das günstigste Schlankheitsverhältnis der Rumpfspitze zu $l_R/d_R = 14,3$. Die Spitze muss also noch spitzer sein als beim Fall des Teilvolumens. Bei gleichem Gesamtvolumen A = konst. ist das Widerstandsminimum sehr flach.

In Bild 6 sind die Widerstandskurven für das Gesamtvolumen noch einmal dargestellt. Als Abszisse ist jetzt nicht das Schlankheitsverhältnis der Spitze, sondern das mit der Gesamtrumpflänge gebildete Schlankheitsverhältnis L_R/d_R gewählt. Man erkennt sehr deutlich, dass die Rümpfe um so schlanker sein müssen, je mehr Volumen man darin unterbringen möchte. Die Optimalrümpfe sind

für verschiedene Rumpfvolumen dargestellt. Sie sind ausserordentlich schlank.

Für die beiden besprochenen Überschallflugzeuge gelten die Zahlenwerte:

Fairey Delta 2	$l_R/d_R \approx 6$;	$L_R/d_R \approx 12$;
Lockheed F-104A	$l_R/d_R \approx 8$;	$L_R/d_R \approx 14$.

Trägt man diese Werte in die Darstellungen ein, so erkennt man die günstige Auslegung dieser Flugzeuge.

Zusammenfassend kann man also sagen, dass das Rumpfschlankheitsverhältnis möglichst gross zu halten ist. Die Gefahr, dass man dabei bereits in den Bereich kommt, wo der Widerstand infolge erhöhten Reibungswiderstandes wieder ansteigt, ist bei den praktisch zu verwirklichenden Rumpflängen im allgemeinen nicht gegeben.

5. Flügel

Die Druckwiderstände von Flügel verhalten sich wie das Quadrat des Flügeldickenverhältnisses. Einflüsse der Flügelzuspitzung, des Seitenverhältnisses und der Pfeilung wurden theoretisch für das Doppelkeil- und das Parabelprofil berechnet. Im einzelnen wird hierüber noch berichtet. Über den Vergleich zwischen Messung und Theorie kann gesagt werden, dass die quadratische Abhängigkeit des Widerstandes vom Dickenverhältnis sehr gut bestätigt wird. Die Frage, wie gut auch die Einflüsse der anderen Flügelparameter durch entsprechende Messungen wiedergegeben werden, kann infolge Fehlens notwendiger Veröffentlichungen nicht vollständig beantwortet werden. Es dürfte aber wohl als gesichert anzusehen sein, dass für den beabsichtigten Überblick die theoretischen Unterlagen ausreichend sind.

In Bild 7 wird der Einfluss des Seitenverhältnisses Λ gezeigt. Beim ungepfeilten Flügel ist überhaupt kein Einfluss ersichtlich, während sich beim Pfeilflügel und noch mehr beim Deltaflügel verkleinertes Seitenverhältnis bei Machzahlen in der Nähe von Ma = 1 günstig auswirkt. Bei grösseren Machzahlen verschwindet dieser Einfluss. Beim Deltaflügel ist zu beachten, dass ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen der Pfeilung und dem Seitenverhältnis besteht. Es sei noch besonders darauf hingewiesen, dass die Vergleiche zunächst für den Fall konstanten Dickenverhältnisses durchgeführt wurden. Bild 8 zeigt den Einfluss des Trapezzuspitzungsverhältnisses λ. Der Einfluss der Zuspitzung ist nur sehr gering. Sowohl beim ungepfeilten Flügel wie auch beim Flügel mit einer Pfeilung der Mittellinie von $\varphi = 45^\circ$ verlaufen die Widerstandskurven über der Machzahl ähnlich. Aus den Auftragungen ist auch zu ersehen, dass für mässige Überschall-Machzahlen die Flügelpfeilung eine Widerstandsverminderung, für grössere Überschall-Machzahlen dagegen eine Vergrösserung gegenüber dem ungepfeilten Flügel bedeutet. Es muss beachtet werden, dass die Vergleiche wieder bei konstantem Dickenverhältnis durchgeführt wurden. Wenn man jedoch bedenkt, dass ein Pfeilflügel aus statischen Gründen (Gewicht, Steifigkeit), im all-

gemeinen ein grösseres Dickenverhältnis und damit erheblich grössere Druckwiderstände als ein ungepfeilter Flügel haben wird, so wird klar, dass die Pfeilung für höhere Überschallgeschwindigkeiten an Bedeutung verliert. Um dieses noch klarer zu zeigen, wird in Bild 9 der Einfluss der Pfeilung noch einmal gesondert gezeigt. Zunächst wird bei konstant gehaltenem Dickenverhältnis des gepfeilten und des ungepfeilten Flügels die Machzahl Ma^*, bei der die Grenze liegt, bis zu der ein Pfeilflügel noch Vorteile bietet, über dem Pfeilwinkel aufgetragen. Dabei zeigt sich, dass sowohl Zuspitzung als auch Seitenverhältnis ohne Einfluss sind. Aus Näherungsbetrachtungen über das statische Verhalten verschiedener Flügel konstanter Flügelfläche ergibt sich, dass sich die Dickenverhältnisse etwa proportional $\sim (1+\lambda)\,\Lambda^{3/2}\,(1+\mathrm{tg}^2\varphi)$ verhalten. Je grösser die Zuspitzung, je grösser das Seitenverhältnis und je grösser die Pfeilung werden, um so grösser müssen die Dickenverhältnisse werden, damit die Flügel gleiches Gewicht G_F besitzen. Bei einem Flügel, bei dem die Pfeilung bei sonst gleicher Flügelform von $\varphi = 0$ auf $\varphi = 45^\circ$ geändert wird, ist die Profildicke doppelt so gross zu machen. Für den Druckwiderstand bedeutet das aber eine vierfache Erhöhung gegenüber dem Pfeilflügel, der dieselbe Dicke wie der ungepfeilte Flügel besitzt. Entsprechend dem vergrösserten Widerstand bei G_F = konst. verschiebt sich jedoch die Machzahl Ma immer näher an den Wert Ma = 1. Für Flügel vom Seitenverhältnis $\Lambda = 3$ und der Zuspitzung $\lambda = 0,5$ sind die zugehörigen Machzahlen über der Pfeilung dargestellt. Aus dieser Auftragung ersieht man, dass sich die Pfeilung kaum zu lohnen scheint. Bei Beurteilung über die Vor- bezw. Nachteile der Pfeilung muss man sich natürlich - wie bereits erwähnt wurde - darüber im klaren sein, dass nicht das Gewicht, sondern der Widerstand entscheidend für die maximale Horizontalgeschwindigkeit ist. Man wird wohl in jedem Falle den Pfeilflügel schwerer als einen ungepfeilten Flügel bauen und das Dickenverhältnis so klein wie möglich halten.

Da aus dem Untersuchten hervorgeht, dass der Pfeilflügel für hohe Überschallwiderstände weniger geeignet zu sein scheint, soll im folgenden nur noch der Vergleich zwischen ungepfeilten Trapezflügeln und Deltaflügeln durchgeführt werden; Bild 10. Bei konstantem Seitenverhältnis und konstantem Dickenverhältnis ist die Zuspitzung, wie bereits oben gezeigt wurde, ohne besonderen Einfluss auf den Druckwiderstand. Betrachtet man dagegen den Fall konstanten Flügelgewichtes, so ist der Flügel mit der Zuspitzung $\lambda = 0$ demjenigen mit $\lambda = 1,0$ beträchtlich überlegen. Die Dickenverhältnisse verhalten sich wie 3,5 % zu 6,9 %. Der Deltaflügel mit einem Dickenverhältnis von 5 % ist dem Trapezflügel mit der Zuspitzung $\lambda = 0,5$ gleichwertig. In der Abbildung wird auch der Gesamtwiderstand (Druck + Reibung) für den Fall Ma = 2 und $Re = 10^7$ gezeigt. Verändert wird das Seitenverhältnis. Bei kleineren Seitenverhältnissen ist der Deltaflügel dem Trapezflügel etwas unterlegen, bei grösseren Seitenverhältnissen ist es dagegen umgekehrt. Mit den für die beiden Überschalljäger geltenden Werten:

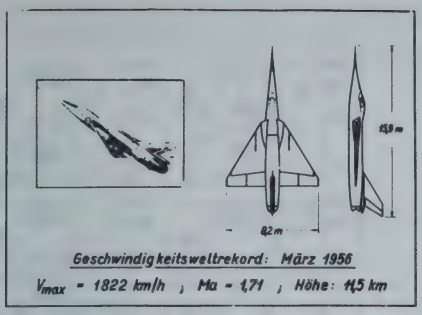
Fairey Delta 2	$\Lambda = 2,1$;	$\lambda = 0,075$
Lockheed F-104A	$\Lambda = 2,7$;	$\lambda = 0,39$

ergibt sich, dass diese beiden Flugzeuge etwa den gleichen

Flügelwiderstandsbeiwert besitzen. Die von uns ermittelten Dickenverhältnisse entsprechen etwa den ausgeführten.

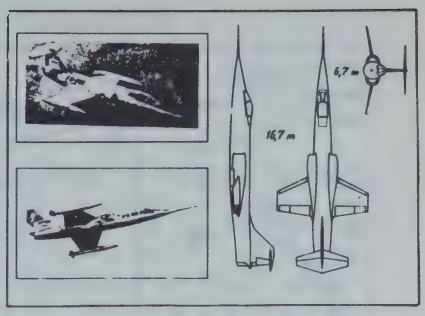
6. Zusammenfassung.

Die auf theoretischer Grundlage durchgeführte Untersuchung hat gezeigt, dass es möglich zu sein scheint, die Tendenzen in der modernen Flugzeugentwicklung richtig zu beurteilen. Da uns häufig nur die Mittel der theoretischen Erforschung des Überschallfluges zur Verfügung stehen werden, ist das gefundene Ergebnis recht ermunternd. Der theoretischen Überschallforschung kommt damit eine sehr praktische Bedeutung zu.



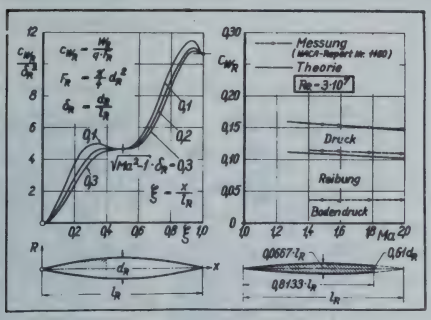
Fairey Delta 2

Bild 1



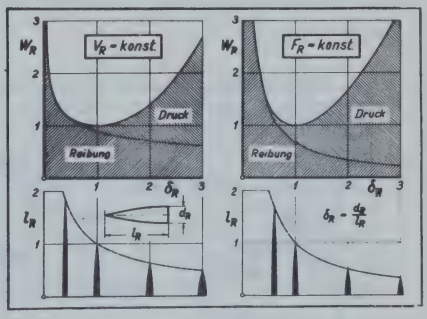
Lockheed F-104A

Bild 2



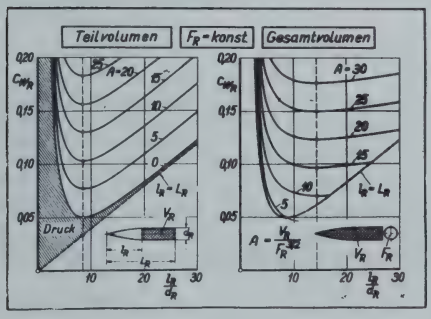
Überschallwiderstände von Rümpfen;
Theorie - Messung

Bild 3



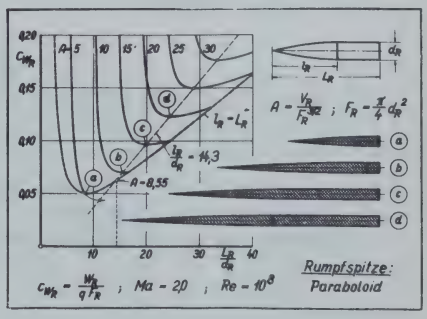
Überschallwiderstände von Rümpfen;
Druck- und Reibungsanteil

Bild 4



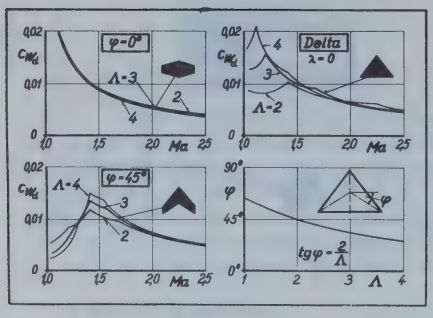
Überschallwiderstände von Rümpfen;
Einfluss des Rumpfvolumens

Bild 5



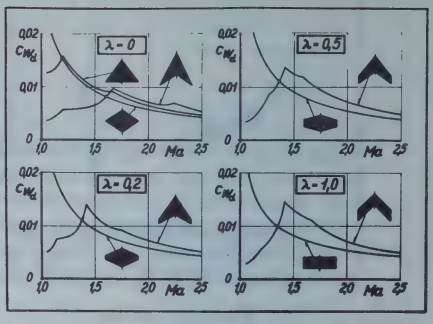
Überschallwiderstände von Rümpfen;
Optimalrümpfe

Bild 6



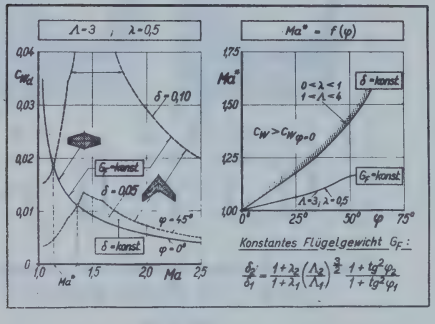
Überschallwiderstände von Flügeln;
Einfluss des Seitenverhältnisses;
$\lambda = 0,5$; $\delta = 0,05$

Bild 7



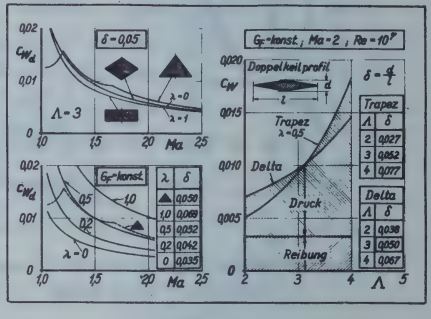
Überschallwiderstände von Flügeln;
Einfluss der Zuspitzung;
$\Lambda = 3$; $\delta = 0,05$

Bild 8



Überschallwiderstände von Flügeln;
Einfluss der Pfeilung

Bild 9



Überschallwiderstände von Flügeln;
Trapezflügel - Deltaflügel

Bild 10

CONCEPTION ET DESSIN D'UNE STRUCTURE D'AVION DE TRANSPORT A CABINE PRESSURISEE EN VUE D'UNE BONNE TENUE A LA FATIGUE

par

Paul VALLAT*

PLAN DE L'EXPOSE

0. Introduction
1. Précautions contre la fatigue dans la conception d'ensemble de la structure.
2. Précautions contre la fatigue dans les détails de dessin des assemblages.
3. Précautions contre la fatigue particulières à la cabine pressurisée.
4. Essais de fatigue partiels.
5. La conception "fail-safe" et le choix des matériaux.
6. Essais de fatigue d'ensemble de structure.
7. Conclusion.

0 INTRODUCTION

La résistance à la fatigue des cellules d'avions de transport, c'est à dire la tenue et la longévité de ces structures sous l'action cumulative des diverses charges répétées rencontrées en service, est actuellement passée au tout premier plan des importants problèmes de sécurité liés à cette catégorie d'avions.

De nombreuses et fort intéressantes études ont déjà été publiées sur ce sujet, notamment au cours des dernières années.

Il n'est pas dans notre intention, ni d'ailleurs dans nos possibilités, d'apporter une contribution majeure à cette importante bibliographie (1).

---

(1) Nous ne donnons, en annexe au présent exposé, qu'un extrait sommaire de cette bibliographie, mais il convient de remarquer que l'ouvrage de Mr W. BARROIS, Ingénieur au STAé, en présente à lui seul une remarquable synthèse.

---

* Chef de Service Etudes Cellules à la Société SUD-EST AVIATION.

Nous nous contenterons, au cours de la présente communication, de faire ressortir tout l'intérêt manifesté par les Techniciens de la Société Sud-Est Aviation à l'égard des problèmes de fatigue, dans le cadre de la conception, de l'étude et de la réalisation du bi-réacteur moyen courrier CARAVELLE.

Il est, en effet, acquis que le risque de rupture par fatigue dépend, en grande partie, du dessin d'une structure et des diverses pièces ou assemblages qui la composent. En d'autres termes, l'ingénieur ou le dessinateur du Bureau d'Etudes doivent "penser fatigue" parallèlement à la recherche de la résistance statique. Il ressort de cette préoccupation un ensemble de précautions dont nous allons ci-après developper quelques exemples. Nous verrons que ces précautions contre la fatigue ont pris naissance, dès le stade projet, lors de l'élaboration des grandes lignes de la structure. Elles ont ensuite été complétées par des précautions de détails, prises dans le dessin et la réalisation des divers éléments structuraux.

Il est évident que de telles précautions doivent souvent s'accompagner de recherches expérimentales, effectuées sur de nombreuses éprouvettes partielles ou sur des sous-ensembles.

Dans le cadre de la CARAVELLE, ces recherches ont débuté dès le stade prototype et se sont largement extrapolées dans la période des études de série, en profitant des importants moyens expérimentaux offerts, à proximité de nos Usines, par l'Etablissement Aéronautique de Toulouse.

Nous mentionnerons succinctement quelques enseignements déduits de ces essais partiels en fatigue, notamment en ce qui concerne le choix définitif des matériaux utilisés et de leurs procédés d'assemblage.

Nous insisterons également sur la conception "fail-safe" c'est à dire sur le caractère de "sécurité malgré la défaillance partielle" des divers éléments vitaux de la structure. Nous verrons que cette conception englobe, en fait, toutes les mesures prises pour éliminer tout danger de rupture soudaine, dont l'amorce serait due à une éventuelle crique de fatigue.

Nous terminerons enfin la présente communication par une présentation rapide des "Essais de fatigue d'ensemble de structure" prévus pour la CARAVELLE, essais actuellement en cours de préparation.

1 PRECAUTIONS CONTRE LA FATIGUE DANS LA CONCEPTION D'ENSEMBLE DE LA STRUCTURE

Il est bien établi que les points critiques d'une cellule, en résistance statique comme en fatigue, se localisent généralement au voisinage des "accidents géométriques" de la structure.

Ces accidents géométriques, qui résultent le plus souvent de la nécessité d'installations ou d'aménagements, donnent en effet lieu à certaines discontinuités structurales toujours trés délicates, principalement en fatigue.

Il importe donc, au stade de la définition des grandes lignes d'une ossature, d'éliminer au maximum ces discontinuités structurales.

La structure générale de la CARAVELLE représentée en perspective sur la figure 1 ci-jointe (1), offre à ce sujet un aspect trés rassurant.

On remarque, en effet, notamment, la continuité intégrale du caisson central de voilure qui supporte la totalité des efforts de flexion générale. Ce caisson, du type à 3 âmes (voir fig.2), présente des arêtes et des membrures intermédiaires rigoureusement rectilignes, non perturbées par les attaches ou le logement de l'atterrisseur principal entièrement situé à l'arrière, ni, bien entendu, par les réacteurs. La traversée des parois de fuselage, et la jonction correspondante, s'effectue elle-même sans altérer cette pureté de ligne : chaque caisson aile gauche et aile droite, se prolonge, en effet, en ligne droite intégrale jusqu'au voisinage de l'axe de symétrie où s'effectue leur jonction centrale.

Cette jonction centrale est réalisée sous une forme "mécanique" à l'aide de cinq paires de ferrures extrados et intrados, formant les éléments d'une charnière où aboutissent des membrures de triangulation (voir fig. 3 ci-jointe). Les efforts générés par les brisures angulaires de dièdre, flèche et convergence des porte-à-faux, sont ainsi absorbés par ce systême reticulé sans donner lieu aux effets dits "secondaires" que l'on constate dans les poutres courbes.

On notera que, toujours dans le même esprit d'élimination des influences parasites, la jonction voilure-fuselage s'effectue également sous une forme articulée à l'aide de ferrures à joints rotulaires, l'étanchéité de la cabine pressurisée étant réalisée au passage par un joint souple en caoutchouc. Cette jonction principale présente, au surplus, l'intéressante caractéristique d'être entièrement démontable.

En ce qui concerne le fuselage, nous avons adopté, pour toutes les sections droites de la partie pressurisée, la forme circulaire, bien que celle-ci ne conduise pas toujours aux plus grandes facilités d'aménagement. Par contre, cette forme stable en

---

(1) cette perspective extraite du Journal FLIGHT est dûe à Monsieur BOWBEER.

pressurisation donne lieu aux sollicitations minima des cadres, avantage trés précieux, notamment en ce qui concerne les propriétés "fail-safe" de la cabine étanche. On remarque également que cette partie est entièrement située en avant des jets des réacteurs, ce qui élimine l'influence vibratoire de ceux-ci sur les parois pressurisées.

On notera, au surplus, que la position semi-basse, adoptée pour la voilure, a permis de réaliser une continuité structurale totale des membrures résistantes inférieures du fuselage, sous le caisson de voilure, cette continuité étant assurée par des panneaux démontables.

2 PRECAUTIONS CONTRE LA FATIGUE DANS LES DETAILS DE DESSIN DES ASSEMBLAGES

L'esprit de "continuité structurale" déjà mis en évidence ci-dessus dans les grandes lignes de l'ossature de la CARAVELLE, s'est ensuite manifesté jusque dans les moindres détails. Nous en donnerons ci-dessous, deux exemples types :

2.1 Continuité des raidisseurs du caisson de voilure à travers les nervures-fortes et les fonds de réservoir :

Pour assurer, sur un caisson de voilure, une introduction correcte des charges transversales importantes, il est généralement nécessaire d'interrompre les raidisseurs longitudinaux des semelles au niveau des nervures-fortes correspondantes. Cette nécessité est encore plus impérieuse quand ces nervures coincident avec des cloisonnements étanches des réservoirs structuraux.
Une solution trés répandue consiste à ne laisser subsister, au passage de ces nervures, que la tôle de semelle convenablement renforcée, statiquement, à cet effet.

Cette solution, d'un montage facile, présente, par contre, le grave inconvénient de créer une déviation verticale dans la ligne moyenne des éléments longitudinaux résistants. Cette déviation donne lieu à des sollicitations locales dites "secondaires" s'exerçant sous forme de légers pliages ou dépliages de tôles. La nocivité correspondante en fatigue est manifeste et aisément démontrée par des essais partiels.

Dans la Caravelle, nous avons éliminé ces effets secondaires en "équilibrant" soigneusement les éclissages, grâce à une reprise supplémentaire des faces intérieures des raidisseurs. (voir schéma de principe en vue éclatée fig. 4). Cette reprise supplémentaire s'effectue par l'intérmédiaire des ailes intérieures d'un profilé spécial en "croix de Lorraine" utilisé comme semelles des nervures-fortes principales.

Nous avons soigneusement mis au point par essais partiels, en statique et fatigue, ce type d'éclissage à double face de conception fail-safe (voir ci-après).

2.2 Continuité des lisses de fuselage à travers les cadres-forts :

Un problème analogue au précédent se pose en ce qui concerne la continuité des lisses d'un fuselage coque de part et d'autre des cadres-forts nécessités par les introductions de charges importantes.

La fig. 5, ci-jointe, montre ce détail de passage en ce qui concerne l'un des trois couples-forts disposés à la jonction voilure-fuselage.

On remarque que ce couple, de structure-caisson, est équipé d'éléments de raidisseurs liés à sa semelle extérieure. La jonction de chacune des lisses, associées par soudure électrique par points à chaque panneau constitutif du revêtement extérieur, s'effectue au montage sur chacun de ces raidisseurs. Une continuité, sans inflexion de la ligne moyenne des efforts, est ainsi réalisée. On notera, sur cette figure, la présence sous les échancrures des âmes du couple d'un bourrelet continu, venant au filage de ces profilés spéciaux (profilés dont le cintrage est effectué à la machine Hufford). Ce bourrelet donne une protection efficace en fatigue contre les "effets d'entaille" résultant des échancrures.

On notera également, en ce qui concerne les cadres-courants visibles sur le même cliché (fig. 5), la présence de bords-tombés autour des échancrures de passage des lisses, ainsi que la double reprise de ces lisses sur le couple : reprise sur l'aile extérieure commune au revêtement et reprise sur une patte pliée solidaire du flanc du couple. Cette dernière précaution, assurant un passage de caractère fail-safe aux réactions locales de pressurisation, est consécutive à nos essais partiels en fatigue sur un tronçon de fuselage (voir ci-après § 4.2_1).

On remarque, enfin, sur le même cliché une jonction longitudinale de revêtement, effectuée par trois rangées de rivets fraisés avec tôles embrevées. Ces jonctions ont fait l'objet d'une mise au point très poussée dans le cadre de notre expérimentation partielle en fatigue (voir également ci-après).

3 PRECAUTIONS CONTRE LA FATIGUE PARTICULIERES A LA CABINE PRESSURISEE

L'importance des problèmes de fatigue dans le cadre des cabines étanches pressurisées a été mise en évidence par les remarquables recherches et expérimentations effectuées au R.A.E. de Farborough, consécutivement aux malheureux accidents des avions Comet 1. Cette importance ne se manifestait cependant pas avec une évidence à priori, puisqu'il s'agit, en ce qui concerne la pressurisation, de charges bien connues et appliquées une seule fois par vol.

A ces charges soutenues et "absolument sûres" les règlementations de calcul en vigueur n'appliquent en résistance statique qu'un coefficient de sécurité égal à 2 à la rupture. Elles précisent toutefois, dans leurs récentes éditions, qu'il y a lieu

de tenir compte de tous les effets dits de "concentrations de contraintes".

L'observation de cette précision est, en fait, indispensable pour assurer une vie en fatigue convenable, même dans le cadre des faibles nombres d'alternances correspondant à la préssurisation, c'est à dire de l'ordre de 10^4 alternances garanties (10.000 vols). Elle conduit, en pratique, avec notre connaissance actuelle des divers assemblages, à effectuer un dimensionnement statique avec un coefficient nettement supérieur à 2. C'est ainsi que pour la Caravelle, ce coefficient pratique, résultant de nos calculs et essais de fatigue partiels est au minimum égal à 3, particulièrement au niveau de tous les assemblages. Nous verrons ci-après que la recherche des propriétés "fail-safe" conduit, parallèlement, à la même conclusion pratique.

Un problème particulier se présente, en outre, dans le cadre des cabines pressurisées des avions de transport; c'est celui des concentrations d'efforts autour des diverses ouvertures nécessitées par les aménagements (hublots, portes d'accés, issues de secours, etc....). A ces concentrations d'efforts inévitables il convient d'apposer des renforcements ou dispositifs structuraux, éliminant, en pratique, les concentrations de contraintes.

C'est dans cet esprit "d'isocontrainte" qu'ont été traités dans la Caravelle, les divers encadrements d'ouvertures ou procédés de reprise des portes. Nous en présentons ci-dessous deux exemples types.

3.1 Encadrement des hublots (voir fig. 6 et 7.)

Le principe de ces renforts structuraux consiste à créer autour de chaque ouverture un cadre fermé de conception "caisson", délimité horizontalement par des lisses fortes et verticalement par les couples adjacents. Un tel cadre, de stabilisation locale parfaite est justiciable d'un calcul hyperstatique simple dont nous avons pu vérifier l'excellente approximation par explorations extensométriques effectuées sur nos avions prototypes.
La perspective de la fig. 6 montre les détails de réalisation de ces encadrements. On remarque, en particulier, la présence d'un gousset renforçant directement la tôle extérieure autour de l'ouverture, gousset associé à cette tôle par points de soudure électrique. Ce renfort, particulier à nos avions de série, a été disposé malgré les excellents résultats de notre expérimentation en version prototype (voir ci-aprés § 4.2_1) de façon à sauvegarder au maximum la bordure intérieure du caisson où s'effectue le rivetage de l'embouti d'encadrement. La contrainte maximum calculée est ainsi de l'ordre de 10 kg/mm2 (14.000 psi) à la pression sûre (8,25 psi), contrainte que nous vérifierons prochainement aux essais de pressurisation de notre avion-test n° 03.

On notera également la conception "fail-safe" de cet encadrement comprenant trois épaisseurs de tôles et de multiples membrures.

On remarquera enfin, toujours sur la fig. 6 la présence d'une double-glace résistante : la glace extérieure épaisse supporte

la pression avec un coefficient de sécurité statique de l'ordre de 20. La glace intérieure, montée en membrane, a été calculée et expérimentée en laboratoire, pour tenir l'action d'une mise en pression instantanée (brisure accidentelle de la glace extérieure) avec un coefficient de sécurité statique demeurant ensuite supérieur à 3.

La fig. 7 montre sur une photographie intérieure du fuselage (avions prototypes), la continuité structurale de tous nos encadrements de hublots ou issues de secours, encadrements réalisant, en fait, un caisson continu d'un bout à l'autre de la cabine passagers. On remarque, en outre, sur ce cliché le maillage serré de la cabine étanche (distance entre lisses 100 à 140 mm, distance entre couples 465 mm). On note également que tous les couples sont directement liés au revêtement sur tout leur périmètre. Ces facteurs constructifs sont trés précieux en conception "fail-safe".

.2 Encadrement et dispositif de reprise structurale des trappes de soutes :

La perspective de la fig. 8 montre l'ensemble et les détails de l'encadrement disposé autour de ces ouvertures ventrales rectangulaires de dimensions 750 x 900 mm (2,5 x 3 feet approximativement).

C'est un encadrement-caisson à trois parois résistantes d'un principe analogue à ceux décrits ci-dessus, capable d'assurer à lui seul le passage des efforts généraux de préssurisation et de flexion générale du fuselage.

Cependant, pour accroître encore la sécurité en pressurisation, nous avons adjoint à cet encadrement le dispositif structural suivant :

la porte proprement dite, dont l'ouverture s'effectue vers l'intérieur conformément aux recommandations du CAA, est, en position fermée, solidarisée à l'encadrement dans le sens des tensions principales de pressurisation. Cette solidarisation s'effectue à l'aide de crochets en acier coulé à forte résilience, disposés, sur la porte et l'encadrement, aux deux génératrices longitudinales de bordure. Ces crochets qui présentent entre eux, au montage, un léger jeu, entrent progressivement en contact pendant l'application des charges de pressurisation, par suite des déformations élastiques de la structure. Ces déformations et les contraintes correspondantes, se trouvent ainsi limitées à une valeur trés faible, notamment aux angles de l'ouverture.

On notera la conception "fail-safe" de ce dispositif à deux possibilités de passage de charges.

Un dispositif analogue est réalisé sur la porte cargo (dimensions 2 m x 2 m) prévue, optionnellement, sur nos avions de série et expérimentée dans le cadre de nos essais de fatigue d'ensemble de structure.

ESSAIS DE FATIGUE PARTIELS

Toutes les précautions contre la fatigue, prises dans le dessin d'une structure, précautions dont nous venons de voir quelques exemples, découlent certes, à leur origine, du simple bon sens. Elles ont néanmoins besoin d'être concrétisées et complétées, notamment dans certains détails de réalisation, par des recherches expérimentales.

Etant donné le caractère de dispersion, bien connu, des phénomènes de fatigue, ces recherches expérimentales exigent l'exécution de nombreuses éprouvettes de chaque catégorie afin de pouvoir en extraire des enseignements probants. Par nécessité d'économie et de rapidité des essais, ces nombreuses éprouvettes sont effectuées sur des assemblages élémentaires, permettant toutefois de dégager l'allure générale des phénomènes, et d'isoler l'influence de chaque variable étudiée.

Après cette mise au point préliminaire, vient le stade des essais sur ensembles partiels, réellement représentatifs de la région de structure étudiée.

C'est dans cet esprit qu'ont été exécutés les divers essais de fatigue partiels relatifs à la Caravelle, essais dont nous ne pourrons donner qu'un aperçu rapide dans le cadre du présent exposé.

4.1 Essais de divers assemblages élémentaires :

Les fig. 9 et 10 donnent une vue d'ensemble des éprouvettes correspondantes, essayées à ce jour, éprouvettes groupées dans le hall des pulsateurs de l'Etablissement Aéronautique de TOULOUSE.
Nous noterons, en passant, la puissance des moyens d'essais de cet Etablissement qui dispose actuellement, en ce qui concerne les recherches de fatigue, de :

- 8 pulsateurs Schenck, horizontaux ou verticaux, dont la puissance s'étend de 2 tonnes à 60 tonnes.
- 7 vibrophores Amsler de puissance 2 t. à 10t.
- 2 torsators Schenck d'une puissance de 300 et 2000 mkg,

auxquels il convient d'ajouter l'appoint de deux machines de traction Amsler modifiées en pulsateurs à fréquence lente (4 hertz) mais dont la puissance atteint, pour l'une d'elles, 250 tonnes avec la possibilité de 14 mètres entre mors.

Parmi l'ensemble de ces recherches effectuées sur éprouvettes élémentaires (éprouvettes dont le total atteint environ 800) nous ne mentionnerons que les 5 groupes principaux suivants :

1) Recherches sur jonctions longitudinales du revêtement de cabine pressurisée :
   20 séries, 320 éprouvettes, buts principaux :
   - étude de la disposition du rivetage
   - influence du type et forme des têtes fraisées des rivets
   - influence du processus de réalisation des embrèvements de tôles (voir ci-après).

2) Recherches sur éclissages des semelles du caisson de voilure : comprenant 9 séries d'éclisses simplifiées (120 éprouvettes) destinées à rechercher :
- l'influence du matériau des semelles
- le tracé optimum de l'éclisse.

3) Recherches sur divers éléments d'assemblage à tête fraisée (10 séries, 80 éprouvettes) destinées à compléter nos essais sur éclisses simplifiées en ce qui concerne :
- le choix des organes d'assemblage (axes, rivets Hi-Shear, JO-Bolt, rivets SL).
- le processus d'exécution et d'amélioration des fraisages des toles des semelles.

4) Recherches sur assemblages par chapes (5 séries, 76 assemblages)
destinés à étudier systématiquement, à échelle réduite, nos éléments de jonction centrale des demi-voilures, notamment en ce qui concerne les protections contre la corrosion-frottement.

5) Recherches sur profilés d'angle du caisson de voilure au niveau des trous pour mise à l'air libre des réservoirs structuraux : 96 éprouvettes ayant permis de définir le renfort optimum et ses procédés de liaison, ainsi que le comportement de divers matériaux en fatigue sous compression.

Principaux enseignements déduits de ces essais :

Parmi les nombreux enseignements extraits de ces essais sur assemblages élémentaires, nous retiendrons deux exemples :

Exemple 1
Embrevements des tôles de revêtement de la cabine pressurisée

La fig. 11 groupe les "courbes de Wohler" obtenues dans le cadre de nos essais 1), d'une part (éprouvette A_1) avec le procédé classique d'embrèvement à froid, d'autre part (éprouvettes A_4) avec le procédé d'embrèvement à chaud avec "contre-bouterollage" (machines Zéphyr). On remarque qu'aux "charges-sûres" de pressurisation indiquées sur ces diagrammes, les valeurs moyennes sont sensiblement égales dans les deux cas. Mais, il n'en est pas de même en ce qui concerne la dispersion remarquablement plus réduite dans le cas de l'embrevement à chaud. Cet important facteur qui sanctionne la régularité dans les opérations d'exécution d'atelier, régularité d'ailleurs controlée par des épreuves en cours de fabrication, nous a fait adopter ce procédé d'embrevement à chaud pour les fuselages pressurisés de nos avions de série "Caravelle".

Exemple 2
Brunissages des fraisures de semelles

Dans le cadre de nos essais 3) dont les courbes de Wohler de la fig. 12 donnent l'ensemble des résultats, il ressort, pour un même organe s'assemblage (vis F/120°), l'influence d'une opération de finition dite "brunissage" effectuée dans les fraisures des tôles. Aux environs des charges d'utilisation (soit 1000 kg) la vie en fatigue est augmentée de 50 % par cette opération (gamme 2) d'exécution trés simple avec un petit outillage approprié. Cette amélioration de détail a

été retenue pour toutes les fraisures effectuées dans les éléments vitaux de la structure des "Caravelle".

On notera qu'une opération similaire est effectuée à tous les "lamages" des ferrures principales.

4.2 Essais d'ensembles partiels.

4.2$_1$ Essais d'un tronçon de fuselage :

Dès le stade de construction des prototypes, nous avons expérimenté en fatigue un tronçon de fuselage reproduisant les caractéristiques courantes de la cabine passagers, version prototypes, dans la région d'épaisseur minimum du revêtement.
Ce tronçon équipé d'un hublot normal et d'une issue de secours a été soumis à un total de 40.000 pressurisations à la pression sûre, majorée de la dépression maxima extérieure (soit 0,635 kg/cm2 ou 9 psi) au cours desquelles nous avons intercalé, 5 pressions d'épreuve à 0,850 kg/cm2 (12 psi) et 2 pressions extrêmes (18 psi).
La fig. 13 groupe deux photos de ce tronçon : à droite au cours de recherches extensométriques préliminaires, à gauche dans son dispositif d'essai en milieu hydraulique.
Les seuls incidents constatés au cours de cette expérimentation en fatigue sont :
- l'arrachement de quelques rivets de jonction lisses-couples, incident qui a motivé la double stabilisation de nos lisses, version série, exposée ci-dessus (§ 2.2 et fig. 5).
- une petite crique de fatigue (longueur 4 mm environ) découverte vers 30.000 alternances dans l'angle inférieur de l'encadrement du hublot. Cette crique, non réparée, n'a pas progressé jusqu'à la fin des essais. Il est important de faire ressortir le caractère "fail-safe" découlant de cette expérimentation.

En supplément à ces essais en fatigue, le tronçon a été soumis à diverses sollicitations statiques, notamment en torsion jusqu'aux charges limites. Il a, enfin, été rompu en pressurisation pure, cette rupture s'étant produite à un joint longitudinal de revêtement (extérieurement aux hublots) sous une pression de 1,6 kg/cm2, soit 2,75 fois la pression normale de cabine.

On notera que, par rapport à ce tronçon, nos fuselages de série sont nettement renforcés, puisque :
- l'épaisseur minimum du revêtement a été portée à 1 mm (jauge 19 s.w.g) au lieu de 0,9 mm (jauge 20 s.w.g)
- les rivetages longitudinaux de revêtement ont été portés à 3 rangées au lieu de 2 et les embrevements améliorés (voir ci-dessus).
- les encadrements de hublots ont été renforcés par le gousset décrit ci-dessus (§ 3.1)

4.2$_2$ Essais d'éclisses de caisson de voilure :

Ces essais, faisant suite aux éclisses simplifiées mentionnées ci-dessus, ont comporté eux-mêmes 2 stades :

1er stade : Essais de recherches sur un éclissage.
Essais effectués dans le cadre de la nervure 26 (intrados) où s'effectue la seule jonction transversale de toles de revêtement du caisson. Quelques-unes des 16 éprouvettes correspondantes sont visibles fig. 10.
Au cours de ces essais, nous avons complété, à l'échelle grandeur, les renseignements relatifs à divers paramètres constructifs tels que :
- influence du matériau (voir ci-après)
- " du dessin de l'éclisse
- " des éléments de liaison.

Nous avons également étudié la rapidité de propagation des criques de fatigue, renseignement précieux en conception "fail-safe". Mentionnons l'un de ces résultats :
Une crique est apparue dans la tole AU4G1 (au niveau d'un rivet) à 3,5 x 10^5 alternances (alternances effectuées en traction entre zéro et 25 % de la charge extrême). La rupture finale ne s'est produite, sous les mêmes sollicitations, qu'à 4,6 x 10^5 alternances. On constate ainsi un "reliquat de vie" correspondant à 24 % de la vie totale après apparition d'une crique. On notera que les sollicitations appliquées couvrent largement celles correspondant à la vie normale de l'avion.

2ème stade : Essais de vérification sur 4 éclissages.
Ces essais, actuellement en cours, comportent la reproduction fidèle du "système de répétition" de chaque éclissage de la semelle intrados de caisson de voilure, soit 4 types d'éclisses à 2 spécimens chacune.
La fig. 14 montre en préparation une éprouvette comparable essayée en statique. On notera les dimensions importantes de ces spécimens essayés au pulsateur Schenck de traction de 60 tonnes ou au pulsateur Amsler de 250 tonnes.

5 LA CONCEPTION FAIL-SAFE ET LE CHOIX DES MATERIAUX

Nous avons déjà fait fréquemment appel, au cours de l'exposé précédent, à la notion de "fail-safe" c'est à dire à la "sécurité malgré la défaillance partielle"; et nous avons fait ressortir quelques exemples de conception correspondante appliqués à la Caravelle.

Bien que ce vocable "fail-safe" soit d'introduction récente dans la technique, il correspond, en fait, à une préoccupation très ancienne de tout constructeur. On en trouve en effet les reflets dans bien des détails de structures ou d'installations non modernes, comme aussi dans des règlementations datant des premiers âges de l'Aéronautique.

Il demeure, toutefois, qu'une expérimentation trés poussée effectuée notamment aux U.S.A. a permis, récemment, d'associer intimement le principe du "fail-safe" avec celui de la résistance à la fatigue.

Cette remarquable association de principes permet, dans une certaine mesure, d'éviter l'incertitude résultant du caractère de dispersion propre aux phénomènes de fatigue. Elle est concrétisée par un amendement récent au Règlement CAR 4 b.

Nous ne pouvons, dans le présent exposé, entrer dans les détails des expérimentations visées ci-dessus (1), expérimentations dont nous préparons d'ailleurs actuellement le reflet dans le cadre de la Caravelle.

Il ressort néanmoins de ces essais, comme de notre propre expérience acquise au cours de nos essais en fatigue, que la rapidité de naissance et surtout de propagation d'une déchirure (ou crique de fatigue) est fonction non seulement du taux de contrainte appliqué en traction (contrainte générale ou locale) mais aussi du matériau utilisé.

C'est ainsi que l'on constate que les alliages au zinc (AZ8GU, AZ5GU, soit 78S et 75S) se comportent à cet égard nettement moins bien que les alliages au cuivre du type AU4G ou AU4G1 (18 S, 24 S) malgré leur résistance statique supérieure.

Dans l'état actuel de nos connaissances sur la réalisation industrielle des assemblages et sur leur tenue correspondante en fatigue, cette constatation équivaut pratiquement à une condamnation des alliages au zinc dans toutes les parties de structure travaillant, essentiellement, en traction (c'est à dire à des contraintes de traction générales ou locales importantes et fréquentes).

Par contre, ces alliages au zinc demeurent trés avantageux dans toutes les parties structurales travaillant essentiellement en compression. Ils présentent, en effet, sous ce mode de sollicitation, un avantage statique nettement plus marqué qu'en traction, par suite de leur haute limite de proportionnalité et de stabilité élastique qui en découle. A cet avantage statique, il ne s'oppose pas, en compression pure, l'inconvénient de fatigue et de rapidité de progression des déchirures rencontré en traction, ce que nous avons pu vérifier dans nos expérimentations partielles notamment au cours de la série d'essais 5) mentionnée ci-dessus § 4.1.

Il importe donc d'effectuer un choix judicieux dans la répartition des divers matériaux d'une structure pour sauvegarder à la fois la sécurité et la légéreté.

Dans le cadre de nos avions de série Caravelle, ce choix a été effectué de la façon suivante (voir schéma fig. 15) :
Nous avons limité l'emploi de l'alliage au zinc AZ 5 GU (75 S) aux seuls éléments ci-après : éléments linéaires, continus et sollicités essentiellement en compression.
- toles et profilés-raidisseurs courants de la semelle extrados du caisson de voilure.
- Profilés-raidisseurs courants des semelles du caisson de plan fixe horizontal.

(1) Voir en particulier réf. 5 et 6 de la bibliographie ci-jointe.

- lisses (étirées ou filées) de la partie centrale des régions cylindriques du fuselage.

Tous les autres éléments longitudinaux ou transversaux de la structure, réalisés sous forme de tôles ou de profilés filés, sont en alliage ou cuivre AU 4 G1 (24 S) à l'exception de quelques éléments secondaires en AU 4 G.

On notera que nous avons totalement éliminé l'emploi de l'alliage AZ 8 GU (78 S).

En ce qui concerne les ferrures, organes où il est souvent difficile de discriminer le sens des sollicitations locales et où les "effets d'entaille" sont particulièrement redoutables, nous avons totalement éliminé l'emploi de l'alliage de forge AZ 5 GU (75S) Les diverses ferrures en alliages légers de la Caravelle sont réalisées à partir d'ébauches forgées ou matricées en AU 2 GN ou AU 4 G1, à l'exception des fûts d'atterrisseurs, réalisés en alliage de forge AU 4 SG (14 S).

Si le choix judicieux des matériaux constitue, à notre sens, l'un des facteurs primordiaux de succés vis-à-vis des qualités "fail-safe" d'une structure, il demeure bien entendu que celle-ci doit satisfaire par ailleurs à un niveau de contraintes suffisamment bas et homogène et à des conceptions structurales adaptées à ce principe de sécurité malgré la défaillance partielle.

En ce qui concerne le niveau des contraintes, rappelons les mesures prises, en particulier, pour la cabine étanche de la Caravelle où les contraintes courantes de pressurisation n'excèdent pas 8 kg/mm2 (11.300 psi) pour le revêtement et 6 kg/mm2 (8500 psi) pour les couples et où nos encadrements ou dispositifs structuraux réalisés à chaque ouverture éliminent,pratiquement, les concentrations de ces contraintes.

Aux diverses conceptions "fail-safe" déjà mentionnées, qu'il nous soit permis d'ajouter deux autres exemples :

1er exemple :
Le caisson de voilure à 3 âmes et raidisseurs non "intégrés" au revêtement présente une sécurité considérable. En effet, même dans le cas d'une crique "monstrueuse" s'étendant,par exemple, sur la largeur totale ab (fig. 15) de l'une des deux tôles intrados, il demeure encore une fraction trés grande de la section de la semelle considérée et, surtout, il subsiste un corps fermé (demi-caisson arrière) pour assurer le passage des importantes sollicitations de torsion.

2ème exemple :
On remarque sur la fig. 16 la présence d'une "poutre centrale", solidaire constructivement du fuselage, mais reprenant en haut et en bas la face arrière du caisson de voilure. Cette poutre centrale de section caisson, appuyée à l'arrière sur un cadre-fort, forme un système de passage de charges (notamment en torsion de voilure) s'ajoutant aux trois paires de ferrures disposées en regard du caisson. Cette jonction hyperstatique présente, en supplément à ses grands avantages statiques pour une voilure en flèche, un caractère "fail-safe" de première importance.

6 ESSAIS DE FATIGUE D'ENSEMBLE DE STRUCTURE

Si les essais partiels, effectués sur de nombreuses éprouvettes, constituent le principal instrument de recherches en fatigue, il demeure en supplément nécessaire de vérifier que l'ensemble de la structure est homogène, c'est à dire ne comporte pas de points faibles, omis dans cette expérimentation partielle. C'est l'un des buts principaux des essais de fatigue d'ensembles de structures qui constituent, en outre, le seul moyen permettant de réaliser correctement l'ensemble des sollicitations coexistant à certains noeuds vitaux de la cellule.

C'est au R.A.E. de Farnborough que l'on doit l'initiative de ces remarquables expérimentations dont l'importance matérielle de mise en oeuvre est frappante. Cette importance matérielle provient, en grande partie, de la nécessité d'opérer les pressurisations du fuselage en milieu hydraulique. Rappelons que cet artifice expérimental s'impose, non seulement pour des questions de sécurité, mais aussi pour réduire considérablement l'énergie à mettre en oeuvre, de façon à accélérer le rythme des multiples cycles d'essais.

La fig. 17 montre une perspective d'ensemble de ces essais, actuellement en cours de préparation pour la Caravelle, dans le cadre de l'Etablissement Aéronautique de Toulouse.

L'éprouvette d'essai, baptisée Caravelle N° 03, actuellement au stade constructif de montage, comprend toutes les "oeuvres-vives" principales de la structure, c'est à dire tous les éléments vitaux où l'énergie potentielle accumulée en régime de déformations sous charges risquerait de donner lieu à une propagation rapide et dangereuse des criques de fatigue. On notera que, pour des raisons expérimentales, l'empennage horizontal fera l'objet d'un essai séparé.

On remarquera sur la fig; 17 l'importance des éléments d'infrastructure, ainsi que celle des outillages mécaniques nécessaires à la mise en charge.

Le diagramme joint à la fig. 17 donne l'allure de cette mise en charge au cours d'un cycle-type représentant "un vol fictif". On remarque qu'un tel cycle comprend deux phases :
- une phase "vol" où l'avion est sustenté par la voilure et
- une phase "sol" où il repose sur son train d'atterrissage.

L'appareillage est conçu pour réaliser fidèlement la grandeur et la répartition des charges, notamment la flexion du fuselage, les forces d'inertie et de poussée sur fuseaux-réacteurs, ainsi que les efforts aux attaches des atterrisseurs (compte-tenu en particulier des charges de freinage). Ce cycle-type de charges symétriques, réalisé par un appareillage entièrement automatique, en 3 minutes, est déterminé, par le calcul, pour représenter le même endommagement en fatigue qu'un vol réel d'une durée d'environ 3 heures (étape-type de la Caravelle).

Ce calcul d'endommagement est basé sur des statiques d'accélérations en vol, statistiques dépouillées en fonction de l'altitude pour réaliser, notamment, une synchronisation judicieuse entre la pressurisation et les rafales.

Le diagramme figuré est établi à partir des statistiques enregistrées sur les avions Comet 1 au cours de 2000 heures de vol en exploitation, statistiques complétées par des données publiées par le N.A.C.A., en ce qui concerne les charges dites "de manoeuvre". Notons que cet ensemble de statistiques donne lieu aux conditions les plus "dures" connues à ce jour.

En supplèment à ces cycles-types, notre programme d'essais comporte, toujours dans le cadre des sollicitations symétriques, l'application périodique ou fortuite de charges plus importantes. Ces pointes de charge en rafales, évaluées conformément au règlement CAR 4 b, correspondent à l'esprit d'une vérification des propriétés "fail-safe" de la structure. Elles seront appliquées à chaque fois qu'une crique de fatigue sera décelée, avant d'effectuer toute réparation. Pour couvrir le cas de criques non découvertes, nous prévoyons, en outre, l'application de ces "charges fail-safe" tous les 500 cycles à partir du 5000ème.

En ce qui concerne le déroulement pratique des essais dans le temps, nous prévoyons le type suivant de programme journalier, basé sur la nécessité de contrôles fréquents et minutieux (recherche des criques éventuelles ou étude de leur propagation) :

- essais proprement dits (en fonction^{t} automatique)	12 h. 30 m.
- vidange cuve (1000 m3)	2 h.
- contrôle journalier (cuve vide)	5 h. 30m.
- remplissage cuve	2 h.
- application éventuelle de "charges fail-safe", mesure des fuites cabine et réglages	2 h.
total	24 h.

Avec la durée prévue pour un cycle (3 minutes, soit 20 cycles à l'heure) ce programme journalier correspond donc à la peprésentation de : 20 x 12,5 = 250 vols fictifs.

En d'autres termes, une journée d'essais figure l'endommagement en fatigue équivalent à :

250 x 3 = 750 heures de vol en exploitation, (soit 125 voyages Paris-Casablanca et retour).

Compte-tenu de la nécessité de grands contrôles périodiques ou d'aléas éventuels de fonctionnement, le programme hebdomadaire d'essais est fixé à :

5 x 250 = 1250 vols fictifs (soit 3750 heures de vol).

On notera que chaque semaine d'essais sera ainsi équivalente en fatigue à plus d'une année d'exploitation nous une excellente rotation.

Nous mentionnerons, enfin, que ces essais de fatigue et de fail-safe d'ensemble de la structure Caravelle débuteront en Mai 1957, soit environ 1 an avant la mise en service de nos premiers avions de série. Compte-tenu de la cadence d'expérimentation exposée ci-dessus, ces premiers avions bénéficieront donc déjà des enseignements que nous y recueillerons.

CONCLUSION

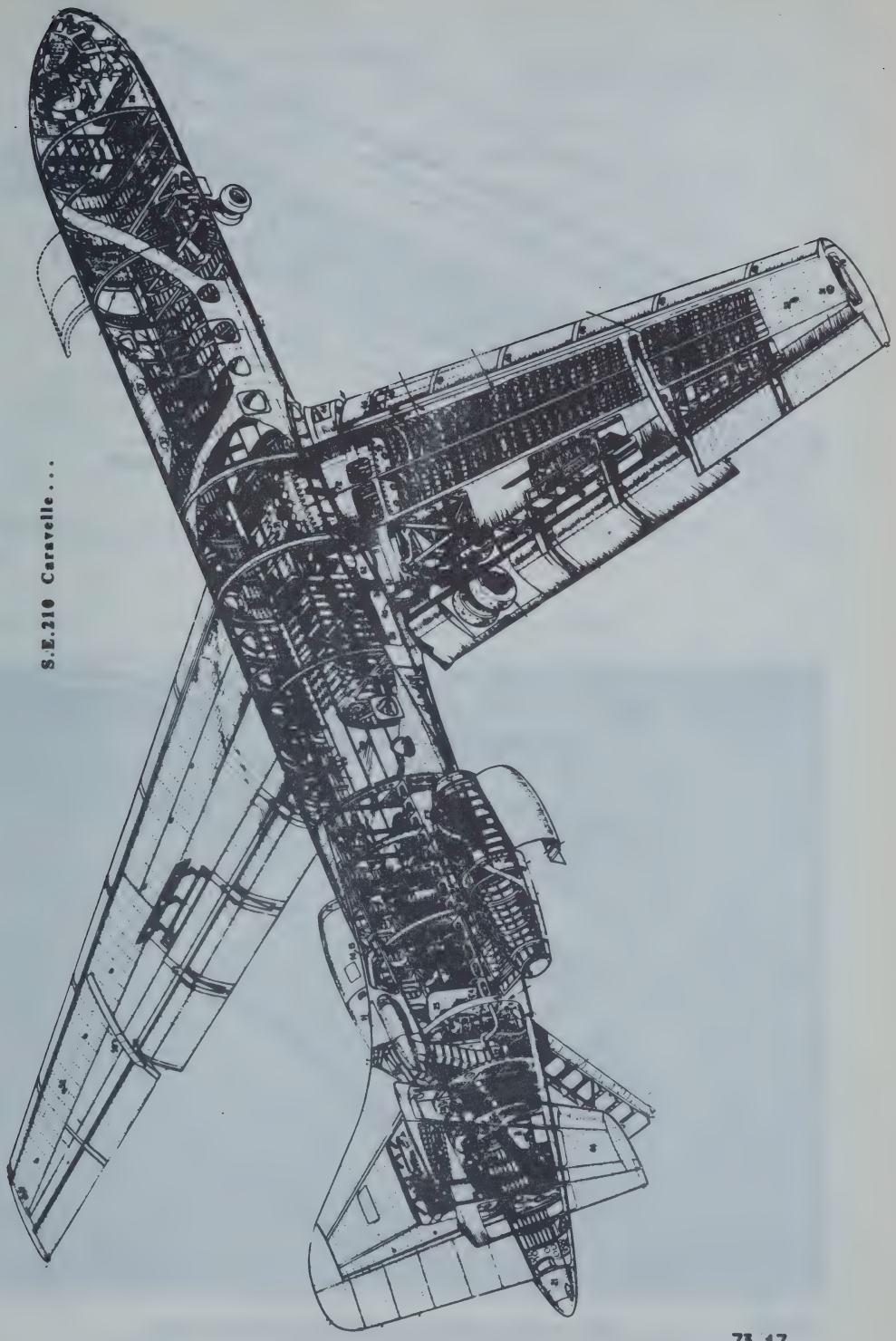
En conclusion au présent exposé, qu'il nous soit permis de formuler l'espoir d'avoir réussi à faire ressortir toute l'importance accordée aux problèmes de fatigue et de "fail-safe" dans la conception et la réalisation de la structure de nos avions CARAVELLE.

Nous avons vu que de cette préoccupation majeure est né un ensemble cohérent de précautions ou de mesures s'étendant du stade originel aux détails de finition.

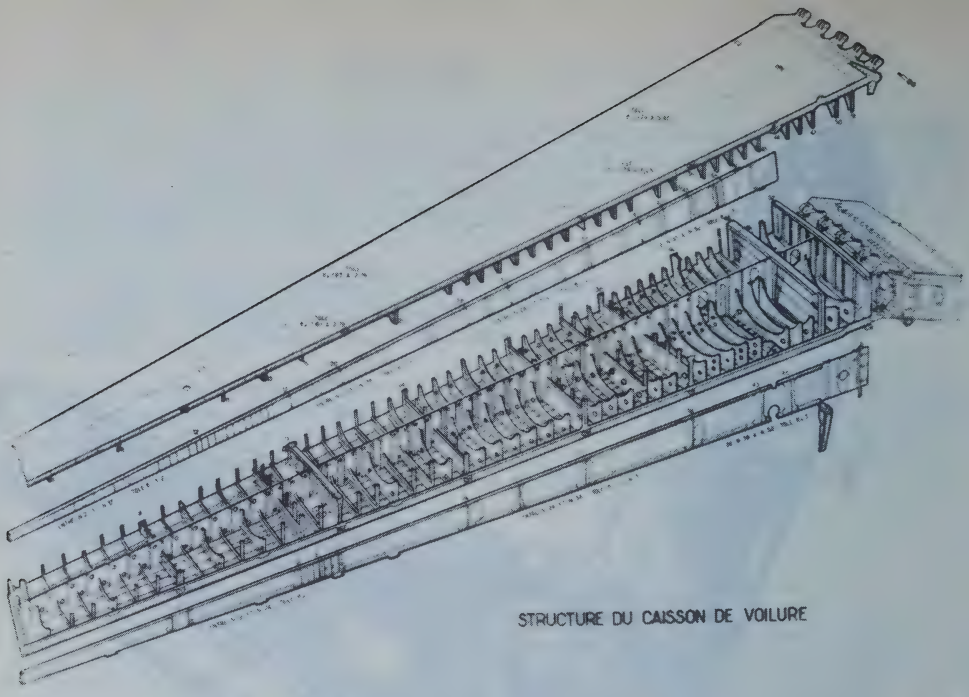
Cet ensemble de précautions, dont le bien fondé est déjà largement accrédité par nos essais partiels, nous permet d'attendre avec la plus grande confiance la sanction de nos essais d'ensemble en préparation, tant en ce qui concerne l'endurance en fatigue que les propriétés "fail-safe" de nos structures.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

1. W. BARROIS (STAé) : Sur la fatigue des cellules d'avions.
2. R. CAZAUD : Fatigue des métaux en construction aéronautique. (Sud-Est Aviation)
3. W.A,P. FISHER : Fatigue aspects of structural design (J.R.Aé Sty - Mars 56)
4. G.R. GOHN : Fatigue ... what we do and don't know about (SAE Journal N° 9 - September 1955)
5. J.F. Mc BREARTY (Lockheed) : Fatigue and fail-safe airframe design (SAE Prep. 610)
6. A. SORENSEN (Boeing) : Some design considerations for tear-resistant airplane structures (I.A.S. prep. 618)
7. R.H. SANTIFER (Handley-Page) : Aircraft design philosophy
8. W.Y. DUNCAN : The Comet and design against fatigue (Engineering 18.2.55)
9. P.B. WALKER (R.A.E.) : Pressure-cabin fatigue. A survey of the problem and the test methods developed R.A.E.

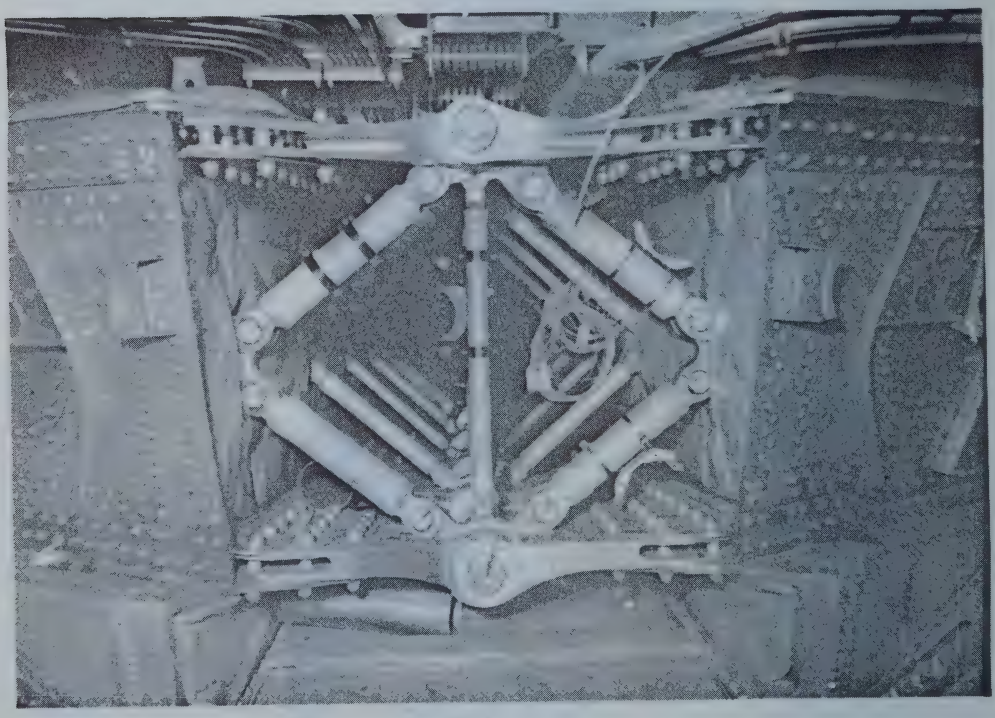


S.E.210 Caravelle...



CAISSON DE VOILURE

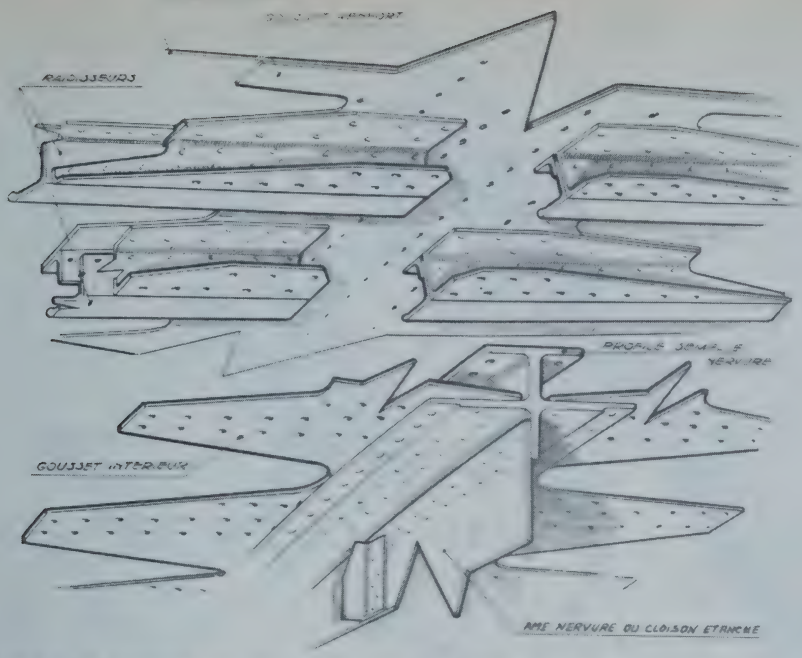
Fig. 2



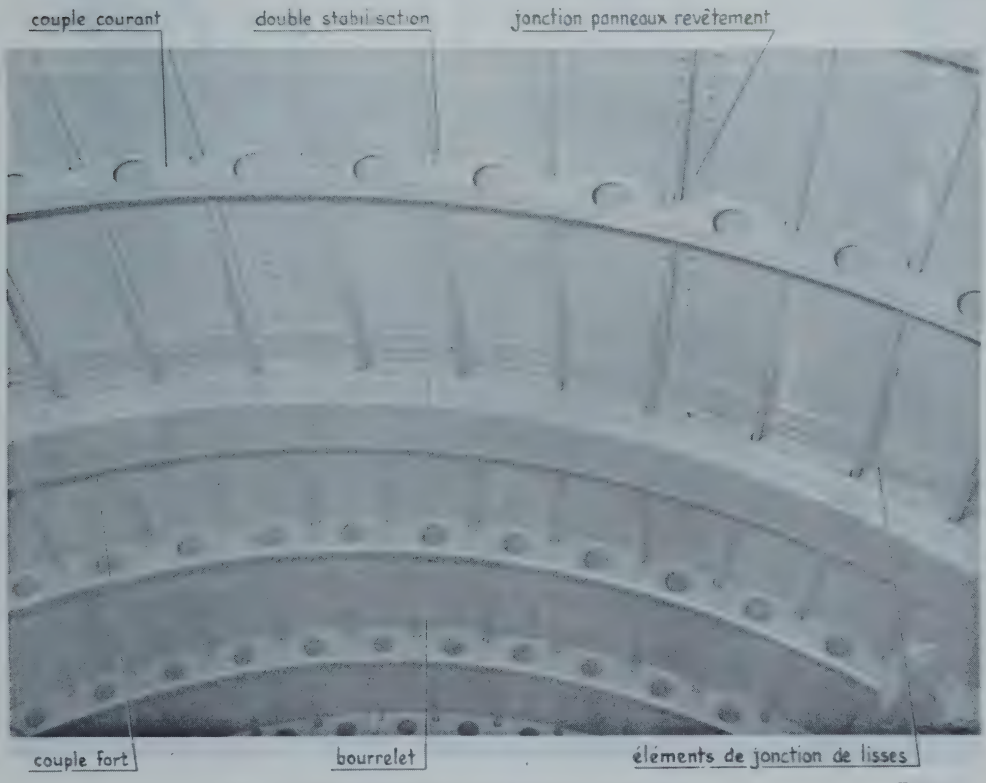
73.18

JONCTION CENTRALE CAISSON DE VOILURE

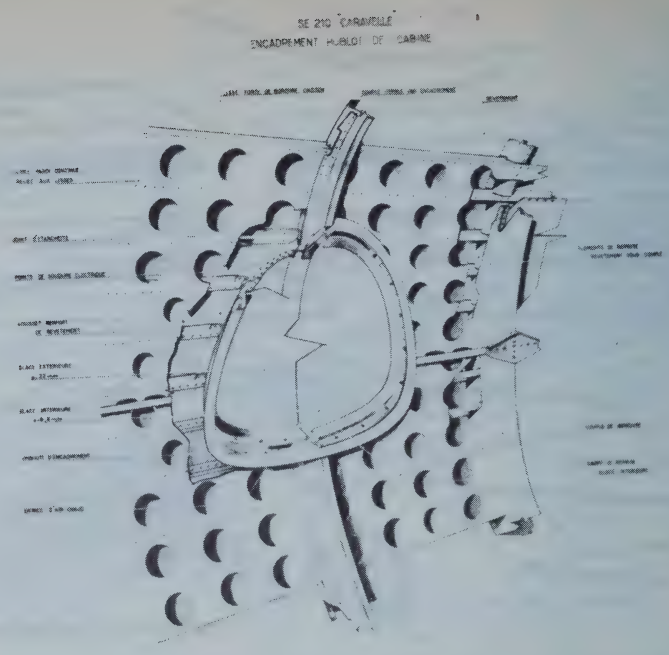
Fig. 3



PRINCIPE D'ECLISSAGE DES RAIDISSEURS DU CAISSON DE VOILURE Fig. 4



DETAIL DES NŒUDS COUPLES-LISSES DU FUSELAGE 73.19



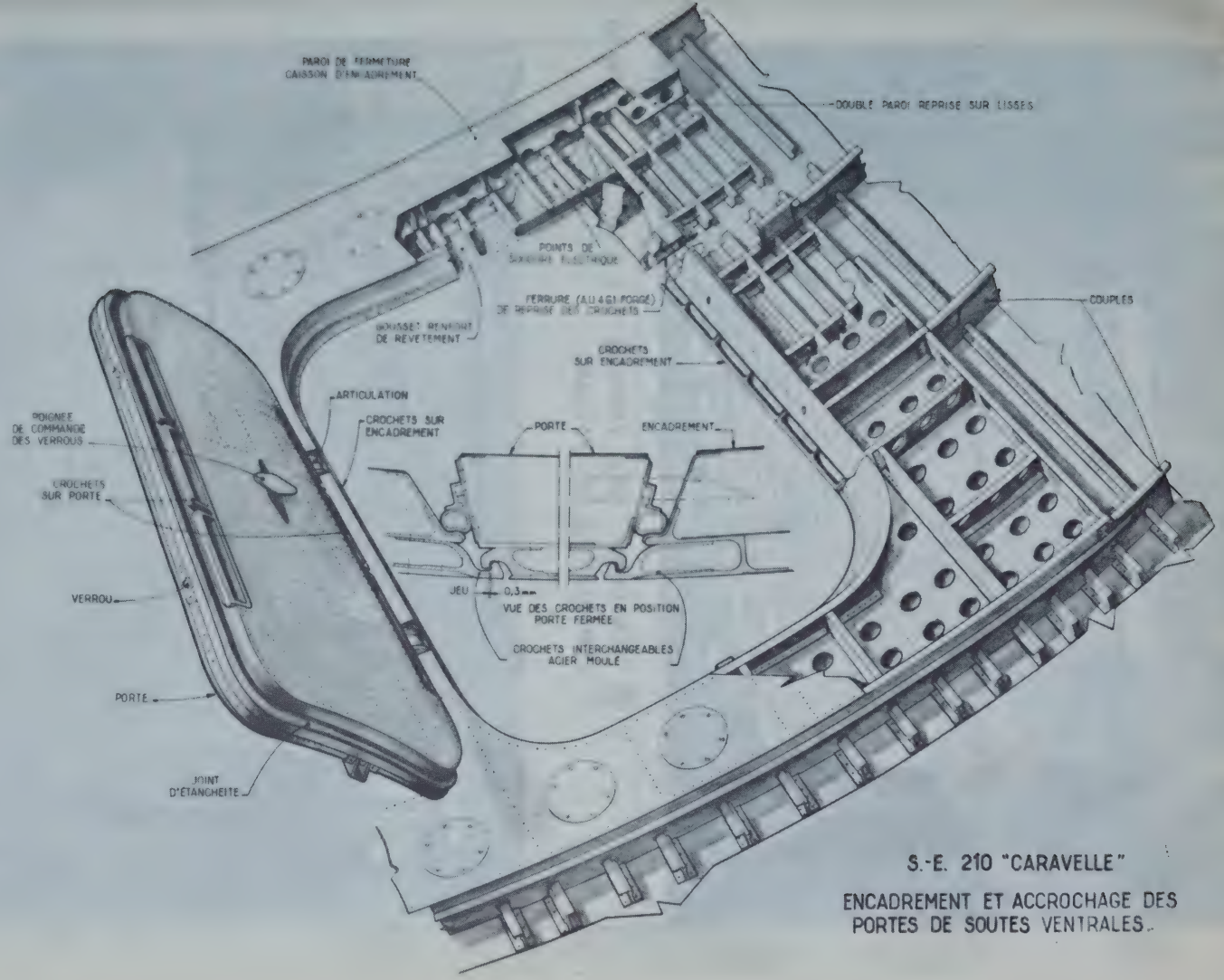
ENCADREMENT HUBLOT DE CABINE

Fig. 6

73.20

VUE INTERIEURE DU FUSELAGE

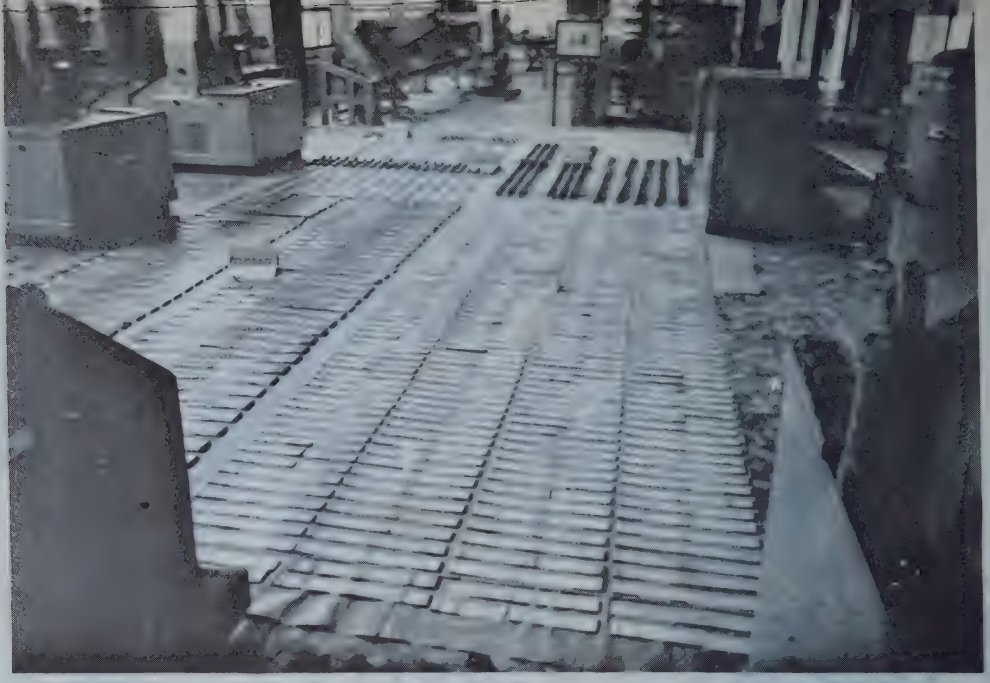
Fig. 7



73.21

S.-E. 210 "CARAVELLE"

ENCADREMENT ET ACCROCHAGE DES PORTES DE SOUTES VENTRALES.



VUES D'ENSEMBLE DES ÉPROUVETTES ÉLÉMENTAIRES DE FATIGUE

Fig. 10

ESSAIS DE FATIGUE SUR ASSEMBLAGES PAR RIVETS FRAISÉS ET TOLES EMBREVÉES (JONCTIONS LONGITUDINALES CABINE PRESSURISÉE)

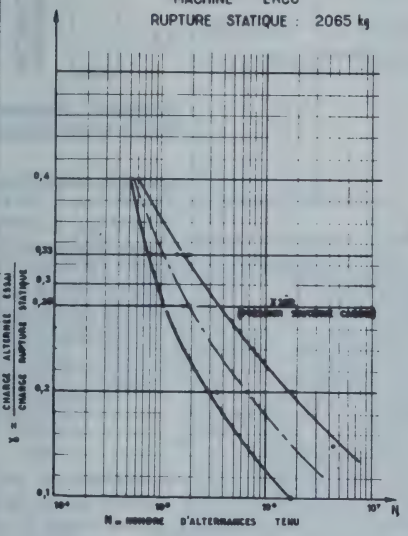
PROCÉDÉ D'ESSAI : CHARGES ALTERNÉES (ZÉRO A F) EN TRACTION AU PULSATEUR SCHENCK 2 TONNES — 30 HERTZ

EPROUVETTES A_1

EMBREVEMENTS A FROID

MACHINE ERCO

RUPTURE STATIQUE : 2065 kg

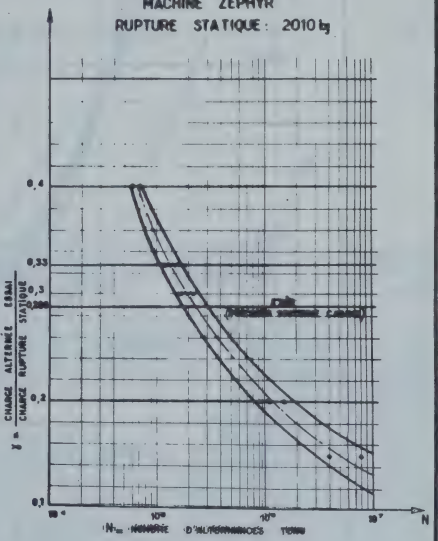


EPROUVETTES A_4

EMBREVEMENTS A CHAUD

MACHINE ZEPHYR

RUPTURE STATIQUE : 2010 kg



SCHEMA DES ÉPROUVETTES

Fig. 11

ESSAI DE FATIGUE

COMPARAISON D'ÉPROUVETTES DE TÔLES ASSEMBLÉES PAR DIVERS ELEMENTS D'ASSEMBLAGE

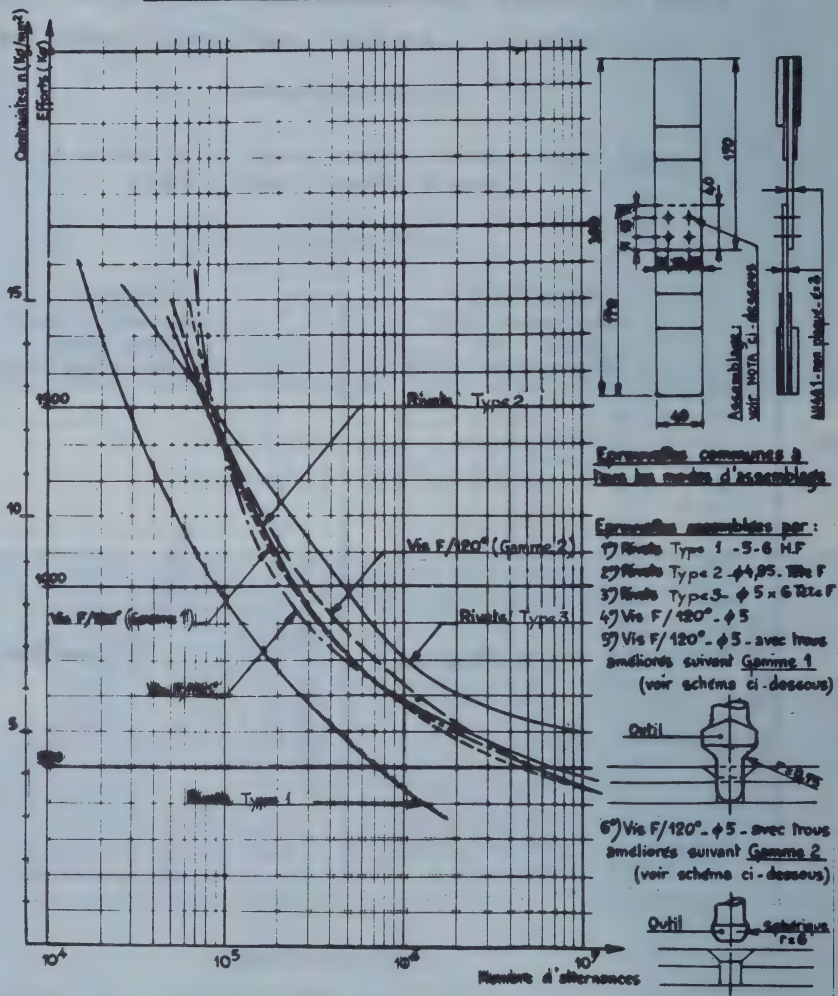
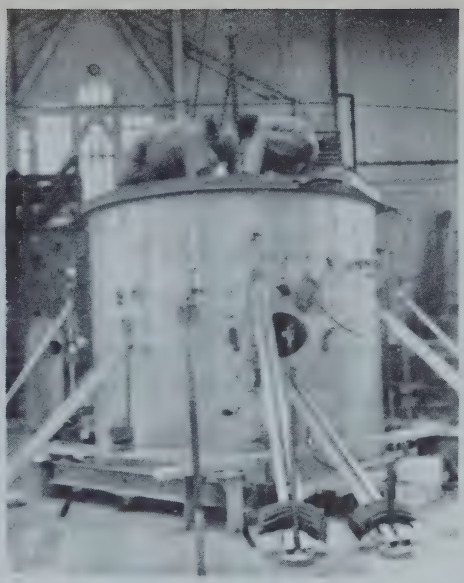
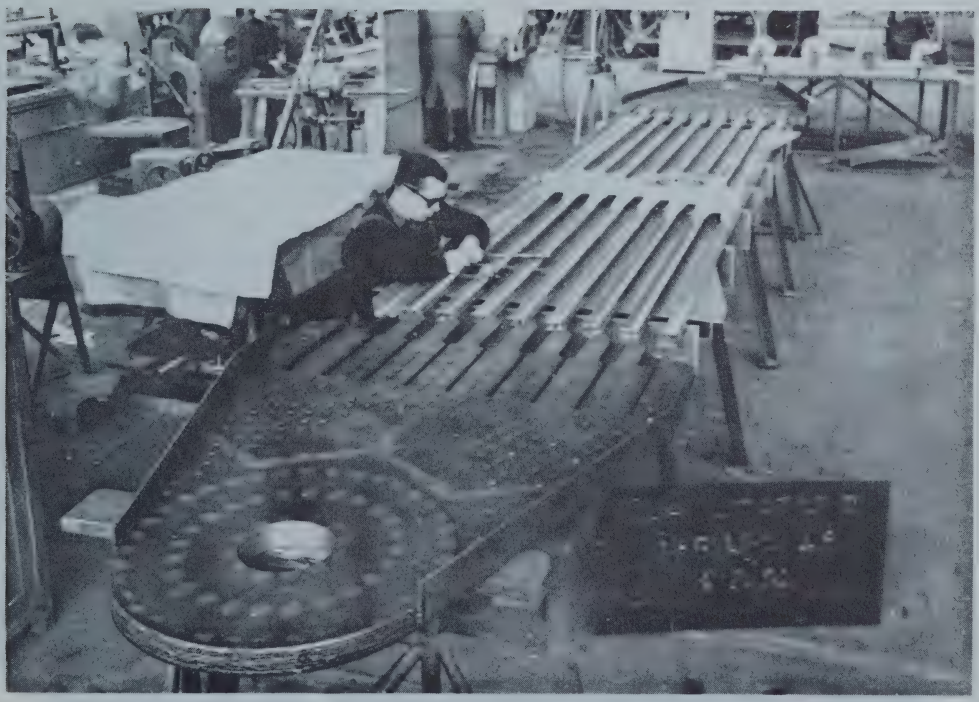


Fig. 12



TRONÇON DE FUSELAGE POUR
ESSAI DE FATIGUE

Fig. 13

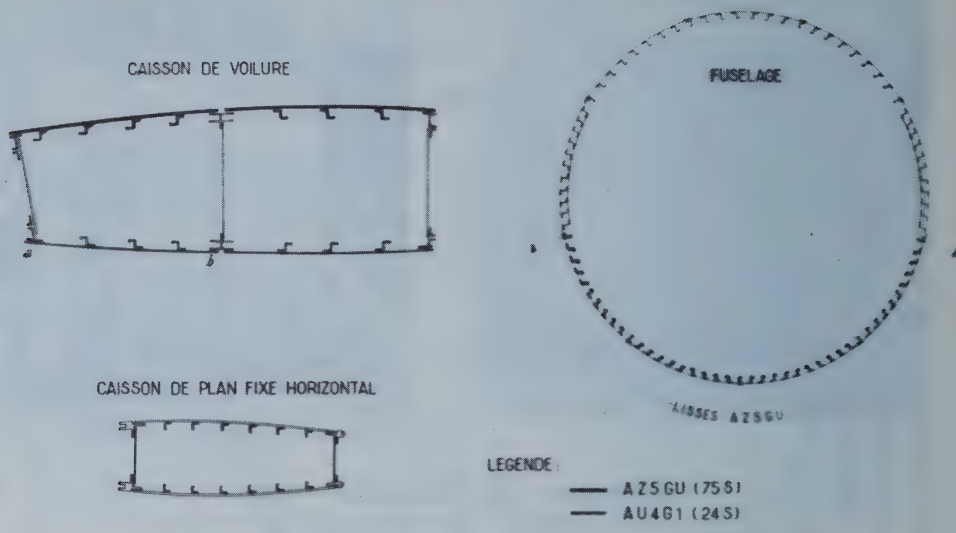


EPROUVETTE D'ESSAI STATIQUE
ECLISSE DE VOILURE

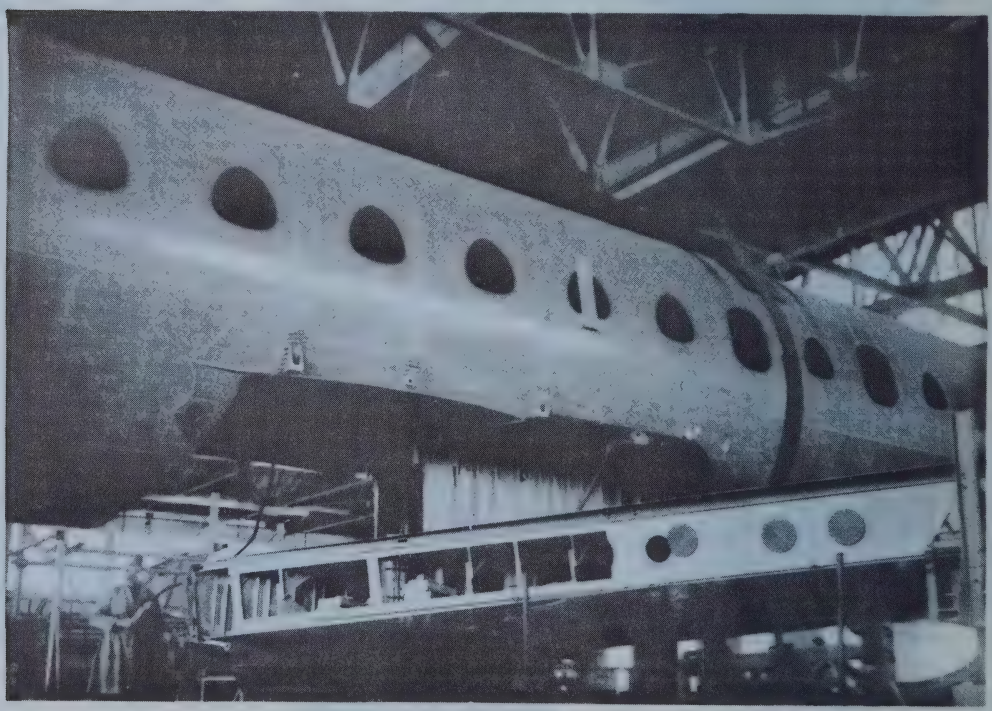
73.25

Fig. 14

CHOIX DES MATERIAUX



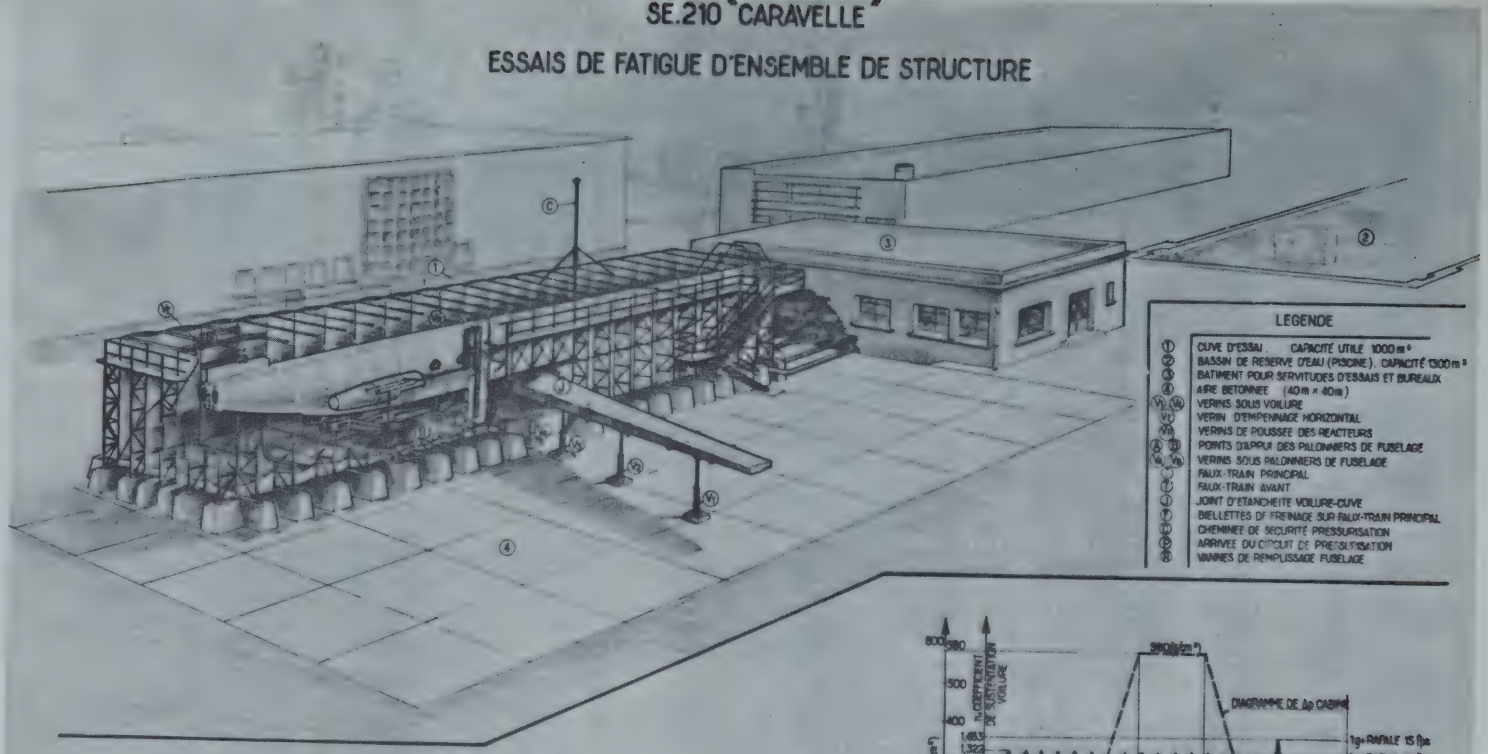
REPARTITION DES MATERIAUX SUR CAISSON DE VOILURE, PLAN FIXE HORIZONTAL ET FUSELAGE. Fig.15



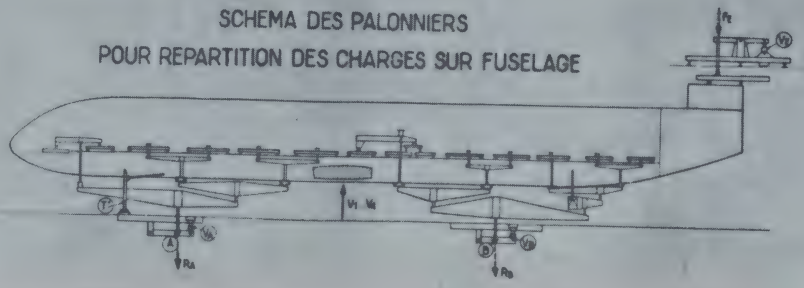
73.26 JONCTIONNEMENT DU FUSELAGE AU CAISSON DE VOILURE (AVION 01) Fig. 16

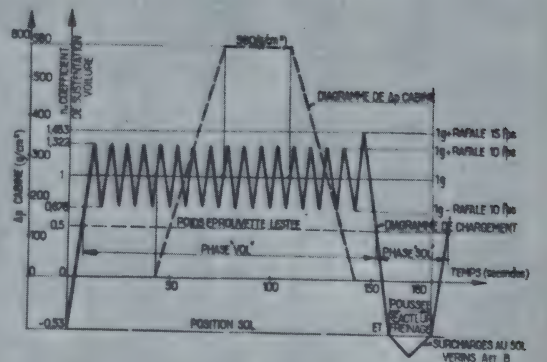
SE.210 "CARAVELLE"

ESSAIS DE FATIGUE D'ENSEMBLE DE STRUCTURE



SCHEMA DES PALONNIERS
POUR REPARTITION DES CHARGES SUR FUSELAGE





CYCLE TYPE
REALISÉ SUR APPAREILLAGE AUTOMATIQUE

73.27
Fig 17

ASPECTS ECONOMIQUES ET FINANCIERS DE LA PRODUCTION D'AVIONS DE TRANSPORT AVEC PROPULSION A REACTION

par Alberto VALLISNERI (+)

L'étude concerne les avions civils de transport avec propulsion à réaction, dont la production industrielle est déshormais commencée.

On évalue avant tout quelques éléments qui concourent aux prix élevés caractérisant la construction des prototypes des avions cités.

En passant aux prix de la production on relève comment ils ne peuvent être autres que remarquables, en tenant compte des besoins, relativement modestes, de l'aviation de transport dans le monde.

Et cela à cause de l'augmentation de la productivité des avions modernes, même face à une nette augmentation de la circulation aérienne, soit de passagers, soit de marchandises.

Il en dérive donc des problèmes d'immobilisations financières ingentes, devant lesquelles seule une collaboration entre les industries aéronautiques d'Europe peut offrir la possibilité d'une action de concurrence envers les autres industries.

1. Préface

Les aspects présentant un caractère économique et financier sont sans aucun doute parmi les plus représentatifs de ceux qu'on peut utiliser pour préciser la progression d'une activité productive déterminée.

Grâce à eux en effet, on peut examiner, dans le détail et dans l'ensemble, les differentes phases qui constituent le cycle de la production, depuis la phase initiale appartenant au domaine du projet et de l'étude technique, pour en arriver à la phase terminale, du domaine commercial et administratif.

(+) Dr.Ingenieur Conseil du "Centro di Informazioni e di Studio per lo Sviluppo degli Scambi Aeronautici con l'Estero", membre de l'"Associazione Italiana di Aerotecnica" et du "Centro per lo Sviluppo dei Trasporti Aerei".

C'est donc pour cela que le problème industriel, derivant de l'avènement de la production des avions de transport à réaction, nous le considèrerons précisément dans ses aspects economiques et financiers, et cela par un examen, bref cependant, de la manière suivant laquelle ces aspects se présentent dans les différentes phases constituant le cycle de la production des avions en question.

2. Les prix dans la construction des prototypes

Pour prendre le mouvement depuis la phase de projet et d'éxperiences nous ne pouvons eviter de rappeler d'abord les exigences particulières de caractère aérodynamique que présentent les cellules destinées aux grandes vitesses, même subsoniques.

D'où l'enorme travail d'expérimentation, c'est pourquoi, nous le savons, le modèle du BOEING 707 Stratoliner a été soumis à 1900 heures d'épreuve dans la soufflerie, ce qui s'ajouta à l'imposante masse des résultats aerodynamiques relevés précédemment pendant les épreuves analogues de 20.000 heures à peu près auxquelles on avait soumis les modèles des avions précédents B.47 Stratojet et B.52 Stratofortress.

Plus généralement nous pouvons affirmer que l'avènement de la propulsion à réaction et son développement ont eu comme bases les recherches théoriques et experimentales.

Nous ne disposons pas des élements nécessaires pour donner une appréciation économique des épreuves aérodynamiques en général, mais il est suffisant de ne rappeler que les valeurs considérables que nous devrons attribuer à la mention "amortissement pour installations de recherche" quand la LOKHEED, par exemple, réserve aujourd'hui 125millions de dollars à l'expansion des souffleries aérodynamiques et des laboratoires de recherche et à leur modernisation.

Et cela tient parfaitement sa place dans la politique des USA sur le plan des recherches où, dans la seule année 1953,les industries aéronautiques dépensèrent 758millions de dollars pour recherches et développements, qui représentèrent le 12% des entrées de cette année; pour d'autres types d'industrie ce pourcentage est en moyenne de 2%.

A l'effort mentionné plus haut, il faut ajouter celui soutenu directement par le Gouvernement Féderal qui, dans la même année fiscale, eut des dépenses pour 523millions de dollars destinés à des recherches dans l'intérêt de ses propres forces de l'air, et de 67millions de dollars pour les activités du N.A.C.A..

En passant à des problèmes de calcul et résistence des structures, les bien connus évenements qui se sont vérifiés sur l'avion à réaction qui le premier, jusqu'à aujourd'hui, a été em

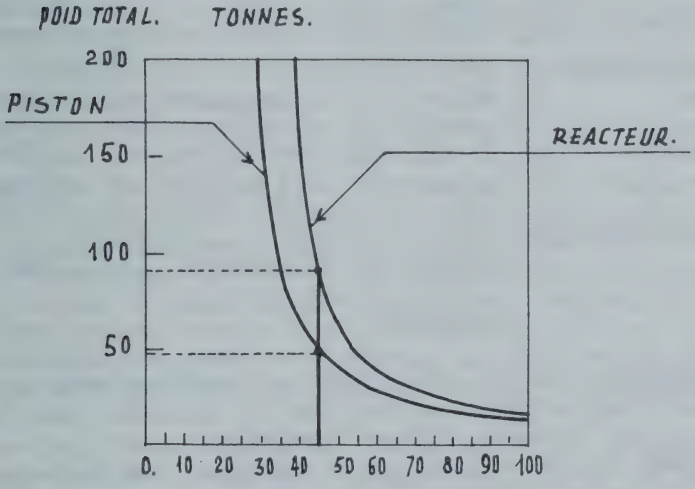
ployé en service de ligne, le DE HAVILLAND Comet I, ont crée des exigences particulières, imposant des épreuves de résistence à la fatigue des matériaux et des structures que nous pouvons bien definir exceptionnelles et très coûteuses.

Ainsi nous voyons le fuselage de l'avion SNCASE Caravelle mis à l'épreuve de 40.000 cycles de pression et de dépression, et les hublots du même avion soumis à 10.000 cycles de variation de pression entre deux températures limites de -50° et +50°.

La même conception de projet donne lieu, par rapport aux avions de transport à piston, à une incrémentation particulière des poids à vide, par exemple.

Pour appuyer cela, nous avons résumé, d'aprés une étude de M. Du Merle, les courbes de variation du poids total de deux avions, l'un à piston, l'autre à réaction, chacun prévu pour une charge payante de 10 t., une autonomie de 6.000 Km., et une finesse de cellule de 18, en fonction du coefficient Rc.

COURBE DE VARIATION DU POID TOTAL EN FUNCTION DU COEFFICIENT r_c



$$r_c = \frac{\text{CHARGE PAYANT + CHARGE CONSOMMABLE}}{\text{POID TOTAL}}$$

Fig. 1

On en déduit que pour la même valeur du coefficient Rc. l'avion à réaction donnerait lieu à une incrémentation de poids par rapport à celui à piston estimable au 80%.

Nous nous dépêchons de souligner qu'en fait cette incrémentation est réduite successivement, en opérant, en vue de l'augmenter, sur la finesse de l'avion et en utilisant le poids unitaire inferieur des groupes propulseurs à réaction rapporté au

cheval de puissance equivalente développée, comparé au moteur à piston.

Mais malgré cela un plus grand poids résiduel, le résultat est inévitable, est causé, en dernier examen, par la nécessité de l'empotage du carburant, demandé en quantités particulières par les nouveaux types de propulseurs.

En plus de ceux que nous avons cité, d'autres exemples nombreux pourraient être utilisés pour enumérer et évaluer les charges particulières dérivant du projet et, par suite, de la construction d'un prototype d'avion de transport à réaction, dont le prix, en valeur absolue et par kilogramme du poids au décollage, a subi une nette augmentation par rapport à ceux qu'on avait pour des avions prototypes à piston, comme indiqué dans le tableau n°I suivant:

Prix des prototypes de quelques avions de transport

type d'avion	poids de décollage Kg.	prix approché $	prix $/Kg.
CONSOLIDATED VULTEE Convairliner	18.250	2.100.000	115
LOKHEED Constellation	47.250	5.000.000	106
SNCASE Caravelle	41.000	6.660.000	162
BOEING 707-120 Stratoliner	102.060	15.000.000	147

Tableau I

On y remarque qu'alors pour les deux premiers avions on pouvait parler d'un prix/Kg. autour des 110 dollars, pour les suivants on en est arrivé à 150 dollars/kilo.

Le problème de l'outillage ne se présente pas en termes particuliers en ce qui concerne les avions de transport à réaction: il en est pour ceux-là comme pour tous les avions de type moderne dont le niveau technique de production très élevé comporte un outillage d'usine, spécifique et général, adapté, avec par suite a des immobilisations de capitaux considérables.

Nous citerons en passant les investissements que nous voudrons appeler "patrimoniaux", tels qu'ils se vérifient de pair avec la construction des avions de transport à réaction.

DOUGLAS, par exemple, a une nouvelle usine en construction de 9.300 m^2 recouverts destinée au montage des DC.8, pour un prix de 15millions de dollars.

BOEING, rien que pour le montage des éléments du fuselage du Stratoliner, a placé 8millions de dollars pour recouvrir 5.000 m^2.

Pour les frais des matériaux employés aussi, la production des avions en question se place dans le problème général des prix élevés que les mêmes présentent aujourd'hui, et cela sur tout pour les caractéristiques qualitatives toujours plus pous sées que l'on demande aux matériaux destinés aux avions modernes, parmi lesquels le Titanium est aujourd'hui particulièrement re présentatif, avec son poids spécifique peu élevé par rapport aux caractéristiques mécaniques: prix 44$/Kg. environ.

3. Rôle de l'aviation de transport dans la production aéronautique.

Pour examiner enfin les prix de la production pour la par tie qui concerne les dépenses consacrées à la main d'oeuvre, nous savons qu'ils sont principalement fonction des quantités produites, à même titre que d'autre facteurs.

A cet égard, nous croyons intéressant de chiffrer le rôle qu'à joué jusqu'à à présent, et qu'est destiné à jouer à l'ave nir, l'aviation marchande dans le champ de l'industrie des con structions aéronautiques.

Si l'on se rapporte aux matériaux de vol utilisés, on peut caractériser trois périodes distinctes, dont la première va de l'apparition du DOUGLAS DC.3 avec moteur à piston - 1936 - jusqu'à l'après guerre immédiat, - 1945 -, et a vu l'emploi d'avions principalement bimoteurs court et moyencourriers.

La deuxième période est celle qui va de 1946 jusqu'à aujour d'hui, et qui a marqué la production et l'emploi, qui continuera cependant encore pendant quelques années, d'avions quadrimoteurs, toujours avec des moteurs à piston, sur des routes atlantiques dont les premiers sont le DOUGLAS DC.6 et le LOKHEED Constellation.

La troisième période est enfin celle qui commence aujourd'hui sur le plan industriel et dans une période de trois ans à peu près dans le domaine du transport de ligne, caractérisé par l'avénement des avions de transport avec propulsion à réaction.

Les deux premières périodes marquent le peu d'importance que la production des avions de transport a eu dans l'ensemble géné ral de l'activité productive aéronautique, comme le montrent quelques éléments statistiques relevés aux USA qui, pour ce que nous dirons par la suite, peuvent être pris comme "pays étalon" pour illustrer nos remarques.

Pour les quantités produites, en considérant comme avions civils tous ceux qui ne sont pas militaires et dont ceux de

transport constituent une classe particulière, on a:

Production d'avions près de l'industrie Nord Américaine

période	avions militaires N.rs	avions civils N.rs	total des avions produits N.rs	avions de transport N.rs	avions de transport/ avions civils %
1936-1945	309.303	23.806	333.109		
1946-1955	54.997	83.217	138.214		
les mêmes en excepta nt les années 1947 et 1949		61.832		2.320	3,76

Tableau II

Si nous passons des quantités numériques aux valeurs des commandes assez représentatives aux fins que nous nous proposons, elles se présentent comme dans le tableau suivant, exprimé en millions de dollars.

Valeurs des commandes d'avions aux USA dans la période 1948-55

	commandes militaires millions de $	commandes civiles millions de $	total millions de $
Avions et pièces	21.799	2.812	24.611
Moteurs et pièces	9.210	1.007	10.217
Hélices et pièces	798	165	963
	31.807	3.984	35.791

Tableau III

Les données précédentes n'ont pas besoin de commentaires particuliers, en tant qu'ils confirment "ad abundantiam" comment l'aviation civile en général et l'aviation de transport en

particulier ait donné lieu jusqu'à aujourd'hui à un apport de travail à l'industrie aéronautique certainement modeste, si on le compare à celui qui provient de l'aviation militaire.

Et la constatation trouverait une ample confirmation aussi en d'autres pays, y compris la Grande Bretagne, qui a donné aussi une grande impulsion dans l'après guerre à la production d'avions de transport, dont quelques uns ont obtenu un grand succés commercial.

Pour ébaucher quelques prévisions pour le futur immédiat qui constitue la troisième période citée, nous ne pouvons éviter de tenir compte, d'abord, des caractéristiques de productivité des nouveaux avions à réaction dans la comparaison avec celle des avions à propulsion alternative, et en insérent aussi, dans l'examen de comparaison, les avions à propulsion à turbohélice.

Les résultats sont ceux portés par les deux tableau suivants:

Productivité des avions de transport moyen courriers

		1 Convair 440	2 Viscount	3 Caravelle	2/1	3/1
Passagers transportables	nombre	48	70	91		
Vitesse de croisière	km/h	465	510	790		
Productivité	passegers x km/h	22.320	35.700	71.890		
Prod.annuelle pour 3000 heures de vol	passegers x km.	66960000	107100000	215670000	1,6	3,2

Tableau IV

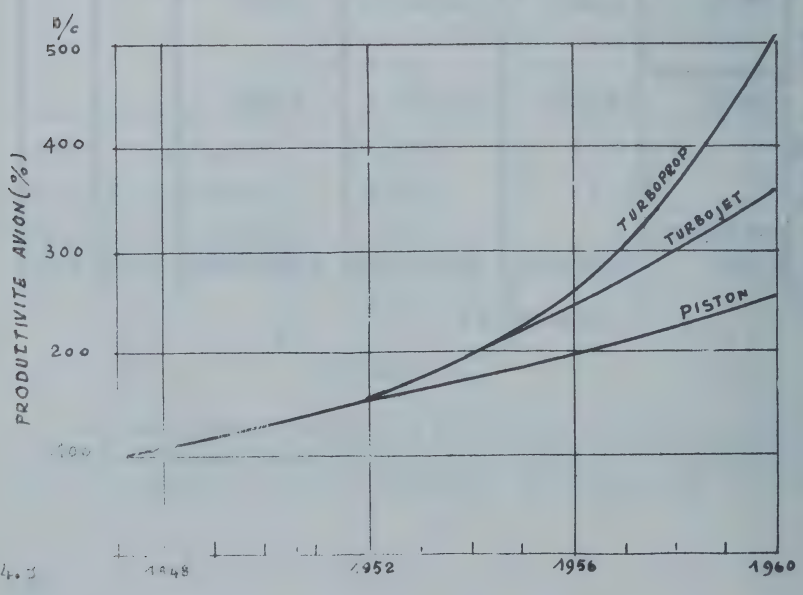
Productivité des avions de transport long courriers

		1 Lockheed L.1049	2 Bristol Britannia	3 Boeing 707	2/1	3/1
Passegers	nombre	94	83	147		
Vitesse de croisière	km/h	400	640	800		
Productivité	passegers x km/h	37.600	53.120	117.600		
Production annuelle pour 3000 h de vol	passegers x km.	112800000	159360000	352800000	1,41	3,14

Tableau V

Nous avons voulu aussi inclure les avions à turbohélice, en tant qu'ils sont certainement destinés à jouer un rôle de premier plan sur le marché des frêts aériens avec référence particulière au transport de marchandises, et pour lesquels l'augmentation de la productivité concernant les dix années 1950-1960 dépasse en pourcentage celui des avions par réactions eux-mêmes, comme il résulte du diagramme suivant:

ACCROISSEMENT DE LA "PRODUCTIVITE" DES AVION COMMERCIAUX.



74.3

Ce qui précède pourrait porter comme conséquence logique à une diminution des besoins des avions de transport, si l'on ne devait prévoir en même temps une augmentation décisive des transports soit de marchandises, soit de passagers sur les routes aériennes, et cela dans le cadre d'une incrémentation générale de l'intensité des transports, donc terrestres et maritimes aussi.

En limitant les prévisions quantitatives à la circulation transatlantique uniquement, des études soignées ont raisonnablement prévu pour 1960 un transport de passagers pour au moins le double du transport actuel et un transport de marchandise de deux à trois fois plus intense.

Donc, en tenant compte que:

1) en face d'une augmentation certaine des transports se place une incrémentation de la productivité des nouveaux avions;
2) parmi ces derniers il faudra bien tenir compte de ceux qui sont propulsés à turbine,

on en conclue que la production des avions de transport à réaction sera, dans un futur immédiat, du moins quantitativement contenue dans des limites probablement encore plus étroites que celles des avions à propulsion alternative, et dont, en outre, la disparition n'a pas du tout été décretée.

Pour en revenir aux dépenses de production, rapportées aux heures de travail, celles ci sont proportionnelles non seulement aux quantités qu'il il faut produire mais aussi aux cadences de production, suivant le développement de la famille de courbes représentées plus loin et paramétrées justement en fonction du rythme de production.

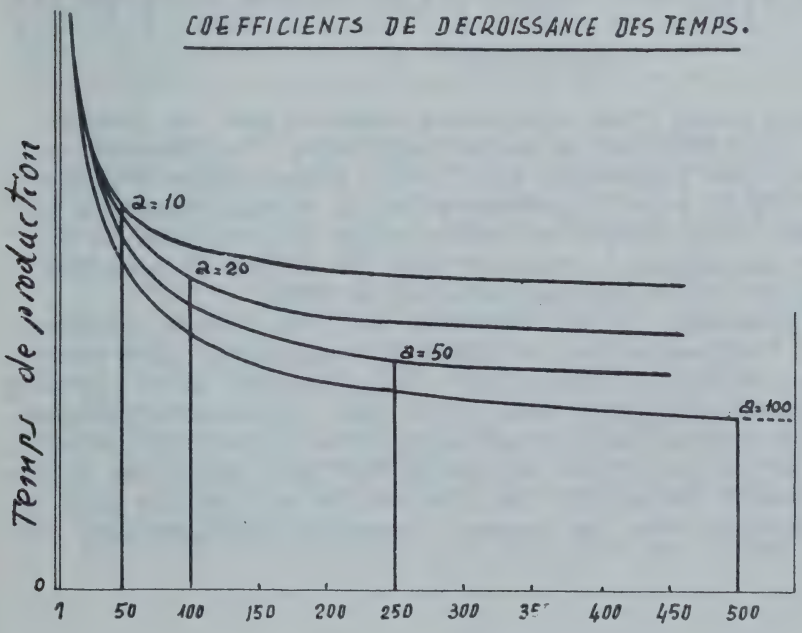


Fig. 3

Il est donc clair que, à la lumière des considérations faites précedamment au sujet des quantités prévisibles d'avions de transport à réaction à produire dans les prochaines années, la production de ces avions se fera dans des zones des courbes citées, pas intéressantes au point de vue économique. Nous pensons a u s s i de pouvoir, même grossièrement, arriver à une estimation de l'incidence négative que peut avoir sur les prix une contraction des quantités à produire.

En effet, si nous reportons plus loin les prix relatifs aux avions produit par DOUGLAS depuis le vieux DC.3 à piston au très moderne DC.8 à réaction, nous relevons une augmentation sur le prix du kilo du 800% à peu près.

Prix des avions de construction DOUGLAS

type des avions	poids à vide Kg.	poids au décollage Kg.	prix $	prix/Kg. du poids de décollage $/Kg.	prix/Kg. du poids à vide $/Kg.
Douglas DC 3	7.482	11.411	100.000	8,76	13,40
Douglas DC 4	17.343	33.142	450.000	13,58	26,00
Douglas DC 6	23.380	44.130	1.000.000	22,70	42,60
Douglas DC 7	30.842	55.429	2.000.000	36	65,00
Douglas DC 8	54.770	120.000	5.500.000	45,8	100,00

Tableau VI

Dans une autre étude nous avons démontré que, en prenant toujour en considération le marché américain, l'incrémentation des prix pour des phénomènes d'inflation pouvait être évaluée autour de 100% et pour l'incrémentation du niveau technique autour de 400%, nous pouvons en conclure que le phénomène de la contraction des séries à produire pour les avions en question devrait donner lieu à une augmentation de 300%.

Et le phénomène de la diminution des quantités à produire, même devant l'augmentation indiquée des transports, peut trouver une explication non seulement dans l'augmentation de la productivité déterminée plus haut, mais aussi dans les caractéristiques de spécialisation qui ne peuvent aujourd'hui nous faire défaut.

Si en effet les 11.000 unités DOUGLAS DC.3 produites en son temps trouvèrent les emplois les plus variés soit civils soit militaires, bien qu'avec des travaux d'adaption négligeables, il

est indiscutable qu'aujourd'hui un avion tel que le DOUGLAS DC.8 ne présente pas les mêmes caractéristiques de flexibilité d'emploi, en dehors de celles qui sont d'un type rattaché étroitement au transport de passegers.

4. Problèmes financiers

Les considérations exposées jusqu'à maintenant au sujet de quelques élements, qui, au total, participent à la constitution du prix d'un avion, ces considération dis-je, ont démontré comment le problème de la production de ces avions se présente en termes économiques indubitablement lourds et qui rendent tels aussi les problèmes de financiation qui s'y rattachent.

Sur ees derniers des situations d'un caractère transitoire ne manquent pas de venir en plus peser négativement, et de ces situations il faut bien en tenir compte dans l'étude de notre problème.

Nous nous rapportons, à titre d'exemple, à ce qu'il arriva à propos de l'avion cité, le DE HAVILLAND Comet I, dont les commandes massives initiales donnèrent lieu à des augmentations sur les dividendes de la societé productrice jusqu'au 50%.

Les accidents qui suivirent en 1954 provoquèrent en bourse une flexion minima du titre de 0,4.3, avec des pertes pour les propriétaires d'actions évaluées autour de 600.000 livres sterlings.

Un arrêt possible de la production des groupes propulseurs à réaction de type ROLLS-ROYCE Avon, prévus pour le Comet II, ont provoqué des flexions sur les actions aussi de cette Société, à partir d'une valeur minima de 0,1.3.-

En général nous pouvons dire que le marché financier, non seulement a réagi, dans le sens d'un rabais, dans les cas cités ci-dessus, mais qu'il continue aujourd'hui à maintenir une position très réfléchie face à des initiatives dans le champ des avions de transport à réaction.

Il suffit de penser que les action de BOEING, évaluées à la bourse de New York sur les 56-58 dollars, à la nouvelle de la commande d'avions Stratoliner ne donnèrent pas lieu à des variations appréciables dans le sens de la montée.

Et cela, à part toute autre considération, en tant que l'effet des commandes déjà citées sur le chiffre global d'affaires de la Société aurait été relativement négligeable, ou que l'on considère que les bénéfices nets dépendent surtout des contrats militaires.

Et on ne peut négliger que, dans des conditions normales,

l'industrie aeronautique, dans l'échelle des valeurs des rendements reconnus au capital, n'occupe dans les mêmes USA que la sixième place avec un 3,8%, là où la première est occupée par l'industrie pétrolifère avec le 10,7%.

On ne peut donc mettre en doute les difficultés qu'on doit surmonter pour pepérer parmi les ressources privées les capitaux destinés aux constructions en question, et à ce sujet, nous rappelons l'initiative d'il y a quelques années du Gouvernement Fédéral des USA de résoudre le problème en assurant la financiation du 75% des dépenses prévues pour la construction d'un prototype d'avion de transport à réaction, même sous forme d'un prix à correspondre à la firme constructrice en raison d'un million de dollars pour tout appareil vendu, jusqu'à la concurrence de 15 millions de dollars.

En France aussi nous avons de bonne raisons pour croire que la construction du Caravelle ait vu une large participation financière de l'Etat.

Pour rendre plus délicate la situation, des phénomènes d'un caractère politico-commercial peuvent intervenir par la suite, en tenant compte du rôle que joue aujourd'hui l' aviation commerciale dans le monde comme moyen de tutelle et de renforcement du "pavillon" aérien d'un pays déterminé.

Nous rappelons à ce sujet comment l'industrie aéronautique Russe offre aujourd'hui sur les marchés internationaux l'avion de transport à réaction TUPULIEV TU.104 au prix de 1.190mille dollars avec un poids au décollage de 75 tonnes, supérieur à celui de 70 tonnes du DE HAVILLAND Comet IV qui est offert à 2.800 mille dollars.

Nous devrions donc conclure que seules les industries à grande envergure, comme celles de l'Amérique du Nord, sont dans les conditions nécessaires pour résoudre positivement le problème, pour lequel ces mêmes industries peuvent compter en outre sur l'appui concret de leur gouvernement.

Déjà dans les deux premières périodes que nous avons citées au début de notre étude, il s'est vérifié une domination presque absolue dans le monde de l'industrie Nord Américaine, comme il résulte du tableau suivant:

Classification des avions de transport par rapport au pays de construction

pays de construction	le 31.12.1954		Le 31.3.1956	
	nombre	%	nombre	%
U.S.A.	2.143	86,6	3.326	89,6
Grande Bretagne	252	10,2	237	6,3
Canada	53	2,1	154	4,1
Autres Nations	28	1,1		
	2.476	100.00	3.717	100,00

Tableau VII

Elle montre en plus une croissance constante du phénomène cité et dont nous voudrions maintenant voir s'il doit se prolonger à l'avenir; c'est à dire si les Nations Européennes sont en état de contraster le marché nord américain des avions de transport à réaction.

Mettons de côté les aspects techniques et de production, pour lesquels l'industrie européenne a donné déshormais de larges preuves de ses possibilités positives, et arrêtons nous sur les aspects économiques et financiers.

Pour les premiers, nous avons pu à un autre moment démontrer que, sans considérer quelques paramètres bien qu'ils entrent dans la détermination des prix d'une manufacture quelconque, tels que ceux de type fiscal, l'ensemble des produits manufacturés européens pouvait résulter meilleur marché pour 20% à peu près du marché nord américain.

Malheureusement cette position avantageuse est frustrée de l'ampleur des séries produites qui en Europe sont largement inférieures à celles d'Amérique du Nord, suivant un rapport de l'ordre du 1/10è parfois.

Mais cette disproportion de situation est largement atténuée pour les avions de transport en général, dont les besoins, pour ce qui a été dit plus haut, portent les industries et européennes et nord-américaines à travailler dans les intervalles des courbes de Wright que nous avons rapporté, où les valeurs en ordonnée s'identifient presque.

Nous pouvons bien, cependant, pouvoir affirmer que le problème essentiel devient le problème financier, et cela en conséquence des grandes immobilisations que nous avons précédemment citées. Donc, ce problème vient s'insérer dans cet autre, de caractère plus général, relatif à la position de l'industrie aéronautique européenne face au potentiel nord américain et aussi au potentiel russe qui, avec le TUPULIEV TU.104 que nous avons cité, se penche sur les marchés mondiaux avec des prix politiques préoccupants.

On a écrit à ce propos que l'Europe pourrait être "depouillée de sa prope vie et de sa vertu créatrice, mise au pied du mur par le déluge de la massive production américaine".

Mais nous pensons que cela ne devrait pas se produire si l'on pouvait créer un nouvel équilibre des conditions de production qui, en dernière analyse, resterait rattaché à une solution positive des problèmes financiers.

Et tandis qu'on trouve extrêmement difficile, si ce n'est impossible, que cela puisse se produire à l'intérieur et par l'initiative d'une nation européenne isolée, les resultats seraient bien différents dans un climat de collaboration côte à côte des pays intéressés au problème.

Collaboration côte à côte dans le domaine des moyens financiers, qu'il ne faut pas tellement entendre comme mise en commun des allocations monétaires, mais aussi et surtout comme harmoni-

sation des moyens techniques et des installations productives dont chaque pays dispose isolément.

C'est un programme qui n'est pas du tout nouveau et qui se représente dans le cas particulier de la construction d'avions de transport à réaction et n'ayant pas pour but seulement d'entraver sur le plan commercial les capacités de production des autres pays mais aussi, ou du moins c'est ce qui est dans notre esprit, pour faire en sorte que la vieille Europe puisse donner sa contribution effective au nouveau problème destiné à marquer une étape fondamentale dans le progrés des transports et de la civilisation.=

THE APPLICATION OF RAMJET PROPULSION IN HELICOPTERS

by G.F. Verhage[1)]

The choice of ramjets for propulsion of the rotor of a helicopter influences the construction decisively.

For instance the number of items, in the case of the small helicopter, is diminished to 1/10 - 1/15; this results in simpler training of mechanics, less maintenance, fewer spares.

A second consequence of the application of ramjets is the reduction of the construction weight to 1/3 - 1/4. By that the purchasing costs can be much lower and new fields for operation of the helicopter will be opened.

A drawback is the high fuelconsumption of the ramjet, being 6 - 8 times higher than that of the piston engine.

By halving the total weight, with equal payload, already a factor 2 is regained and the choice of cheap fuel (parafine) wins again back a factor 2.5 - 4 in the fuelcosts. In this way in the Netherlands the fuelcosts are almost equal.

However, high fuelweight reduces the radius. The ramjet-helicopter must therefore preferably be used for short distances (agriculture, evacuation, transport of wounded people, etc.).

In practice the autorotation properties of the ramjet-helicopter proved to be not unfavourable.

All that has been said above about small ramjet-helicopters will in principle also apply to future large ramjet-helicopters.

1) Director Nederlandse Helicopter Industrie N.V., Rotterdam

MEASUREMENT OF THE LIFT-DRAG POLAR AND CLIMB PERFORMANCE IN NON-STEADY FLIGHT.

by J.P.K. VLEGHERT

Determination of aircraft performance data such as the lift-drag polar and rate-of climb are possible using two principally different methods.

a) the classical method of saw tooth flights, where vertical speed is determined from a curve of altitude vs. time measured in steady flight.

b) the method of accelerated flight in which the effective flight acceleration or the effective angle of climb is obtained instantaneously from instrument registration in an arbitrarily executed accelerated flight.

The effective value mentioned above is equal to the actual value in accelerated horizontal flight and in steady climb, respectively.

The method of accelerated flight was originally proposed by the Germans during World War II, but lack of suitable instrumentation prevented obtaining good results. After the war the French resumed testing the method, their findings are given in ref.1.

The new technique was readily adopted for the determination of jet aircraft performance, and is at present used as a standard method in several countries. But as the precision required of the instruments increased with decreasing thrust-weight ratio, the flight testing of relatively low-performance commercial airliners is generally done by the older, time-consuming methods.

The National Aeronautical Research Institute of the Netherlands (NLL) has recently executed a research program to investigate whether the use of this method could be extended to these lower-performance aircraft. A number of special instruments were developed, which have been described in an earlier lecture at this congress (ref.2). With these instruments a number of tests were made in a Siebel small airliner, which is used as a laboratory aircraft by the NLL. The results were very good and they will be presented in the latter part of this lecture; first a short description of the methods will be presented.

Principle of the method.

The method is based on determining the magnitude of the total aerodynamic force (composed of lift, drag and propulsive force) and its direction relative to the flight-path. Magnitude and direction of the total aerodynamic force can be measured relative to airplane axis by a normal accelerometer and pendulum inclinometer respectively or

by two accelerometers placed at right angles to each other. This determination is independent of the airplane attitude. This can be seen as follows: the total aerodynamic force is balanced according to Newton's law by the acceleration of gravity (the aircraft weight) and the kinematic acceleration of the aircraft. The gravity- and inertia forces act on accelerometers mounted inside the airplane and provide a measure for the aerodynamic force. According to the attitude the actual kinematic acceleration of the airplane may be positive or negative, the readings of the accelerometers will be the same in any case where lift, drag and propulsive force are the same.

The component of the total aerodynamic force along the flight path provides - together with true airspeed - a direct measure for excess power, which can be translated directly into available or effective rate of climb at that speed. In power-off flight the lift-drag curve can be determined in this manner.

Thus flight performance can be measured over a range of speed in one manoeuver of short duration using the following basic instruments

1) air speed indicator
2) angle of attack indicator
3) normal accelerometer
4) longitudinal accelerometer or pendulum inclinometer

Practical aspects.

To obtain the direction of the total aerodynamic force relative to the flight path the orientation of the airplane axis relative to the flight path must be known, i.e. the angle of attack. This can be measured with an incidence meter which is suitably placed in order to avoid influence of slight deviations from the symmetrical flight path or control deflections. The best position is on a boom in front of the fuselage, if this is not practicable other positions may prove useable. A situation in front of the wing is preferable to one behind as in the former case advantage may be taken from the upwash in front of the wing which increases the vane angle and thus sensitivity of the instrument.

It is necessary to calibrate the angle-of attack indicator in horizontal steady flight in order to obtain the relation between the local direction of air flow as influenced by the upwash in front of the wing and the angle of attack of the airplane. This calibration can depend on engine power if an unsuitable position is chosen for the angle-of-attack indicator. Through extensive flight tests both in gliding flight with propellers feathered and in climb with full climb power, N.L.L. has proved that the position chosen on their laboratory plane, i.c. one chord-length inboard of the wingtip and one chord-length in front of the wing leading edge, insures a calibration independent of engine power.

The calibration is always dependent on wing flap setting, however, so it must be repeated for a number of flap-settings.

In executing the accelerated flight there usually will be a discrepancy between the acceleration normal to the flight path and that which would obtain in steady climb. The same discrepancy exists between aerodynamic lift in both cases and therefore also in induced drag,

thus causing a proportional difference in measured performance. It is possible though to introduce a correction factor (based on the parabolic lift-drag curve) which compensates for this effect and thus to obtain accurately the performance which would obtain in steady flight. The magnitude of this correction is very small as normal acceleration can usually be reproduced within 5 % of the value of the steady climb.

Flying Technique.

Although it was stated that the results of the Accelerated Flight technique are independent of the actual flight manoeuvre executed, it is advisable to use certain restrictions for the flight manoeuvre in order to avoid large corrections. Also it is necessary for a smooth and accurate registration that the values to be recorded change steadily and not too quickly. The restrictions have to be of a simple nature, in order that the test pilot can be given simple instructions that guarantee good results.

N.L.L. has flight tested the following methods, both starting from steady climb with the desired engine power and at the minimum possible flight speed.

A) accelerated horizontal flight, where the airplane is brought into horizontal flight from the above mentioned conditions and kept horizontal at continuously decreasing pitch angle with the aid of altimeter and rate-of-climb indicator.

B) accelerated flight with constant pitch angle. That pitch angle is set which obtains in steady climb at a forward speed slightly higher than the desired speed range limit. This pitch angle is set and held using an optical sight that is kept lined up with the horizon or another prominent object.

It is not important that either method is strictly adhered to as the methods are only given to insure a steady change of the values to be recorded; deviations from the method should be corrected smoothly. In a high performance airplane it is possible that the sudden change of flight path at the start of the accelerated manoeuvre introduces too much initial acceleration. In this case the pitch angle can be altered in two or more steps.

Results of the NLL tests.

Tests were executed with the NLL laboratory aircraft to investigate both techniques mentioned above. The instruments used had the following characteristics:

Instrument	Range	Accuracy
Airspeed indicator	0-150 mph	± 0.5 mph
Incidence meter	± 30 degrees	± 0.05 degree
Normal accelerometer	0-2 g	± 0.005 g
Longitudinal accelerometer	± 0.5 g	± 0.001 g
Pendulum inclinometer	± 25 degrees	± 0.05 degree

In fig. 1 the instrument indications of a horizontal accelerated run have been plotted against time. This plot gives an idea of the accuracies that were obtained and that are required to obtain satisfactory results.

Fig. 2 shows the results of a lift-drag measurement. The crosses represent points from an accelerated flight, the circles from a decelerated flight. The lines drawn through the points were taken from a previous series of tests made by more conventional test methods. The agreement is satisfactory.

Fig.3 shows the results of four powered runs to determine climb performance. Two of these were made in accelerated flights at constant pitch angle, the two others were made in horizontal accelerated flight during which the pilot maintained the indication of a rate-of-climb indicator at zero indication. Although the first method was preferred by the pilots, the results show about the same scatter. The standard deviation of the rate-of-climb values is 15 ft/min, which means that there is a 95 % probability that the true performance differs by less than 30 ft/min from the measured values.

In fig.4, upper part, shows the results of 9 saw tooth climbs, executed in the conventional way. The results presented in fig.3 and fig.4A were all corrected to standard conditions of atmosphere, aircraft weight and engine power for comparison. The corrected lines are plotted together in the lower part of fig.4. The discrepancies between the different lines are less than 0.2 m/sec (40 ft/min).

References.

1 - Methodes d'Essais à assiette constante. Rapport no. 134/SM. Centre d'Essais en Vol, France (1949), (English translation in ICAO Circular 16-AN/13).

2 A. Pool Recent developments in flight test instrumentation. Proceedings of the Second European Aeronautical Congress, Scheveningen (Sept.1956).

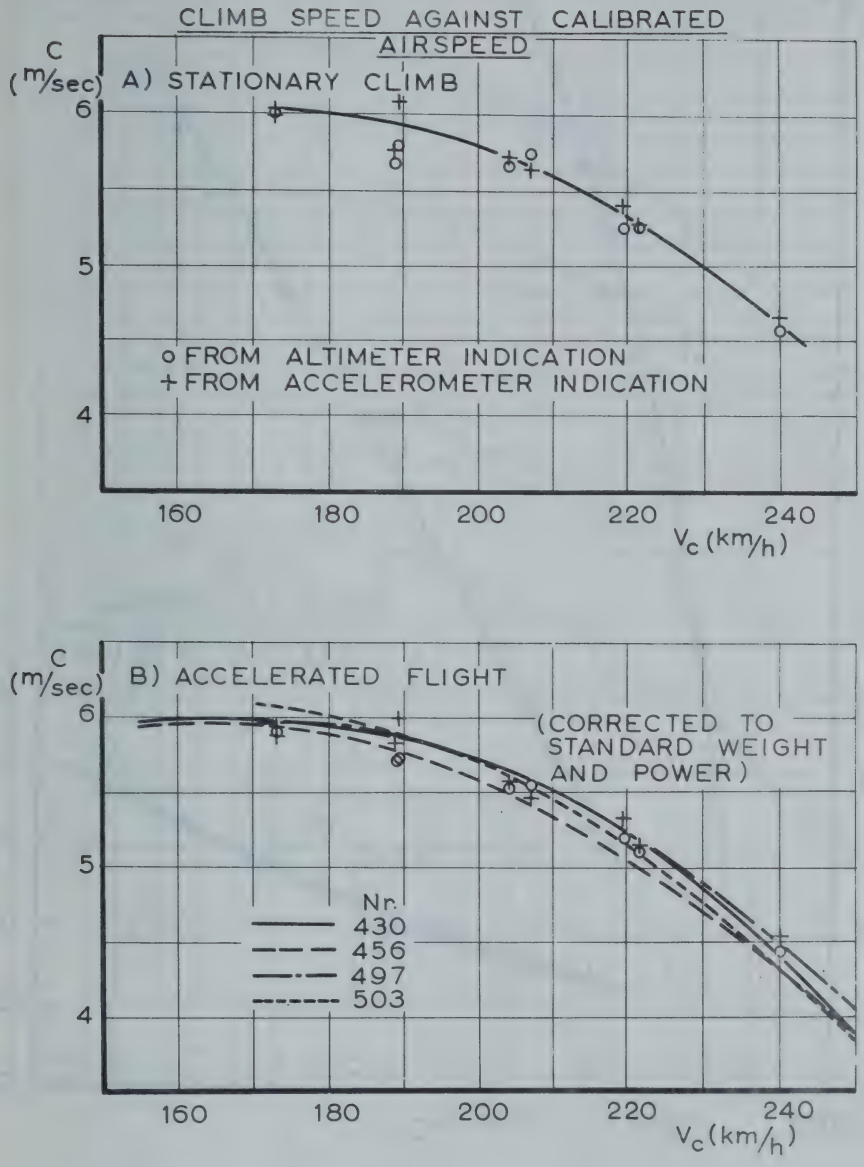

CLIMB SPEED AGAINST CALIBRATED AIRSPEED
C (m/sec)
A) STATIONARY CLIMB
6
5
4
o FROM ALTIMETER INDICATION
+ FROM ACCELEROMETER INDICATION
160
180
200
220
240
Vc (km/h)
C (m/sec)
B) ACCELERATED FLIGHT
(CORRECTED TO STANDARD WEIGHT AND POWER)
Nr.
430
456
497
503
6
5
4
160
180
200
220
240
Vc (km/h)

FIG. 4

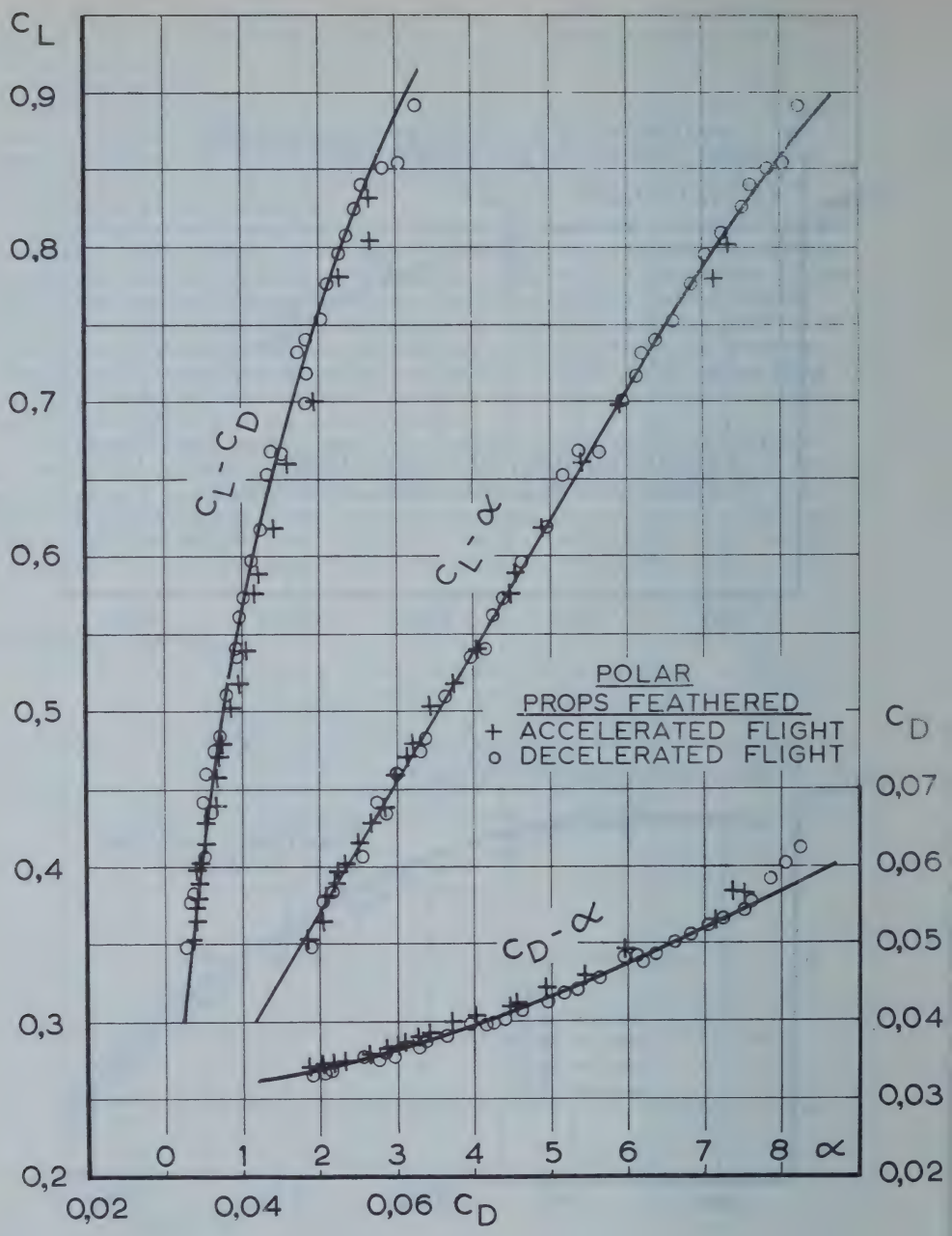

c_L
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
$c_L - c_D$
$c_L - \alpha$
$c_D - \alpha$
POLAR
PROPS FEATHERED
+ ACCELERATED FLIGHT
o DECELERATED FLIGHT
c_D
0,07
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0 1 2 3 4 5 6 7 8 α
0,02 0,04 0,06 c_D

FIG. 2

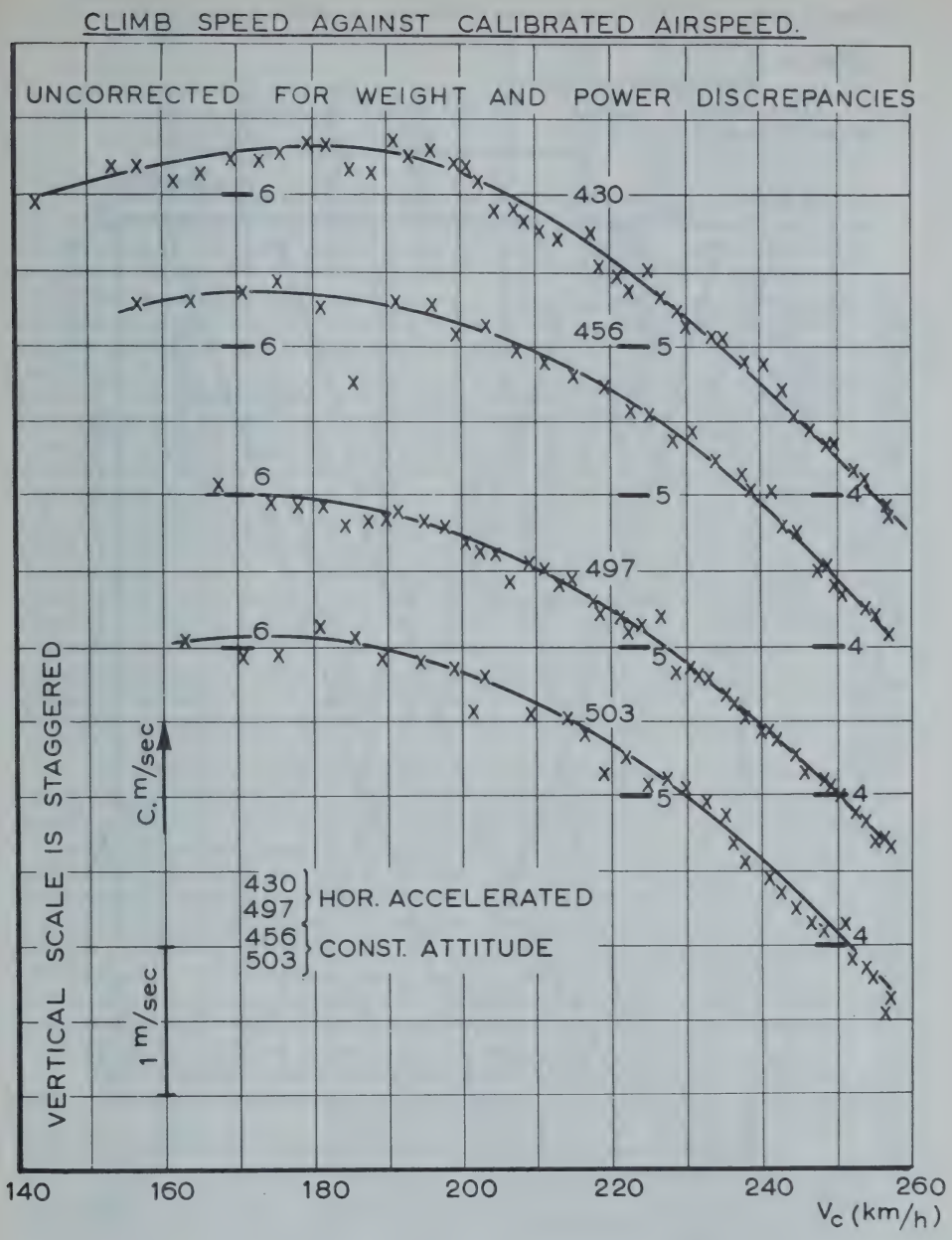

CLIMB SPEED AGAINST CALIBRATED AIRSPEED.
UNCORRECTED FOR WEIGHT AND POWER DISCREPANCIES
VERTICAL SCALE IS STAGGERED
C, m/sec
1 m/sec
430
497
456
503
HOR. ACCELERATED
CONST. ATTITUDE
6
5
4
140
160
180
200
220
240
260
Vc (km/h)

FIG. 3

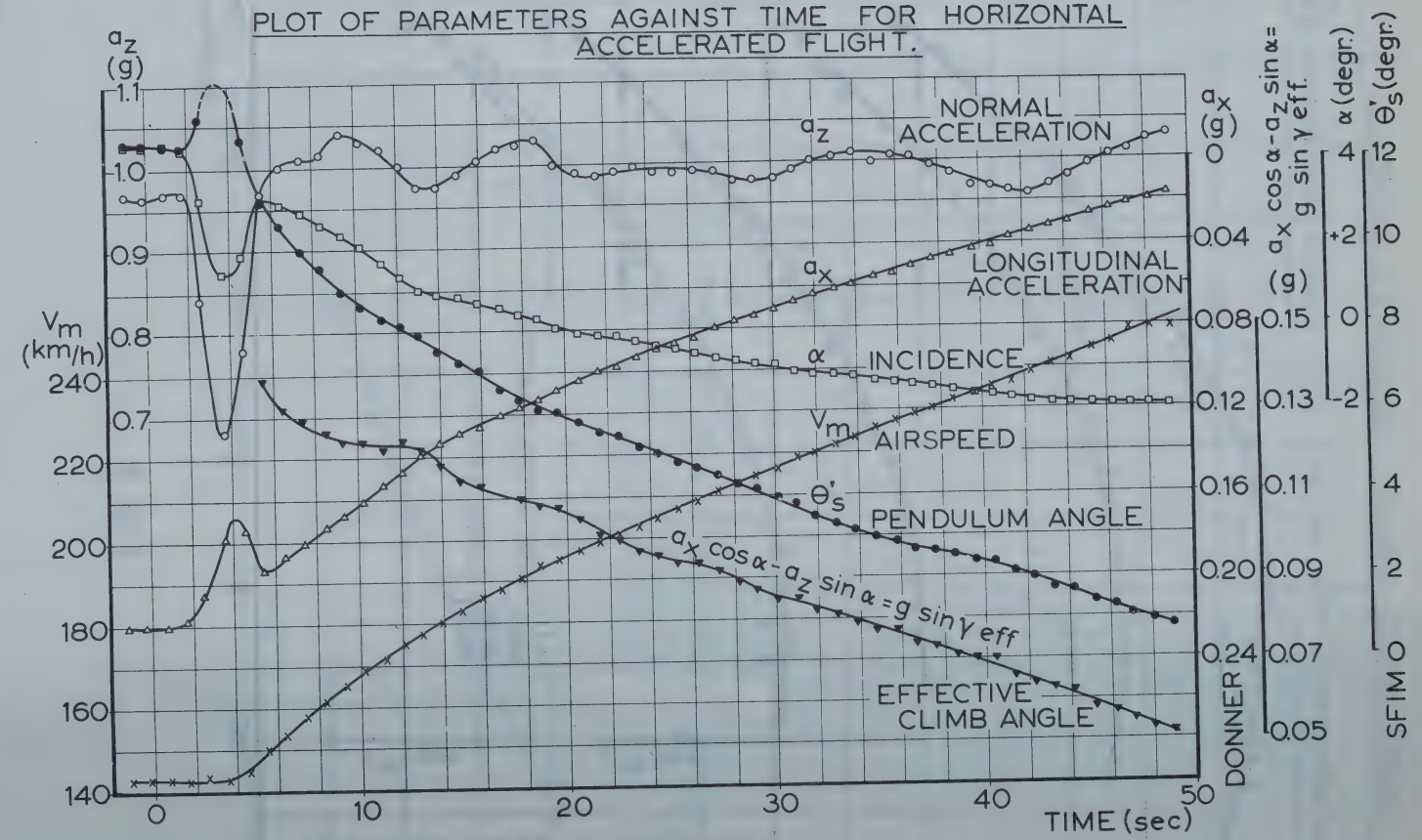

PLOT OF PARAMETERS AGAINST TIME FOR HORIZONTAL ACCELERATED FLIGHT.
a_z (g)
1.1
1.0
0.9
0.8
0.7
V_m (km/h)
240
220
200
180
160
140
0
10
20
30
40
50
TIME (sec)
a_z NORMAL ACCELERATION
a_x LONGITUDINAL ACCELERATION
α INCIDENCE
V_m AIRSPEED
θ'_s PENDULUM ANGLE
$a_x \cos\alpha - a_z \sin\alpha = g \sin\gamma_{eff}$
EFFECTIVE CLIMB ANGLE
a_x (g)
0
0.04
0.08
0.12
0.16
0.20
0.24
DONNER
$a_x \cos\alpha - a_z \sin\alpha = g \sin\gamma_{eff}$ (g)
0.15
0.13
0.11
0.09
0.07
0.05
α (degr.)
4
+2
0
-2
θ'_s (degr.)
12
10
8
6
4
2
0
SFIM

FIG.1

FLUTTER OF HELICOPTER ROTORS WITHOUT FORWARD SPEED

by

A.I. van de Vooren [1)]

From the theory derived by Prof. Timman and presented to this Congress by Drs. van Spiegel, it follows that the aerodynamic forces acting on a rotor, which is rotating without having a forward speed and of which the blades perform an oscillatory motion perpendicular to the plane of the blades can be approximated by the same formulae which are valid for an oscillating two-dimensional aerofoil moving along a straight line. The only modification which has to be introduced into these formulae is that the circulation function P or C in Theodorsen's notation, assumes other values. These values are considerably different since you have seen that as a function of the reduced frequency ω or, what is equivalent, as a function of the frequency ratio ν/Ω, where ν is the frequency of oscillation and Ω the angular rotor speed, this function travels along the circle with center at the point $\frac{1}{2}$ and with radius equal to $\frac{1}{2}$. Hence, for the case of the oscillating rotor the P-function can assume values with a positive imaginary part and with a modulus varying between 0 and 1. It is the purpose of the present communication to show what are the results of this modification upon the flutter behaviour of the system.

Now before showing this, I should like to emphasize that this problem is of great practical importance since during ground running or near autorotation, the situation of zero forward speed occurs. When the Kolibri helicopter was being designed, it was decided to investigate the dynamic behaviour of the rotor by aid of a model. The Kolibri is a two-bladed ramjet helicopter which has been built by the Netherlands Helicopter Industry. It is shown in fig. 1. It has the special feature of a relatively weak elastic connection in pitching between each blade and the rotor hub and this makes it particularly accessible for flutter unless special precautions are taken.

The schematized construction of the rotor is shown by fig. 2. Each of the two blades can rotate about a pitching axis AB and about a flapping axis CD. The flapping axis can be replaced by leaf springs of various strength providing stiffness against flapping, while the pitching motion takes place against the action of a torsion spring. The flapping axis CD is rigidly connected to the hub, which can itself rotate freely about an axis FF parallel to CD. This makes that both symmetric and antisymmetric motion of the blades can occur. The axis FF is rigidly connected to the rotor axis. The blades can be assumed infinitely rigid.

The spanwise axis of each blade makes a small angle with the line EE. In this way the centrifugal force has a

1) Chief of Section for Flutter and Theoretical Aerodynamics at the National Aeronautical Research Institute (NLL), Amsterdam, The Netherlands.

small chordwise component, which more or less compensates the drag of the blades in rotation, thus reducing bending of the blades in the rotor plane.

The angle of incidence of the blades is zero so that in first approximation all vortices remain in the rotor plane.

The equations of motion for flapping and pitching of the blade are

$$\left\{I\left(1-\frac{\Omega^2}{\nu^2}\right)+L_{11}-\frac{K_B}{\nu^2}\right\}\alpha+\left\{C\left(1-\frac{\Omega^2}{\nu^2}\right)+L_{12}\right\}\varphi=0$$
$$\left\{C\left(1-\frac{\Omega^2}{\nu^2}\right)+L_{21}\right\}\alpha+\left\{J\left(1-\frac{\Omega^2}{\nu^2}\right)+L_{22}-\frac{K_T}{\nu^2}\right\}\varphi=0$$

where α is the flapping angle and φ the pitching angle. I and J are the moments of inertia with regard to the flapping and the pitching axes respectively C is the product of inertia with respect to these axes. The terms containing Ω denote the additional stiffnesses due to the centrifugal forces. K_B and K_T are the mechanical stiffnesses against flapping and pitching. The terms L_{11}, L_{12}, L_{21} and L_{22} refer to the aerodynamic moments about the axes. Their calculation involves a spanwise integration which has been approximated by the assumption that lift and pitching moment in each section are given by the values they would take in the section at 75 % of the blade radius according to Timman's theory. The blades extend between 25 % and 100 % of the radius. Hence the aerodynamic forces are given by

$$L_{11}=L'_{11}+iL''_{11}=\pi\rho l^2\left(\tfrac{3}{4}R\right)^3\left(1-\frac{2iP}{\omega}\right)$$
$$L_{12}=L'_{12}+iL''_{12}=\pi\rho l^3\left(\tfrac{3}{4}R\right)^2\left\{\left(\tfrac{1}{2}-\varepsilon\right)-\left(1-\varepsilon\right)\frac{2iP}{\omega}-\frac{2P}{\omega^2}-\frac{i}{\omega}\right\}$$
$$L_{21}=L'_{21}+iL''_{21}=\pi\rho l^3\left(\tfrac{3}{4}R\right)^2\left\{\left(\tfrac{1}{2}-\varepsilon\right)+\varepsilon\frac{2iP}{\omega}\right\}$$
$$L_{22}=L'_{22}+iL''_{22}=\pi\rho l^4\left(\tfrac{3}{4}R\right)\left\{\left(\tfrac{3}{8}-\varepsilon+\varepsilon^2\right)+\left(\varepsilon-\varepsilon^2\right)\frac{2iP}{\omega}+\varepsilon\frac{2P}{\omega^2}-\left(1-\varepsilon\right)\frac{i}{\omega}\right\}$$

where l is the semi-chord, εl the distance of the pitching axis aft of the quarter chord axis, R the blade radius, ρ the air density, ω the reduced frequency and P the circulation function. Apart from a certain factor, these formulae are identical to those for a two-dimensional aerofoil moving along a straight path.

We shall now investigate what are the consequences of the fact that P can assume the value 0. In the first place this means that the circulation vanishes and this again is equivalent to stating that the dynamic angle of incidence at the three-quarter chord point is zero. There exists a vortex distribution in the rotor plane which has been built up during the initial transient phase of the motion. This induces a normal velocity at the 3/4 chord point which is exactly equal to the normal velocity of the rotorblade. The aerodynamic action on the blades is then only due to non-circulatory forces, viz. the aerodynamic inertia and the dynamic profile curvature, the latter existing only for pitching motion and hence, appearing only in L_{12} and L_{22}.

vortex

The dynamic profile curvature gives rise to a damping force. It is seen that for P = 0 the aerodynamic damping on flapping motion vanishes. Accordingly, pure bending flutter is possible if

$$\left(1-\frac{\Omega^2}{\nu^2}\right)+L'_{\alpha}-I\,\frac{\nu_B^2}{\nu^2}=0$$

where $\nu_B=\sqrt{k_B}$ is the natural frequency for the non-rotating blade in flapping. $\frac{\nu}{\Omega}$ should take one of the values for which P becomes equal to 0. For symmetric oscillations this occurs when $\frac{\nu}{\Omega}$ is near an even number. Since L'_{α} is very small, it follows that pure flapping flutter occurs if

$$\frac{\nu_B^2}{\Omega^2}\sim\lambda^2-1 \quad \text{where } \lambda=\frac{\nu}{\Omega}=2,4,6\ldots.$$

In order to investigate the two degrees of freedom flutter, the following procedure is used. Assume a value of $\frac{\nu}{\Omega}$, which fixes ω and P. The condition that the complex determinant of the equations of motion should vanish, determines those values of $\left(\frac{\nu_B}{\Omega}\right)^2$ and $\left(\frac{\nu_T}{\Omega}\right)^2$, for which harmonic oscillations with the prescribed value of $\frac{\nu}{\Omega}$ are possible. For the case C = 0, that is the inertia axis of the blade coinciding with the pitching axis at 20 % of the chord, the result is shown in fig. 3.

In this figure, 3 regions of instability exist. The region corresponding to the lowest value of $\frac{\nu}{\Omega}$ (about 1.5) denotes a type of classical flutter, which in more or less good approximation is also obtained if the quasi-steady aerodynamic theory is used or if the aerodynamic forces corresponding to a wing moving along a straight path are used. This means that for this type of flutter the wake is not of primary importance. This whole type of flutter is relatively unimportant, since the corresponding unstable region only just comes into the part of the diagram which has physical importance, viz. the part where $\left(\frac{\nu_B}{\Omega}\right)^2$ and $\left(\frac{\nu_T}{\Omega}\right)^2$ are positive. The two other regions are revealed by the new theory only. They continue up to $\left(\frac{\nu_B}{\Omega}\right)^2=-\infty$, where they correspond to the single degree of freedom flapping flutter. Along these curves $\frac{\nu}{\Omega}$ assumes values slightly above 2 and 4. This type of flutter is called wake flutter. There are similar regions of instability for $\frac{\nu}{\Omega}$ near 6, 8, etc., but it can be shown that these disappear already by a small amount of structural damping. Hence, they are of less practical importance.

For antisymmetric oscillations the unstable regions are near the horizontal lines

$$\left(\frac{\nu_B}{\Omega}\right)^2=\lambda^2-1 \quad \text{where } \lambda=1,3,5\ldots.$$

The diagram can be used for obtaining the flutter speed. Consider a certain configuration for which ν_B and ν_T are given. If the rotorspeed is increased, the relevant point travels along a straight line towards the origin. The points where this line cuts one of the unstable regions, determines the flutterspeed.

One of the most important parameters for wake flutter is the position of the center of gravity. Fig. 4 shows a similar diagram as fig. 3, but now for the inertia axis lying at 21 % of the chord and the pitching axis still at 20 % of the chord. It is seen that all regions of instability have sharply increased, mainly in the direction where ν_B and ν_T are equal. All values of ν/Ω now lead to harmonic oscillations. This means that also with the orthodox P-function for an aircraft wing, flutter would occur and that this type of flutter is connected with classical flutter Hence, for backward position of the center of gravity the phenomena of classical flutter are dominant over those of wake flutter.

Fig. 5 shows the results for the inertia axis at 15 % and the pitching axis at 20 % of the chord. We see that now flutter is in general possible if ν_T is larger than ν_B. Compared with the case of a backward position of the inertia axis, the phase difference between flapping and pitching in flutter has remained the same, since the inertia coupling has changed sign and the order of natural frequencies is reversed. The wake flutter mode consists always of flapping, to which pitching is added with the proper phase.

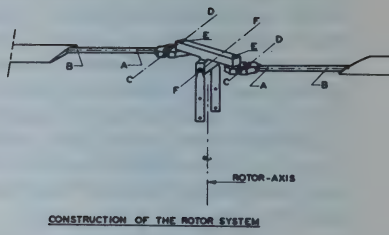
Analysing the determinant of the equations of motion, it can be shown that the unstable regions of wake flutter extend to $-(\frac{\nu_B}{\Omega})^2$ if the inertia axis - taking into account the aerodynamic inertia - lies aft of the pitching axis, while these regions extend to $+(\frac{\nu_B}{\Omega})^2$ if the inertia axis lies ahead of the pitching axis. The fact that for $C = 0$ the wake flutter regions extended to $-(\frac{\nu_B}{\Omega})^2$ is a result of the aerodynamic inertia which is not included in C, but which gives an effective backward position of the center of gravity for vibrations.

The experiments performed on the model, were in satisfactory agreement with the theoretical results if the pitching frequency ν_T was larger than ν_B. However, it appeared that if ν_B was smaller than ν_T flutter could also occur for the statically balanced blade which is contrary to theory. This difference between theory and experiment appeared to be due to a difference in aerodynamic forces. It had previously already been found from systematic measurements of aerodynamic forces on an oscillating aerofoil that the aerodynamic damping for pitching oscillations was considerably less than according to theory if the Reynolds number is near its critical value and if the axis of rotation is near the quarter-chord axis. This is due to the chordwise motion of the transition points, where the boundary layer changes from laminar to turbulent. Since the displacement thickness of the turbulent boundary layer is larger than that of the laminar layer and since the displacement thickness can effectively be added to the profile thickness, it will be clear that the originally symmetrical profile will become periodically slightly cambered which gives rise to an additional moment. In

comparison with the potential theoretical moment this additional moment is important if the axis is near the quarter chord axis. This moment and also these flutter phenomena could be eliminated by fixing a turbulence wire at the aerofoil. The Reynolds number for the model was about 32000. If L''_{α} was diminished by a suitable amount, as followed from the measurements performed previously, the diagram shown in fig. 6 was obtained for the statically balanced blade. This shows that flutter now is also possible for $\nu_B < \nu_T$. However, this type of flutter is not very important for full scale helicopters since the Reynolds number then will be above its initial value.

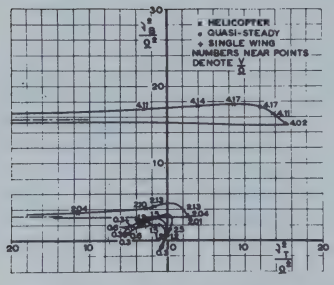
The conclusion of the investigation is that wake flutter is a real possibility for helicopter rotors and that it can be avoided by carefully mass balancing the blades.

Fig. 1



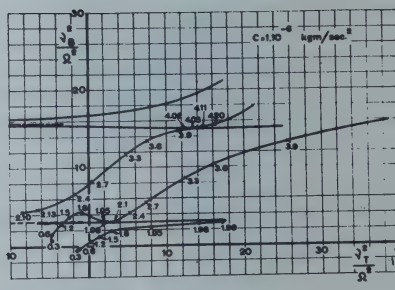
CONSTRUCTION OF THE ROTOR SYSTEM

Fig. 2



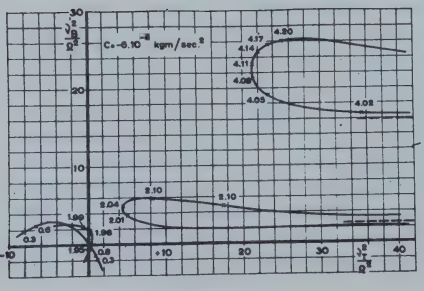
RESULTS FOR STATICALLY BALANCED BLADE

Fig. 3



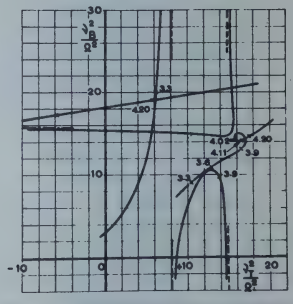
RESULTS FOR UNDERBALANCED BLADE

Fig. 4



RESULTS FOR OVERBALANCED BLADE

Fig. 5



RESULTS OF CALCULATIONS WITH EXPERIMENTALLY MODIFIED AERODYNAMIC FORCES (L_{33} INCREASED BY 3.5).

Fig. 6

THE INFLUENCE OF WING BENDING AND TORSION FLEXIBILITY ON THE GUST RESPONSE OF AEROPLANES.[1]

J. Yff

Summary.

The response to a gust of an aeroplane which possesses the degrees of freedom: translation of the aeroplane as a whole, wing bending and wing torsion, has been investigated. The quantities which have been varied include the frequency parameters, the positions of elastic and inertia axes, the density parameter, the mass distribution along the span and the gust gradient distance.

Due to the increasing size and speed of modern aeroplanes the influence of wing elasticity on the loads produced by gusts is becoming more and more important. That wing bending flexibility may be important has been shown earlier (e.g. refs. 1 and 2). In this investigation however the influence of the torsional degree of freedom on gust response has been emphasized. Therefore three degrees of freedom have been taken into account

1) Translation of the aeroplane as a whole
2) Fundamental wing bending
3) Fundamental wing torsion.

The equations of motion have been obtained with a Rayleigh-Ritz analysis. This means that the unknown bending and torsion modes are approximated by assumed modes of unknown amplitude and furthermore that the differential equations for wing bending and torsion are multiplied by the assumed bending and torsion modes respectively, integrated along the span and set equal to zero.

The third equation of motion, describing the translation of the aeroplane is obtained by integrating along the span the differential equation for wing bending.

The expressions of the aerodynamic force and moment of a wing which is struck by a gust are available in the literature (e.g. ref.3). As these expressions contain Duhamel integrals over the time the equations of motion become a set of three integro-differential equations.

---

1) This investigation has been performed under contract with the Netherlands Aircraft Development Board (N.I.V.)
2) Research engineer at the Nat.Aero.Res.Inst. Amsterdam

This set of equations has been solved on a Shorts analog computer for the case that a sharp edged gust acts on the aeroplane.

As it is the main purpose of this investigation to study the influence of the torsional flexibility, firstly the dependence of wing bending upon the reduced torsion frequency parameter $\omega_T = \frac{\nu_T \cdot c}{2V}$ has been studied for several values of the reduced bending frequency parameter $\omega_B = \frac{\nu_B \cdot c}{2V}$. This has been done for two aeroplanes; Aeroplane A has four piston engines near the fuselage while aeroplane B resembles a modern jet plane with four engines in pods and with tip tanks.

The results of this study are given in fig. 1.

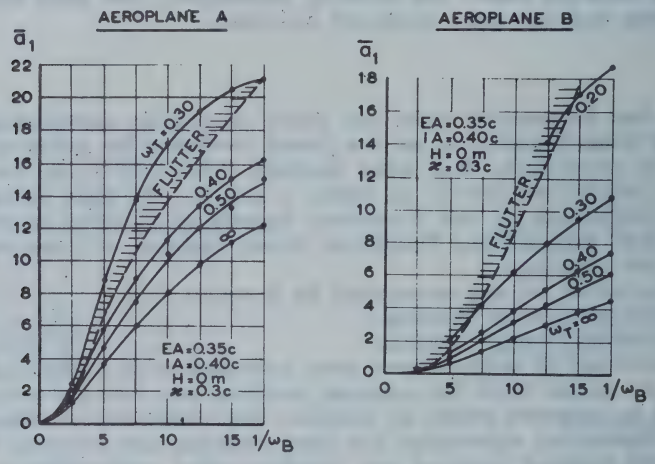


Fig.1 Wing bending as a function of ω_B and ω_T ($\varkappa$ = radius of gyration)

The non-dimensional bending $\bar{a}_1 = \frac{V}{W} \cdot \frac{\bar{q}_1}{c_o}$ is a measure of the maximum value of the wing bending amplitude q_1. From the definitions of ω_T and ω_B it follows that decreasing values of these quantities can mean decreasing stiffness as well as increasing speed V or, which is also possible, both these phenomena cause decreasing values of ω_T and ω_B.

It will be clear that the influence of ω_T on $\bar{a}_1$ may be quite large, especially for small values of ω_T. Another remarkable fact is that the values of $\bar{a}_1$ are much smaller for aeroplane B than for aeroplane A. This difference must be due to the different mass and the different mass distribution along the span since all other significant parameters have the same value for both aeroplanes. As the mass parameters are not very different the main reason of the difference must be the mass distribu-

tion along the span. Since aeroplane B has its mass distributed much more equally along the span this is a powerful means of reducing wing bending due to gusts.

For certain combinations of ω_B and ω_T flutter occurs. The boundary which separates the combinations of ω_B and ω_T which give flutter from the flutter-free region is indicated in the figs.

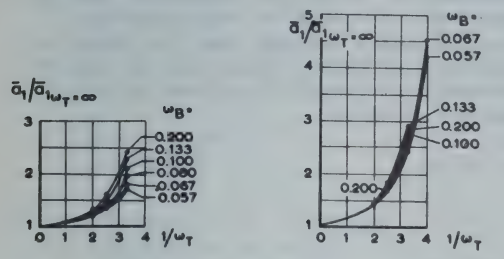


Fig.2 Influence of torsion on bending.

It is also possible to plot the results given in fig.1 in the manner of fig.2.

The ratio $\bar{a}_1/\bar{a}_{1_{\omega_T=\infty}}$ can be considered as a measure of the influence of the torsional degree of freedom on wing bending. It will be noted that this ratio is rather independent of ω_B for not too small values of ω_T. Also the ratio is smaller for aeroplane A. Thus the influence of the torsional stiffness is more important for wings with the mass distributed more equally along the span.

When torsional flexibility is present it might be expected that the positions of the elastic and the inertia axis have an important influence on wing bending due to gusts. In order to investigate this influence some cases have been studied with different locations of the inertia and the elastic axis.

In fig.3 wing bending is plotted against $1/\omega_T$ for different positions of the elastic and the inertia axis. It will be clear from fig.3 that the position of the inertia axis is very important. When the inertia axis lies in front of the aerodynamic centerline even an alleviation of wing bending is possible as is shown by the lower curves. The position of the elastic axis seems to be of secondary importance. This is understandable since it is the couple formed by the aerodynamic and the inertia forces which twist the wing. From this result it is learned that proper positioning of the inertia axis may help in reducing wing bending due to gusts.

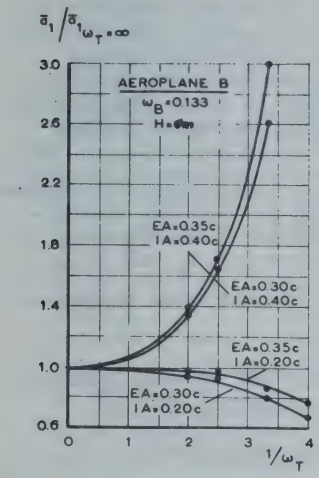
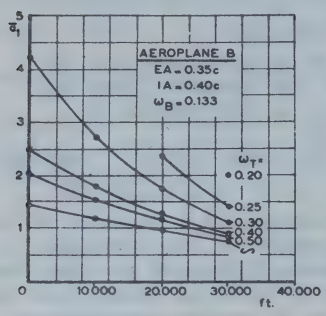


Fig.3 Influence of EA and IA location on wing bending due to gusts.

The ratio of aeroplane mass to air density is known to be an important parameter in gust load investigations. Therefore the dependence of wing bending from this parameter has been studied for a certain case by repeating the investigation for several values of the air density.



It will be seen from fig.4 that increasing the density ratio by reducing the air density causes a reduction in wing bending. More interesting for this investigation however is, that the influence of the torsional degree of freedom becomes smaller when the air density decreases. This will be due to the reduced aerodynamic coupling between bending and torsion.

Fig.4 Influence of air density on wing bending.

So far only wing bending due to a gust has been studied. However, bending moments are much more important. Therefore also wing root bending moments have been calculated as a function of ω_B for both aeroplane A and aeroplane B. Infinite torsional stiffness was assumed for these calculations. The bending moments in fig.5 are given by the factor K which is the bending moment divided by the bending moment which will be obtained when a rigid aeroplane is assumed and steady aerodynamic theory is used. The factor K has a maximum for moderate values of ω_B For small values of ω_B K decreases due to the fact that the bending is not increasing in the same proportion as the stiffness is decreasing since for low values of ω_B the aerodynamic damping becomes more important.

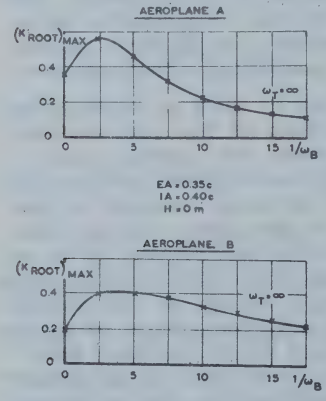


Fig.5 Wing root bending moments as a function of ω_B.

It is also possible to calculate the bending moment of a wing with

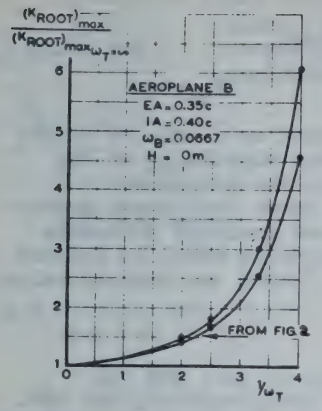


Fig.6 Influence of torsional stiffness on wing bending moment.

finite torsional stiffness. This has been done for a certain case for some values of the torsional stiffness. When the results are plotted as $K/K_{\omega_T=\infty}$ against $1/\omega_T$ as is done in fig.6 it will be remarked that the curve which is obtained is rather similar to the curves of fig.2. This resemblance suggests that it is possible to find approximately the bending moment of a wing with finite torsional stiffness by calculating the bending moment for a wing with infinite torsional stiffness and multiplying this value by the ratio $\overline{a}_1/a_{1\omega_T=\infty}$. This procedure is easier to perform but it must be said that it gives lower values for the bending moment. There are however several reasons for which the upper curve gives conservative results.

1) The slope of the lift curve has been taken as 2π instead of the real value. Thus the aerodynamic forces are overestimated.
2) Use has been made of strip theory which overestimates the contribution of the wing tips.

It may be assumed therefore that even this approximate manner gives rather accurate results.

Hitherto all the results are valid for sharp edged gusts only. As such gusts do not occur in nature it will be worth while to study the dependence of wing bending moments from the gust gradient distance s_g. This is the distance, expressed in half chords, in which the gust reaches its maximum value. It has been assumed that the gust velocity w grows exponentially to its maximum value W over the distance s_g. In fig.7 the dependence of $(K_{root})_{max}$ from s_g is given for aeroplane B.

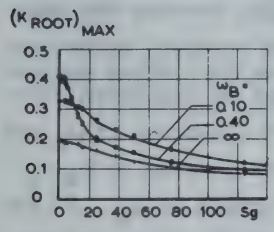


Fig.7 Bending moments as a function of s_g.

It has been assumed that the wing is infinite staff in torsion and the calculations have been performed for three values of ω_B. It will be remarked that $(K_{root})_{max}$ decreases to lower values much more gradually for ω_B = 0,1 than for ω_B = 0,4. This is still more significant when the ratio γ_M is plotted as a function of s_g. This ratio is the bending moment of the elastic aeroplane ~~divided by the bending moment of the elastic aeroplane~~ divided by the bend-

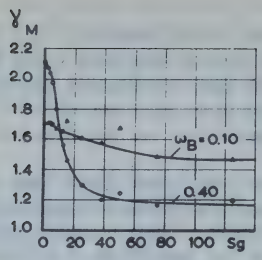


Fig.7 Bending moments as a function of s_g.

ing moment of the rigid aeroplane, thus $\gamma_M = \frac{(K_{root})_{max}}{(K_{root})_{max\,\omega_B=\infty}}$. The ratio γ_M can be considered as a measure of the influence of the elasticity on the bending moments due to gusts.

Now it is known that heavy gusts have always gust gradient distances of 25 half chords or more. It follows then from fig.7 that the highest value of the dynamic overshoot which can be expected is only 30% for ω_B = 0,4 but grows to 60% for ω_B = 0,1. From these results, two conclusions can be drawn.

1) The effect of dynamic overshoot becomes more pronounced when ω_B is small.
2) For small values of ω_B the influence of s_g on γ_M is rather small and therefore calculations with sharp edged gusts do not give appreciable errors. For largervalues of ω_B however, the reduction of γ_M with s_g has to be taken into account.

It is also possible to plot $(K_{root})_{max}$ as well as γ_M as a function of the period ratio T_G/T_1. T_G is the time in which the disturbing quantity reaches its maximum and T_1 is one-fourth the natural period of the fundamental mode of the elastic system. It can be derived easily that the ratio $\frac{T_G}{T_1}$ is equal to $\frac{2}{\pi}\,\omega_B.s_g$ or $\frac{2}{\pi}\cdot\frac{V_{B.}\,l}{V}$ when l is the gust gradient distance measured in m.

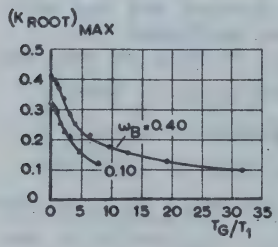
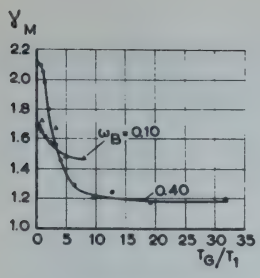


Fig.8 Bending moments as a function of T_G/T_1.

From fig.8 it follows that the shape of the K_{root} curves becomes the same but is shifted in vertical direction when this quantity is plotted against T_G/T_1. Thus it may be concluded that $(K_{root})_{max}$ is not dependent on ω_B and s_g separatedly but primary on $\omega_B.s_g$ and to a lesser extend on ω_B. It can be shown once more that the influence of flexibility becomes more important



with increasing speed for in that case (V large) the ratio T_G/T_1 is small and it can be seen from the lower figure that than γ_M grows rather rapidly.

Fig.8 Bending moments as a function of T_G/T_1

The conclusion of all these investigations is that the loading of a wing is struck by a gust depends on a large number of parameters. Therefore it is necessary to perform a separate investigation for each design for which appreciable influence of wing elasticity on gust loading may be expected.

A more detailed analysis of this problem and the way in which it is solved can be found in ref.4.

Literature.

1) Greidanus, J.H. "The loading of airplane structures by symmetrical gusts" (In Dutch with an English summary). Nat.Aero.Res.Inst. Amsterdam) Reports and Transactions XIV 1948.

2) Houbolt, J.C. Kordes, E.E. "Gust response analysis of an airplane including wing bending flexibility". NACA TN 2763 1952.

3) Radok, J.R.M. "The problem of gust loads on aircraft". Aer. Res.Lab. Rep. SM 133 1949

4) Yff, J. "The influence of wing bending and torsion flexibility on the gust response of aeroplanes". Nat.Aero.Res.Inst. Amsterdam Report F.191 1956

ON THE BUCKLING OF THE ELLIPTICAL PLATE / WITH POSSIBLE APPLICATION IN AVIATION /

Yossifovich Mirko [1]

In this paper the elasticity problem of the buckling of thin elliptic plates is considered. An outline is given of a special case of buckling, and the possibility is mentioned of using the results obtained in this paper in aviation, for instance in determining the critical loads of elliptical windows on airplane fuselage.

This paper considers a thin elliptical elastic plate with a uniformly distributed load p per unit length. The compressive forces are acting parallel to one of the main axes of the ellipse. Let the thickness of the plate be h. We shall use the energy method, i.e. we assume that the plate, loaded with forces acting in its middle plane only, has a small lateral deflection in accordance with the given boundary conditions. Denoting with ΔT_h the work of the acting external forces and with ΔV the energy of bending, the buckling condition becomes

$$\Delta T_h = \Delta V \quad , \qquad \text{or}$$

$$\frac{1}{2}\iint\left[N_x\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + N_y\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + 2N_{xy}\cdot\frac{\partial w}{\partial x}\cdot\frac{\partial w}{\partial y}\right]dx\,dy + \qquad 1)$$

$$+\frac{D}{2}\iint\left\{\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 - 2(1-\nu)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial y}\right)^2\right]\right\}dx\,dy = 0 \,,$$

[1] University of Belgrade

where

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)}$$

is the flexural rigidity of the plate. The assumption is that the compressive forces remain constant during bending. Equating $N_y = N_{xy} = 0$ and substituting -p for N_x, equation /1/ reduces to

$$-\frac{1}{2}\iint p\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx\,dy + \frac{D}{2}\iint\left\{\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)^2 - 2(1-\nu)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial y}\right)^2\right]\right\} dx\,dy = 0 \quad . \qquad 2.)$$

If we introduce the elliptical coordinates, x and y are then defined by

$$x = c\,\mathrm{Ch}\xi\cdot\cos\eta$$
$$y = c\,\mathrm{Sh}\xi\cdot\sin\eta \quad , \qquad 3.)$$

where c = const. is the half of the focal distance of the ellipses for ξ = const., and/or hyperboles for η = const. The variable η varies from 0 to 2π and the variable ξ from 0 to ∞.

The contour of the ellipse defined by

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad 4.)$$

in rectangular coordinates, in the elliptic coordinates becomes simply $\xi = \alpha$.

Let us assume, similar to S.Woinowsky-Krieger[1] considering in his paper the instability of an elliptical clamped plate uniformly loaded along its entire contour, that the total curvature of the surface equals zero, i.e. that the surface remains approximatively plane. Thus,

$$K = \frac{1}{R_1 R_2} = \frac{\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}-\left[\frac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial y}\right]^2}{\left[1+\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2\right]^2} \approx$$

1) J.App.Mech., vol.4, p.177, 1937

$$\approx \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}\right]^2 = 0 \quad . \qquad 5.)$$

The remaining terms in eq./2/ will be expressed in elliptical coordinates as follows :

$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 = \frac{1}{c^2}\left\{\frac{Ch\,2\xi \cdot \cos 2\eta - \cos 2\eta + Ch\,2\xi - 1}{\left[Ch\,2\xi - \cos 2\eta\right]^2}\left(\frac{\partial w}{\partial \xi}\right)^2 + \right.$$

$$+ \frac{Ch\,2\xi + 1 - Ch\,2\xi \cdot \cos 2\eta - \cos 2\eta}{\left[Ch\,2\xi - \cos 2\eta\right]^2}\left(\frac{\partial w}{\partial \eta}\right)^2 -$$

$$\left. - \frac{2\,Sh\,2\xi \cdot \sin 2\eta}{\left[Ch\,2\xi - \cos 2\eta\right]^2} \cdot \frac{\partial w}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial w}{\partial \eta}\right\} \qquad 6.)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \frac{2}{c^2} \cdot \frac{\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2}}{Ch\,2\xi - \cos 2\eta} \qquad 7.)$$

$$dx \cdot dy = \frac{c^2}{2}\left(Ch\,2\xi - \cos 2\eta\right) d\xi \cdot d\eta \qquad 8.)$$

Thus eq./2/ yields for p

$$p = \frac{4D}{c^2} \cdot \frac{\iint \frac{\left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2}\right)^2}{Ch\,2\xi - \cos 2\eta} d\xi \cdot d\eta}{\iint \frac{\kappa_1 \left(\frac{\partial w}{\partial \xi}\right)^2 + \kappa_2 \left(\frac{\partial w}{\partial \eta}\right)^2 - \kappa_3 \frac{\partial w}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial w}{\partial \eta}}{Ch\,2\xi - \cos 2\eta} d\xi \cdot d\eta} \quad , \qquad 9.)$$

where

$$\kappa_1 = Ch\,2\xi + Ch\,2\xi \cdot \cos 2\eta - \cos 2\eta - 1 \quad , \qquad 10.)$$

$$\kappa_2 = Ch\,2\xi - Ch\,1\xi \cdot \cos 2\eta - \cos 2\eta + 1 \quad , \qquad 11.)$$

$$\kappa_3 = 2\,Sh\,2\xi \cdot \sin 2\eta \qquad 12)$$

The limits of the surface integrals in the expression /9/ take the values from $\xi = 0$ to $\xi = \alpha$ and from $\eta = 0$ to $\eta = 2\pi$. Similar to Voinovsky-Krieger we assume an infinite series

$$w = \sum_n^{\infty} A_n \left(Ch\,n\alpha - Ch\,n\xi\right)^2 \cdot \left(Ch\,n\alpha - \cos n\eta\right)^2 = \sum_n^{\infty} A_n \cdot \varphi_n \quad . \qquad 13.)$$

In order to satisfy the condition of symmetry of the middle surface of the plate with respect to the x and y axes, we must take into consideration even terms only, i.e.

$$w = \sum_{n=2,4,\ldots}^{\infty} A_n \cdot \varphi_n \qquad 14.)$$

This series satisfies the boundary conditions, since for

$$\xi = \alpha \quad : \quad w = 0$$

and

$$\xi = \alpha \quad : \quad \partial w / \partial \xi = 0 \qquad 15.)$$

if we consider the clamped plate.

Since we wish to determine the critical value of the load p, the partial derivatives of p with respect to the unknown co-

efficients A_n should vanish in order to make p a minimum. If we introduce in these conditions the unknown critical value p_{cr} we obtain the following set of equations /adopting the notations of Voinovsky-Krieger/ :

$$\sum_{n=2,4,\ldots}^{\infty} \left(\frac{8D}{c^2} \cdot a_{mn} - p_{cr} \cdot b_{mn} \right) A_n = 0 \,, \qquad 16.)$$

which enables the determination of the coefficients A_n. In the above equations m is the subscript of the coefficients A_n with respect to which the partial derivations were taken. Thus in the above set of eqs./16/ m takes also even values only.

While the expression for a_{mn}

$$a_{mn} = \iint \frac{\left(\frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial \eta^2} \right)\left(\frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi_m}{\partial \eta^2} \right)}{\mathrm{Ch}\, 2\xi - \cos 2\eta} \, d\xi \, d\eta \qquad 17.)$$

is the same as that of Voinovsky-Krieger, the value of b_{mn} is much more complicated and is given by the expression

$$b_{mn} = \iint \frac{2\kappa_1 \frac{\partial \varphi_n}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial \varphi_m}{\partial \xi} + 2\kappa_2 \cdot \frac{\partial \varphi_n}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \varphi_m}{\partial \eta} - \kappa_3 \left[\frac{\partial \varphi_m}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_n}{\partial \eta} + \frac{\partial \varphi_m}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_n}{\partial \xi} \right]}{\mathrm{Ch}\, 2\xi - \cos 2\eta} d\xi d\eta \qquad 18.)$$

There are as many equations of the type /16/ as there are terms A_n. They are obtained by equating m to 2,4,6,8...etc. If the set of eqs./16/ has other solutions as well besides the trivial ones, the determinant of the system of equations must vanish. This condition yields the values of p_{cr}.

In the case of the buckling of the elliptical clamped plate uniformly loaded along its entire contour, Voinovsky-Krieger has performed numerical calculations for two cases : the case where only the first term in the infinite series is being considered, and, alternatively, the case when two first terms are being retained. Comparing the calculated value obtained from the latter

approximation with that of the circle for which there exists also an exact solution, the error amounts to 0,7 % only. On the other hand the values of the first approximation differ from those of the second approximation from 5 to 8 % for different ratios of the semi-axes of the ellipse ranging from a/b = 5 to a/b = 1. Taking into consideration the above analogy we may conclude with sufficient exactness that in our case of buckling of the elliptical plate uniformly loaded parallel to one of its semi-axes no error than cca 8% will probably occur if we take the first term only, and/or cca 1% if we take the two first terms of the series. In any case by this analogy it is possible to estimate the error and take it into consideration.

The evaluation of the integrals b_{mn} is quite long and arduous and their values will be given in a forthcoming paper, calculated for different ratios a/b of the semi-axes of the ellipse.

In the case where the first term is taken into consideration only, the expression for p_{cr} becomes

$$p_{cr} = \lambda \cdot \frac{a_{22}}{b_{22}} \quad , \quad \text{where} \qquad 19.)$$

$$\lambda = \frac{8D}{c^2} \quad . \qquad 20.)$$

The case of the instability of the elliptic plate uniformly loaded by compressive forces parallel to one of its main semi-axes obviously has some application in different engineering fields, while in aeronautical engineering we may mention the possibility of determining the critical loads of elliptical windows on airplane fuselage, among other possible applications.

Eine einfache Methode zur Berechnung dreidimensionaler laminarer Grenzschichten

von

J.A. Zaat [1)]

Übersicht: Zur Berechnung der dreidimensionalen laminaren Grenzschichten um willkürliche Körper werden eine Quadraturformel und eine einfache Integralgleichung angegeben. Diese einfachen Formeln werden angewandt auf die Strömung um ein schräg angeblasenes Ellipsoid. Die Ergebnisse stimmen mit früheren Ergebnissen, die mit Hilfe der vollständigen Impulsgleichungen berechnet sind, sehr gut überein.

1. Die laminare Grenzschichtströmung um einen willkürlichen Körper.

In gleicher Weise wie bei der Pohlhausenschen Impulsgleichungsmethode für zwei-dimensionale Grenzschichten, werden auch die Impulsgleichungen für dreidimensionale Grenzschichten abgeleitet [1, 2, 3]. Wenn keine Wirbelkomponenten der freien Strömung senkrecht auf der Oberfläche vorhanden sind, können durch Einführung der Stromlinienkoordinaten die Impulsgleichungen für dreidimensionale laminare Grenzschichten von zwei gewöhnlichen Differentialgleichungen erster Ordnung angenähert werden. Es sind [4]

$$\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{T^2\sigma}{\zeta}\right) = 5\cos\vartheta\,\frac{T}{\zeta} \tag{1}$$

$$\frac{\zeta^2}{\theta_{21}}\,\frac{\partial}{\partial\varphi}\left(\frac{\sigma\theta_{21}^2}{\zeta^2}\right) = \frac{\sigma\sqrt{\zeta}}{T}\,\frac{\partial T}{\partial\psi}\left(\frac{2}{3\sqrt{\pi}}\,\Omega - 0{,}293 - \Delta_1\right). \tag{2}$$

Dabei wird vorausgesetzt, dass innerhalb der Reibungsschicht die Geschwindigkeitskomponenten (u) in der Richtung der freien Strömung gross sind gegenüber den Geschwindigkeitskomponenten (v) in der Richtung des senkrechten Querschnitts.
In den Gleichungen (1) und (2) ist die Koordinate φ das Oberflächenpotential und die Koordinate ψ die örtliche Stromfunktion. T ist das Quadrat der freien Stromgeschwindigkeit. σ und Ω sind die Parameter der vorgegebenen Grenzschichtprofile $\frac{u}{\sqrt{T}}$ und $\frac{v}{\sqrt{T}}$ in der Richtung der Stromlinien der freien Strömung und in der Querrichtung. Den Arbeiten 1 und 3 entsprechend werden die Grenzschichtprofile gegeben durch

$$\frac{u}{\sqrt{T}} = f(\bar\zeta) - \Lambda g(\bar\zeta) - N h(\bar\zeta) \tag{3}$$

$$\frac{v}{\sqrt{T}} = -\Omega^2\, \Pi g\left(\bar\zeta/\Omega\right)$$

mit

$$1 - f(\bar\zeta) = 2g(\bar\zeta) + e^{-\bar\zeta^2} = 2h(\bar\zeta) + (1+\bar\zeta^2)e^{-\bar\zeta^2} = \frac{2}{3\sqrt{\pi}}\,\bar\zeta^2 e^{-\bar\zeta^2} + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\bar\zeta}^{\infty} e^{-t^2}dt \tag{4}$$

und

$$\Lambda = \tfrac{1}{2}\,\sigma\,\frac{\partial T}{\partial\varphi}\,, \quad N = \tfrac{1}{2}\,\sigma\sqrt{\zeta}\,\frac{\partial T}{\partial\psi}\,, \quad \bar\zeta = \zeta/\sqrt{\sigma\nu}\,, \tag{5}$$

wo ζ die Koordinate in der Auszennormalrichtung ist.

N=o für $\Lambda > o$ (beschleunigte Strömung)
N=Λ für $\Lambda < o$ (verzögerte Strömung)

ν ist die kinematische Zähigkeit. $\sqrt{\sigma\nu}$ ist ein Mass für die Grenzschichtdicke in der Stromlinienrichtung der freien Strömung, sie hat die Dimension einer Länge. Die Grenzschichtdicke der Querströmung

1) Nationaal Luchtvaart Laboratorium, Amsterdam.

wird um einen Faktor Ω grösser als die Grenzschichtdicke der Hauptströmung vorausgesetzt. Die Verdrängungsdicke Δ_1, und Impulsverlustdicke θ_{21}

$$\Delta_1 \quad \sqrt{T\sigma\nu} = \delta_1 \sqrt{T} = \int_0^\infty (\sqrt{T} - u)\, d\zeta$$

$$\theta_{21} \quad T\sqrt{\sigma\nu} = \vartheta_{21} T = -\int_0^\infty uv\, d\zeta \qquad (6)$$

können als einfache Funktionen der Geschwindigkeitsgradienten $\frac{\partial T}{\partial \varphi}$, $\frac{\partial T}{\partial \psi}$ und der Parameter σ, Ω dargestellt werden.
Die Funktion ζ tritt in den metrischen Fundementalgrösen des Linienelements in Stromlinienkoordinaten auf

$$ds^2 = \frac{d\varphi^2}{T} + \frac{d\psi^2}{\zeta T} + d\zeta^2. \qquad (7)$$

Sie hängt mit der Divergenz der Strömungsgeschwindigkeit zusammen und wird aus der Geometrie der Fläche bestimmt.
Sie genügt der Gleichung

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\sqrt{\zeta g}\,\bar{U}\right) + \left(\frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial}{\partial z}\right)\left(\sqrt{\zeta g}\,\bar{V}\right) = 0, \quad g = 1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2. \qquad (8)$$

$\bar{U}$, $\bar{V}$, $\bar{W}$ sind die Geschwindigkeitskomponenten in den kartesischen Koordinatenrichtungen x, y, z.

Die Gleichungen (1) und (2) haben die Lösungen

$$\sigma = 5{,}08\,\frac{\zeta}{T^2}\left\{C_0(\varphi_0) + \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{T}{\zeta}\, d\varphi\right\} \qquad (9)$$

$$\theta_{21}(\Omega) = C_1(\varphi_0)\,\frac{\zeta}{\sqrt{\sigma}}\,\exp\left[\int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{\sqrt{\zeta}}{2T\theta_{21}}\,\frac{\partial T}{\partial \psi}\left(\frac{2}{3\sqrt{\pi}}\,\Omega - 0{,}293 - \Delta_1\right) d\varphi\right]. \qquad (10)$$

Die Funktionen σ und Ω können nun berechnet werden, wenn die Anfangswerte bestimmt sind. Dazu benötigt man aber nicht die Werte im Staupunkt. Dieses ist vorteilhaft, denn die Staupunktwerte sind meistens erst nach schwierigen Grenzübergängen zu ermitteln. Für abgeflachte Körper gibt es eine Stromlinie, welche die Strömung oberhalb und unterhalb des Körpers teilt. Diese Stromlinie nennen wir Äquator. Im Staupunkt haben die Stromlinien mit dem Äquator eine Berührung sehr hoher Ordnung. Sie bleiben also sehr lange anliegen. Physikalisch sieht man schon ein, dass die Grösen σ und Ω für die Grenzschichtdicken sich dem Äquator entlang nicht schnell können ändern, solange die Strömung beschleunigt ist. In der unmittelbaren Umgebung des Äquators kann man also erst die Abgeleiteten von σ und Ω in der Stromlinienrichtung vernachlässigen, und dann σ und Ω mittels (1) und (2) für eine Reihe von Punkten berechnen. Durch eine numerische Differentiation erhält man eine erste Näherung für die Abgeleiteten $\frac{\partial \sigma}{\partial \varphi}$ und $\frac{\partial \Omega}{\partial \varphi}$. Nach Einsetzung in den Gleichungen (1) und (2) können die neuen Werte für σ und Ω berechnet werden. Diese Iteration wird solange durchgeführt, bis die Werte sich nicht mehr ändern.
Weiter entfernt vom Äquator, wo $\frac{\partial \sigma}{\partial \varphi}$ und $\frac{\partial \Omega}{\partial \varphi}$ nicht mehr klein sind, werden die Gleichungen (9) und (10) angewandt.
Die Quadraturgleichung (9) ist die wichtigste Gleichung bei der Berechnung der dreidimensionalen Grenzschichten. Sie bestimmt nicht nur die Werte σ für die Grenzschichtdicke, sondern auch die laminare Ablösung (wo $\sigma \approx -2/\frac{\partial T}{\partial \varphi}$ ist, sehe [4])
Die Integralgleichung (10) liefert uns die Querströmung.

2. Sonderfälle

2.1 Der schräg angeströmte unendlich-lange Zylinder.

Fällt die y-Richtung mit der Achsenrichtung des Zylinders zusammen, dann sind alle Grösszen unabhängig von y und die Geschwindigkeitskomponente $\bar{V}$=konstant. Aus (8) folgt

$$\varsigma = \frac{c}{\bar{U}^2\left[1+\left[\frac{dz}{dx}\right]^2\right]} = \frac{c}{T-\bar{V}^2}.$$

Ist ds das Linienelement des senkrechten Querschnitts des Zylinders und ds_1 das Linienelement in der Richtung der Stromlinien, dann ist

$$\frac{d\varphi}{ds} = \frac{d\varphi}{ds_1}\frac{ds_1}{ds} = \sqrt{T}\ \sqrt{\frac{T}{T-\bar{V}^2}} = \frac{T}{\sqrt{T-\bar{V}^2}}.$$

Damit geht die Gleichung (9) über in

$$\sigma = 5.08\ \frac{1}{T^2(T-\bar{V}^2)} \int_0^s T^2\ \sqrt{T-\bar{V}^2}\, ds. \qquad (11)$$

s=0 ist ein Punkt der Staulinie, damit ist $c_0 = 0$.

2.2 Die zwei-dimensionale Strömung.

Dafür ist $\bar{V}=0$ $T=U^2$.
Nach Einführung von

$$\theta = \int_0^\infty \left(1-\frac{u}{U}\right)\frac{u}{U}\, d\eta = \theta_{11}\sqrt{\sigma\nu} = 0.293\sqrt{\sigma\nu}$$

geht die Gleichung (11) über in die bekannte Quadraturgleichung von Thwaites [5]

$$\theta = 0.432\, U^{-6}\nu \int_0^s U^5\, ds. \qquad (12)$$

Die Gleichung für die Querströmung verschwindet identisch.

2.3 Die Strömung um einen rotationssymmetrischen Körper.

Führen wir für die Stromfunktion Ψ den Azimutwinkel in einem orthogonalen Kreisquerschnitt – mit dem Radius r – ein, so folgt aus dem Linienelement auf der Oberfläche

$$ds^2 = ds_1^2 + r^2(s_1)\, d\psi^2 = \frac{d\varphi^2}{U(s_1)^2} + r(s_1)^2 d\psi^2 = \frac{d\varphi^2}{T} + \frac{d\psi^2}{\varsigma T}$$

$$\varsigma = \frac{1}{r(s_1)^2 U(s_1)^2}.$$

Damit geht die Quadraturgleichung (9) über in die Gleichung von Truckenbrodt [6]

$$\sigma = 5.08\ \frac{1}{r(s_1)^2 U(s_1)^6} \int_0^{s_1} r(s_1)^2\, U(s_1)^5\, ds_1. \qquad (13)$$

3. Beispiel. Die Grenzschichtberechnungen sind ausgeführt an einem dreiachsigen Ellipsoid, das in einer seiner Symmetrie-Ebene schräg angeströmt wird. Das Ellipsoid hat das Achsenverhältnis 3 : 1 : 0,15. Die Berechnungen sind sowohl mit den vollständigen Impulsgleichungen, als auch mit der hier gegebenen vereinfachten Methode ausgeführt. Die Übereinstimmungen sind sehr gut.
Bild 1 zeigt die Projektion der Stromlinien der freien Strömung, und der Stromlinien an der Wand mit der Ablösungskurve auf der xy-Ebene.

In den Abb. 2 und 3 sind $\sqrt{\sigma U}\frac{x}{\ell}$ und Ω als Funktionen von $\frac{x}{\ell}$ dem Äquator und den Stromlinien entlang gezeichnet.

Im Bild 4 sind die Grenzschichtprofile in der Stromlinienrichtung

und im Bild 5 sind die Grenzschichtprofile in der Querrichtung in den verschiedenen Punkten der mittleren Stromlinie, sowohl für die vollständigen, als für die vereinfachten Berechnungen ausgesetzt und mit einander verglichen.

Für eine ausführlichere Beschreibung dieser vereinfachten Rechenmethode für dreidimensionale Grenzschichten verweisen wir nach der Arbeit [4].

Literatur:

1. Timman, R. und Zaat, J.A.: Eine Rechenmethode für dreidimensionale laminare Grenzschichten.
   50 Jahre Grenzschichtforschung 1955. 432–445
   Friedr. Vieweg u. Sohn Braunschweig.
2. Timman, R.: The Theory of Threedimensional Boundary Layers.
   Symposium on Boundary Layer Effects in Aerodynamics.
   Nat. Phys. Lab. Teddington, England 1955, Paper 3.
3. Zaat, J.A., Spiegel, E. van and Timman, R.:
   The Threedimensional Laminar Boundary Layer
   Flow about a Yawed Ellipsoid at Zero Incidence.
   Report F. 165 of the Nat. Aer. Res. Inst. (NLL), 1955.
4. Zaat, J.A.: A Simplified Method for the Calculation of Three-Dimensional Laminar Boundary Layers.
   NLL-Report F. 184, 1956.
5. Thwaites, B.: Approximate Calculation of the Laminar Boundary Layer. The Aer. Quart., Vol. 1, Nov. 1949, 245–280.
6. Truckenbrodt, E.: Eine Quadraturverfahren zur Berechnung der laminaren und turbulenten Reibungsschicht bei ebener und rotationssymmetrischer Strömung.
   Ing. Arch. 20 (1952) 211–228.

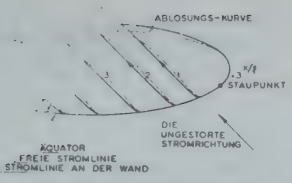


ABB. 1 DAS STROMLINIENMUSTER AN DEM ELLIPSOID MIT DEM ACHSENVERHALTNIS 3:1:0.15

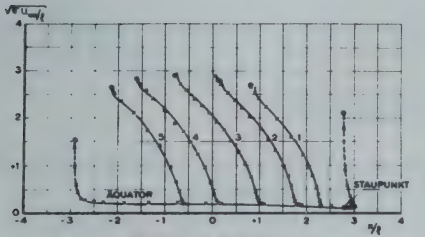


ABB. 2 DIE FUNKTION $\sqrt{\sigma u_\infty/\ell}$ ÜBER x/ℓ DEM ÄQUATOR UND DEM STROMLINIEN ENTLANG.
... MIT DER VEREINFACHTEN METHODE
— MIT DER VOLLSTÄNDIGEN METHODE

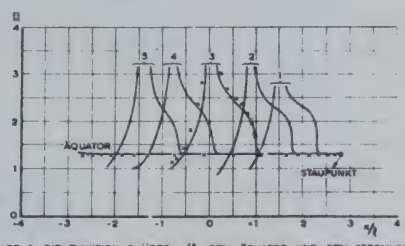


ABB. 3 DIE FUNKTION Ω ÜBER x/ℓ DEM ÄQUATOR UND DEM STROMLINIEN ENTLANG.
... MIT DER VEREINFACHTEN METHODE
— MIT DER VOLLSTÄNDIGEN METHODE

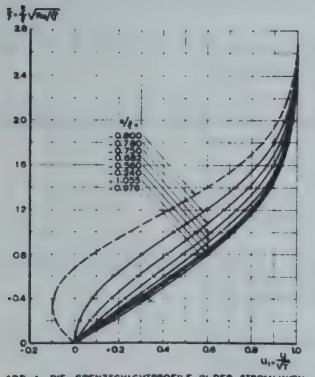


ABB. 4 DIE GRENZSCHICHTPROFILE IN DER STROMLINIENRICHTUNG IN DEM VERSCHIEDENEN PUNKTEN DER MITTLEREN STROMLINIE.
... MIT DER VEREINFACHTEN METHODE
— MIT DER VOLLSTÄNDIGEN METHODE

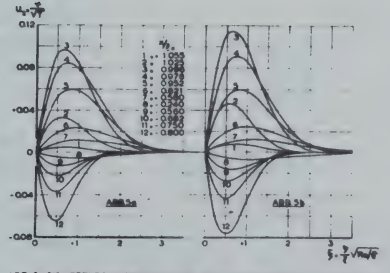


ABB. 5 DIE GRENZSCHICHTPROFILE IN DER QUERRICHTUNG IN DEM VERSCHIEDENEN PUNKTEN DER MITTLEREN STROMLINIE.
a MIT DER VOLLSTÄNDIGEN METHODE
b MIT DER VEREINFACHTEN METHODE

TABLE OF CONTENTS OF VOLUME I.

OPENING ADDRESS of Mr. P.A. van de Velde, President of the Association Internationale des Constructeurs de Matériel Aéronautique.

OPENING ADDRESS of Mr. H.C. van Meerten, President of the Society of Aeronautical Engineers in the Netherlands.

OPENING ADDRESS of Mr. J. Algera, Minister of Transport and "Waterstaat".

CONTRIBUTIONS.

Aldinio, Giorgio.	A proposal for a more exact definition of the factor of safety as applied to aircraft structures.	1.1 - 1.9
Aler, I.A.	Turbojet transport in civil aviation.	2.1 - 2.11
Asselt, B.J. van	The N.L.L. transonic tunnel.	3.1 - 3.8
Bauger, Louis.	Inverseurs de poussée pour freinage des avions à réaction.	4.1 - 4.25
Bazzocchi, Ermando.	Etude analytique de la vrille en utilisant des données obtenues à la soufflerie horizontale et méthode d'essai de modèles en air libre.	5.1 - 5.43
Behrbohm, Hermann.	Einige Ergebnisse aus der Tragflächenforschung in Schweden.	6.1 - 6.40
Bergh, H.	Measurements of the unsteady aerodynamic forces on a wing with control surface..	7.1 - 7.9
Beslier, J.	Système de régulation électrique pour turbo-machines d'aviation. Utilisation des amplificateurs magnétiques.	8.1 - 8.11
Beteille, Roger.	Les mesures en vol au cours de la mise au point d'un avion commercial à réaction.	9.1 - 9.37
Blanc, J.	Tendances de l'évolution des turbo-réacteurs utilisés dans l'aviation civile.	10.1 - 10.36

Bougaran, M.	Les batteries "VOLTABLOC" pour le démarrage des réacteurs.	11.1 - 11.7
Bozinovitch, Branislava.	Analogie hydraulique dans l'aérodynamique expérimentale.	12.1 - 12.33
Brocard, Jean.	Les moyens industriels d'expérimentation aérodynamique de l' A.I.C.M.A.	13.1 - 13.24
Brouée.	Etude des vibrations d'aubes de turbomachines.	14.1 - 14.12
Brüning, Gerhard.	Ueber den Einfluss der Prandtl-Regel bei der Berechnung der von einem Hubschrauber-Rotor erzeugten Kräfte.	15.1 - 15.10
Castells, Antonio.	Répartition de la portance sur des ailes limitées par des plaques.	16.1 - 16.19
Cordes, Gerhard.	Beitrag zur praktischen Berechnung der kompressiblen Strömung in Axialturbinen unter Berücksichtigung der radialen Veränderlichkeit von Eintrittstemperatur und Reibung.	17.1 - 17.8
Dannenburg, H.J.	The influence of rounding-off errors in calculation of eigenvalues of matrices by iteration.	18.1 - 18.7
Devergne, Pierre.	Techniques de mesure à base d'enrégistreurs multiples à papier photographique.	19.1 - 19.7
Devergne, Pierre.	Instruments de mesure pour essais en vol.	20.1 - 20.7
Duguet, Marcel.	L'aérodynamique des fuseaux-réacteurs à l'arrière du fuselage.	21.1 - 21.17
Eggers, G.	L' "ATAR VOLANT" et son avenir.	22.1 - 22.15
Emden, E. van	Managerial and technological aspects of aircraft production.	23.1 - 23.12
Encke, Walter.	Ueber die ersten Strahltriebwerke. Ein Rückblick auf die Entwicklung des Düsenantriebes.	24.1 - 24.11
Fernandez-Amigo, Jose.	Reacteurs et airports.	25.1 - 25.16

Fonk, G.J.	The influence of local buckling on the primary failure of stiffened panels, loaded in compression.	26.1 - 26.11
Frenzl, Otto.	Essais de trompes à eau chaude pour souffleries à grande puissance.	27.1 - 27.15
García Poggio, Jose Ant. et Sáenz Insausti, José.	La fragilité de contraction dans les alliages commerciaux alumi - nium-cuivre-zinc-magnésium.	28.1 - 28.7
Gerathewohl, Siegfried, J.	Development of visual landing aids for high - performance aircraft.	29.1 - 29.24
Giovannozzi, Renato.	Calculation, tabulation and uses of some functions occurring in the theory of the conical disc subjected to centrifugal and thermic stresses.	30.1 - 30.12

TABLE OF CONTENTS OF VOLUME II.

Golbert, Serge.	Construction et réglage des appareillages d'assemblage pour les avions de moyen tonnage.	31.1 - 31.7
Graas, D.H. van and Sinkeler, J.H.	Crystal pick-up systems for very low frequency measurements in flight.	32.1 - 32.9
Greidanus, J.H.	Reproduction of the symmetrical manoeuvres of an airplane, inclusive take-off and landing , by an automatic computer.	33.1 - 33.8
Harter, Wolfgang.	Fallschirmspringer - Testung.	34.1 - 34.4
Herpers, M.E.C.	Aile Delta à remplissage nid d'abeille métallique.Construction et essais.	35.1 - 35.15
Holme, O.	Flight path calculations on the BESK electronic digital computer.	36.1 - 36.10
Ingen, J.L. van	A suggested semi - empirical method for the calculation of the boundary layer transition region.	37.1 - 37.16
Invernizzi, M.	Automatisme et mécanique du vol des avions.	38.1 - 38.7
Jeudon, André.	Sur les fonctions des calculateurs électroniques en aéro - nautique.	39.1 - 39.7
Kock, A.C. de	Information retrieval with the aid of the N.L.L. card system catalogue of aerodynamic measurements.	40.1 - 40.9
Küssner, H.G.	Dreidimensionale instationäre Tragflächentheorie im Unter - schallgebiet.	41.1 - 41.32
Lazzarino,Lucio.	Technical conditions for the airworthiness of civil jet aircraft.	42.1 - 42.28
Lecarme, Jacques.	Caravelle wing aerodynamics.	43.1 - 43.41
Lequeux, Pierre.	Quelques problèmes posés par l'échauffement aérodynamique.	44.1 - 44.15

Liebe, Wolfgang.	Ursachen und Gesetzmässigkeiten für das Abkippen im Fluge.	45.1 - 45.9
Lundberg, Bo K.O.	Some proposals for evaluating fatigue properties of airplane structures.	46.1 - 46.91
Marcenaro, Franco A.	Ramjet light helicopters.	47.1 - 47.7
Meloni, Livio.	Ailes portantes et diffuseurs.	48.1 - 48.13
Millán, Gregorio and Tarifa, Carlos Sánchez.	Combustion of fuel drops, forced convection and interaction effects.	49.1 - 49.20
Müller, Max Adolf.	Gasturbinentriebwerk mit isochorer Endverdichtung.	50.1 - 50.6
Nistri, Raffaello.	Indicateur d'autonomie résiduelle.	51.1 - 51.4
Norena, Federico.	Technique et futur des aéroports.	52.1 - 52.10
Noton, Bryan R.	Honeycomb sandwich construction in civil and military aircraft.	53.1 - 53.99
Ostersetzer, S.	Design problems and experience with airborne high pressure pneumatics.	54.1 - 54.12
Oswatitsch, Klaus.	Die Rolle der Hinterkante in der Theorie der Flügel kleiner Spannweite.	55.1 - 55.16
Piepers, G.G.	Some comments on the reliability of springtab stability criteria.	56.1 - 56.12
Pignier, Jean - Pierre .	Comment satisfaire les exigences d'une turbo-machine équipée d'un dispositif de postcombustion.	57.1 - 57.17
Pivko, Svetopolk.	Comparaison des propriétés aérodynamiques de l'aile annulaire avec celles des ailes élliptiques trapézoïdales en flèche at delta.	58.1 - 58.7
Pool, A.	Recent developments in flight test instrumentation.	59.1 - 59.8
Prang, Lothar.	Der Luftverkehr mit Düsenflugzeugen und sein Einfluss auf Flughafenplanung und Städtebau.	60.1 - 60.18

Liebe, Wolfgang.	Drosseln und Gasstrahlumlenkung für den Strahltrieb im Fluge.	45.1 - 45.9
Lundberg, Bo K.O.	Some proposals for evaluating fatigue properties of airplane structures.	46.1 - 46.93
Marcenaro, Frazer A.	Soviet light helicopters.	47.1 - 47.7
Meloni, Livio.	Ailes portantes et diffuseurs.	48.1 - 48.13
Millán, Gregorio and Tarifa, Carlos Sánchez.	Combustion of fuel drops. Forced convection and interaction effects.	49.1 - 49.20
Müller, Max Adolf.	Gasturbinentriebwerk mit [illegible] Wärmerückgewinnung.	50.1 - 50.6
Nistri, Raffaelin.	Indicateur d'autonomie [illegible].	51.1 - 51.8
Nerone, Federico.	Technique et futur des aéroports.	52.1 - 52.10
Noton, Bryan R.	Honeycomb sandwich construction in civil and military aircraft.	53.1 - 53.99
Oelkerstter, E.	Design problems and experience with airborne high pressure pneumatics.	54.1 - 54.12
Oswatitsch, Klaus.	Die Rolle der Eintrittskante in der Theorie der Flügel kleiner Spannweite.	55.1 - 55.16
Pinsker, W.J.G.	Some comments on the reliability of springtab stability criteria.	56.1 - 56.18
Pignier, Jean - Pinaud J.	Comment améliorer les créneaux d'une turbo-machine équipée d'un dispositif de postcombustion.	57.1 - 57.17
Pivko, Svetopolk.	Comparaison des propriétés aérodynamiques de l'aile annulaire avec celles des ailes elliptiques trapézoïdales en flèche et delta.	58.1 - 58.7
Pool, A.	Recent developments in flight test instrumentation.	59.1 - 59.8
Prang, Lothar.	Der Luftverkehr mit Düsenflugzeugen und sein Einfluss auf Flughafenplanung und Städtebau.	60.1 - 60.18

UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
3 0112 032381615